

**Peter Krauspe**

**Beiträge zur Längsbewegung von Flugzeugen in  
Windscherungen**

**Braunschweig : Technische Universität, Lehrstuhl für  
Flugmechanik, 1983**

Elektronisch veröffentlicht: 19.01.2009

<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00024338>

Anmerkung:

Das vorliegende Dokument wurde bei der Umsetzung in die elektronische Form überarbeitet (Berücksichtigung der Neuregelung der deutschen Rechtschreibung ab 1. August 2006). Infolge der Neuformatierung des Schriftbildes ergeben sich gegenüber der ursprünglichen Fassung von 1983 geänderte Seitenzahlen. Der Inhalt entspricht zu 100% der genehmigten Druckfassung von 1983.

# **BEITRÄGE ZUR LÄNGSBEWEGUNG VON FLUGZEUGEN IN WINDSCHERUNGEN**

VON DER FAKULTÄT FÜR MASCHINENBAU UND ELEKTROTECHNIK  
DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT CAROLO-WILHELMINA  
ZU BRAUNSCHWEIG

ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES  
DOKTOR-INGENIEURS (DR.-ING.)  
GENEHMIGTE

DISSERTATION

VON DIPL.-ING. PETER KRAUSPE  
AUS BREMEN

EINGEREICHT AM: 20. JANUAR 1983  
MÜNDLICHE PRÜFUNG AM: 3. JUNI 1983  
BERICHTERSTATTER: PROF. DR.-ING. G. SCHÄNZER  
MITBERICHTERSTATTER: PROF. DR. RER.NAT. R. ROTH

1983

## Übersicht

Die Zusammenhänge zwischen den auf ein Flugzeug einwirkenden Windeinflüssen, speziell Windscherungen, und dem daraus resultierenden dynamischen Verhalten des ungesteuerten Flugzeugs werden analysiert. Dazu werden meteorologische Grundsituationen angegeben, in denen Windscherungen anzutreffen sind. Für den sog. *downburst*, einen Gewitterfallwind, wird ein einfaches potentialtheoretisches Strömungsmodell aufgestellt, das die systematische Untersuchung der Einflüsse dieses Strömungsvorgangs auf die Stabilität und das dynamische Bewegungsverhalten eines Flugzeugs gestattet.

Es erweist sich als ausreichend, den Einfluss des Windes mit Hilfe der linearen Ableitungen der Windkomponenten nach den Ortskoordinaten, den Windgradienten, zu charakterisieren. Alle vier in der Flugzeug-Längsbewegung vorkommenden Windgradienten haben Einfluss auf die Lage der Phygoidwurzeln, wobei auch aperiodisch bzw. dynamisch instabile Eigenwerte auftreten können.

Wegen der Weg- bzw. Höhenabhängigkeit der Windgeschwindigkeiten entstehen ortsveränderliche Luftkräfte, die unter bestimmten Umständen zu den zusätzlichen Eigenwerten „Wegwurzel“ und „Höhenwurzel“ führen können.

Für alle in der Flugzeug-Symmetrieebene möglichen Formen von Windscherungen mit konstanten Gradienten lassen sich geeignete Ingenieurmodelle zur analytischen Darstellung der Flugzeug-Eigenbewegung im flugbetrieblich wichtigen Zeitbereich von 20 bis 60 Sekunden nach Einsetzen der Scherung angeben. Die zu erwartenden Trajektorien des Flugzeugs können auf diese Weise im Voraus bestimmt werden.

---

Suchbegriffe: Windscherung, Windeinflüsse, Scherwind, Rückenwindscherung, Gegenwindscherung, Windgradienten, Windmodelle, Staupunktströmung, Gewitter, Flugunfälle, Flugsicherheit, Längsbewegung, Längsstabilität, Flugeigenschaften Phygoide, Höhenwurzel, Wegwurzel, ortsabhängige Kräfte, downburst, microburst, wind shear, flying qualities.

---

Anmerkung: Das vorliegende Dokument wurde bei der Umsetzung in die elektronische Form überarbeitet (Berücksichtigung der Neuregelung der deutschen Rechtschreibung ab 1. August 2006). Infolge der Neuformatierung des Schriftbildes ergeben sich gegenüber der ursprünglichen Fassung von 1983 geänderte Seitenzahlen.

## Gliederung

<b>ÜBERSICHT</b>	<b>2</b>
<b>0. BEZEICHNUNGEN</b>	<b>5</b>
<b>1. EINLEITUNG</b>	<b>9</b>
1.1. Allgemeine Problemstellung	9
1.2. Stand der Technik	11
1.2.1. Scherwindmodelle und meteorologische Studien	11
1.2.2. Arbeiten zu flugmechanischen Auswirkungen von Windscherungen	12
1.3. Ziel der Arbeit	15
<b>2. METEOROLOGISCHE GRUNDLAGEN</b>	<b>17</b>
2.1. Problembeschreibung	17
2.2. Definitionen	20
2.3. Typisierung der Windschersituationen	26
2.3.1. Orographisch bedingte Windscherungen	27
2.3.2. Grenzschicht - Scherwind	29
2.3.3. Grenzschicht-Strahlstrom (Low Level Jet Stream, LLJ)	33
2.3.4. Durchzug von Warm- oder Kaltfronten	35
2.3.5. Windscherungen in Gewittern	38
2.4. Basismodell zur Darstellung von Gewitterströmungen	42
<b>3. DIE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN DER FLUGZEUG-LÄNGSBEWEGUNG UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON WINDEINFLÜSSEN</b>	<b>52</b>
3.1. Begriffsbestimmungen und Geschwindigkeitsbeziehungen	52
3.2. Einbeziehung der Scherwindparameter	56
3.3. Nichtlineare Differentialgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung unter Berücksichtigung ortsabhängiger Kräfte (Windeinfluss)	61
<b>4. ANALYSE DES PHÄNOMENS „FLUGUNFÄLLE INFOLGE WINDSCHERUNG“</b>	<b>67</b>
4.1. Grundsätzliche Problembeschreibung	67
4.2. Zusammenhang zwischen Windeinflüssen und erforderlichem Schub	68
4.3. Einflüsse von Windscherungen auf die Flugzeugbewegung	72
<b>5. DER SCHERWINDEINFLUSS IM LINEARISIERTEN GLEICHUNGSSYSTEM</b>	<b>78</b>
5.1. Festlegung des Referenzzustandes	78
5.2. Linearisierung der Bewegungsgleichungen	79
5.3. LAPLACE-Transformation und Entkopplung des Systems < Flugzeug / niederfrequente Windänderung >	82
5.4. Die charakteristische Gleichung der Flugzeugbewegung in Windscherung	84
<b>6. UNTERSUCHUNG DES SCHERWINDEINFLUSSES AUF DIE STABILITÄT</b>	<b>86</b>
6.1. Einfluss stationärer Windkomponenten	86
6.1.1. Konstanter Horizontalwind	86
6.1.2. Konstanter Vertikalwind	90
6.2. Einfluss einer Scherung des Horizontalwindes	91
6.2.1. Einfluss des Gradienten $u_{Wx}$	92
6.2.2. Einfluss des Gradienten $u_{Wz}$	103
6.3. Einfluss einer Scherung des Vertikalwindes	118
6.3.1. Einfluss des Gradienten $w_{Wx}$	118
6.3.2. Einfluss des Gradienten $w_{Wz}$	122
6.4. Gradientenkombination $u_{Wx}/w_{Wz}$ entsprechend dem Stromlinienmodell aus Abschn. 2.4.	128



*Gliederung*

---

<b>7. DISKUSSION DER ERGEBNISSE .....</b>	<b>138</b>
<b>8. ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>143</b>
<b>9. LITERATUR.....</b>	<b>145</b>
<b>10. ANHÄNGE.....</b>	<b>152</b>
<b>ANHANG A1: UNFÄLLE INFOLGE WINDSCHERUNGEN.....</b>	<b>153</b>
<b>ANHANG A2: ANALYSE VERSCHIEDENER GEWITTERFALLWINDE .....</b>	<b>155</b>
A2.1    Flugunfall I, New York.....	157
A2.2    Flugunfall II, New York (Zwischenfall). ....	161
A2.3    Flugunfall III, Philadelphia.....	163
A2.4    Flugunfall (VI), Tucson.....	165
A2.5    Flugunfall (V), Denver. ....	167
A2.6    Flugunfall (VI), Atlanta (Zwischenfall). ....	169
<b>ANHANG A3: ANALYSE DER AUSWIRKUNGEN DER GRADIENTEN <math>U_{WX}</math>, <math>U_{WZ}</math>, <math>W_{WX}</math>, <math>W_{WZ}</math> AUF DIE FLUGZEUGBEWEGUNG.....</b>	<b>171</b>
A3.1    Antwortverhalten auf eine Scherung des Horizontalwindes .....	171
A3.1.1    Gegenwindscherung .....	173
A3.1.2    Rückenwindscherung .....	173
A3.2    Antwortverhalten auf eine Vertikalwindscherung.....	174
A3.2.1    Aufwindscherung.....	175
A3.2.2    Abwindscherung.....	175
<b>ANHANG A4: DATEN DES BEISPIELFLUGZEUGS AIRBUS A300-B2 .....</b>	<b>176</b>
<b>ANHANG A5: LINEARISIERUNG DER BEWEGUNGS-DIFFERENTIALGLEICHUNGEN UND WEITERER HILFSGLEICHUNGEN .....</b>	<b>178</b>
<b>ANHANG A6: ANALYSE DES LEISTUNGSGLEICHGEWICHTS .....</b>	<b>179</b>

## 0. Bezeichnungen

$a, a_i$	allgemeiner Exponent, Konstante
$A$	Auftrieb, Austauschkoeffizient
$b$	allgemeine Konstante
$c$	allgemeine Konstante
$\underline{C}$	CORIOLISbeschleunigung
$C_A$	Auftriebsbeiwert, $C_A = 2 A / (\rho V^2 S)$
$C_{A0}$	Nullauftriebsbeiwert bei $\alpha = 0^\circ$
$C_{A\alpha}, C_{A\dot{\alpha}}$ $C_{Aq}, C_{A\eta}$	} Derivativa des Auftriebsbeiwertes
$C_D$	
$C_W$	Widerstandsbeiwert, $C_W = 2 W / (\rho V^2 S)$
$C_{W0}$	Nullwiderstand bei $C_A = 0$
$C_m$	Nickmomentenbeiwert, $C_m = 2 M / (\rho V^2 S)$
$C_{m0}$	Nullmomentenbeiwert des Nickmomentes
$C_{m\alpha}, C_{m\dot{\alpha}}$ $C_{mq}, C_{m\eta}$	} Derivativa des Nickmomentenbeiwertes
$C_\mu$	
$D$	Dämpfungsgrad, $D = \delta / \omega_0$
$DF$	Triebwerks-Drosselgrad, $DF = F / F_{\max}$
$dt, Dt$	Zeitdifferential
$e$	eulersche Zahl, $e = 2,71828\dots$
$F$	Betrag des Schubvektors
$\underline{F}$	Schubvektor
$F_V$	Ableitung des Schubes nach der Fluggeschwindigkeit, $F_V = \partial F / \partial V$
$g$	Schwerebeschleunigung, $g = 9,81\dots$
$G$	Gewichtsvektor
$h, H$	Flughöhe, $H = -Z$
$\dot{H}$	Steig-, Sinkgeschwindigkeit
$\underline{I}$	Einheitsmatrix
$I_y$	Nickträgheitsmoment
$k$	v.KARMANsche Konstante, k-Faktor der quadratischen Widerstandspolaren
$K, K_A - K_W$	Abkürzungen (siehe Anhang A5)
$\mathcal{L}$	LAPLACE-Transformationssymbol
$l_\mu$	Bezugsflügelteufe
$L_u, L_v, L_w$	charakteristische Wellenlängen
$m$	Flugzeugmasse
$\underline{M}$	allgemeine Drehmatrix
$\underline{M}^A$	aerodynamischer Momentenvektor

---

*Kap.0: Bezeichnungen*


---

$\underline{M}^F$	Schubmomentenvektor
$n_2$	Anzahl der Triebwerke
$q$	Nickgeschwindigkeit
$r$	Entfernungsradius
$\underline{r}$	Ortsvektor
$r_F$	Triebwerksradius
$r_H$	Abstand der Neutralpunkte von Tragflügel und Höhenleitwerk
$\underline{R}^A$	aerodynamischer Kräftevektor
$R_i$	RICHARDSON-Zahl
$s$	LAPLACE-Variable, Halbspannweite
$s_i$	Eigenwert
$S$	Flügelfläche
$t$	Zeit
$T$	Temperatur
$\underline{T}$	Trägheitstensor
$T_2$	Doppelwertzeit
$T_{ph}$	Schwingungsdauer der Phygoide
$T_t$	Totzeit
$u, U$	Strömungsgeschwindigkeit
$u_*$	Schubspannungsgeschwindigkeit
$u_a$	$x_a$ -Komponente der Fluggeschwindigkeit $\underline{V}_a$
$u_{Kk}$	$x_k$ -Komponente der Bahngeschwindigkeit $\underline{V}_{Kk}$
$u_{Wg}$	$x_g$ -Komponente der Windgeschwindigkeit $\underline{V}_{Wg}$
$u_{Wk}$	$x_k$ -Komponente der Windgeschwindigkeit $\underline{V}_{Wg}$
$u_{wx}, u_{wy}, u_{wz}$	Gradienten der Horizontalwindkomponente $u_{Wg}$
$V$	Betrag des Vektors der Fluggeschwindigkeit $\underline{V}$
$\underline{V}$	Vektor der Fluggeschwindigkeit, auch „Anströmgeschwindigkeit“ oder „Fahrt“ genannt
$\underline{V}_K$	Vektor der Bahngeschwindigkeit
$v_{wg}$	$y_g$ -Komponente der Windgeschwindigkeit $\underline{V}_{wg}$
$\underline{V}_W$	Vektor der Windgeschwindigkeit
$v_{Wx}, v_{Wy}, v_{Wz}$	Gradienten der Horizontalwindkomponente $v_{Wg}$
$W$	Widerstand
$\underline{\hat{w}}$	Vektor der Windrampe im Zustandsraum
$w_{Wg}$	$z_g$ -Komponente der Windgeschwindigkeit $\underline{V}_{Wg}$
$w_{Wk}$	$z_k$ -Komponente der Windgeschwindigkeit $\underline{V}_{Wk}$
$w_{Wx}, w_{Wy}, w_{Wz}$	Gradienten der Vertikalwindkomponente $w_{Wg}$
$x, y, z$	allgemeines kartesisches Koordinatensystem
$x_g$	Flugweg
$X_k$	Kräfte in $x_k$ -Richtung

## Kap.0: Bezeichnungen

$X_V$	} Ableitung der X-Kräfte nach	{	der Fluggeschwindigkeit
$X_\gamma$			dem Bahnwinkel
$X_{\alpha W}$			dem Windanstellwinkel
$Z, z_g$	Flughöhe, $Z = -H$		
$Z_k$	Kräfte in $z_k$ -Richtung		
$Z_V$	} Ableitung der Z-Kräfte nach	{	der Fluggeschwindigkeit
$Z_\gamma$			dem Bahnwinkel
$Z_{\alpha W}$			dem Windanstellwinkel
$\underline{0}$	Nullvektor, $\underline{0} = (0,0,0)$		
$\alpha$	Anstellwinkel		
$\alpha_W$	Windanstellwinkel		
$\beta$	Schiebewinkel		
$\gamma$	Bahnwinkel		
$\gamma_a$	Flugwindneigungswinkel		
$\Gamma$	trockenadiabatischer Temperaturgradient		
$\Gamma_0$	Wirbelstärke		
$\partial$	Zeitdifferentialoperator		
$\delta, \Delta$	Grenzschichtdicke, Abklingkonstante, Variationssymbol		
$\xi, \eta, \zeta$	dimensionslose Koordinaten		
$\theta$	Nicklagewinkel		
$\kappa$	turbulenter Diffusionskoeffizient		
$\lambda$	Wellenlänge		
$\mu$	dynamische Zähigkeit		
$\nu$	kinematische Zähigkeit		
$\pi$	Kreiszahl, $\pi = 3,14159\dots$		
$\rho$	Luftdichte		
$\sigma$	Schubeinstellwinkel		
$\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$	Standardabweichung der Komponenten des Windvektors		
$\Sigma$	Summe		
$\tau$	Schubspannung		
$\varphi$	geographische Breite		
$\Phi$	Geschwindigkeitspotential, Rollwinkel		
$\chi$	Azimut		
$\chi_w$	Windazimut		
$\Psi$	Stromfunktion		
$\omega$	Kreisfrequenz		
$\omega'$	Komponente von $\underline{\Omega}_E$ in der geographischen Breite $\varphi$		
$\underline{\Omega}$	Drehgeschwindigkeitsvektor		
$\underline{\Omega}_E$	Vektor der Winkelgeschwindigkeit der Erde, $\underline{\Omega}_E = 7,29010\cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$		

---

*Kap.0: Bezeichnungen*


---

**Allgemeine Vereinbarungen**

$\dot{X}$	Ableitung der Variablen $X(t)$ nach der Zeit $t$
$\hat{X}$	LAPLACE-transformierte Variable $X$ ( $\hat{X}(s) = \mathcal{L}\{X(t)\}$ )
$\bar{X}$	zeitlicher Mittelwert der Variablen $X(t)$

**Indizes**

a, A	aerodynamisch
ap., aper.	aperiodisch
f	flugzeugfest
F	Schub
g	geodätisch
ges	gesamt
grenz	Grenzwert
H	Höhenleitwerk
i	Allgemeiner Zählindex
k	bahnachsenbezogen
max	Maximum
min	Minimum
Ph	Phygoide
R, ref	Referenz
S	Stall (Strömungsabriss)
St	Staupunkt
W	windachsenbezogen
0	Anfangswert für $t = 0$
$\infty$	stationärer Endwert für $t \rightarrow \infty$

**Abkürzungen**

Abschn.	Abschnitt
Gl., Gln.	Gleichung, Gleichungen
KS	Koordinatensystem

# 1. Einleitung

## 1.1. Allgemeine Problemstellung

Erfahrene Piloten vertreten oft die Meinung, dass es in der Luftfahrt eigentlich keine neuen Probleme gebe – lediglich ein zunehmendes Wissen um die Probleme, die es schon immer gegeben habe [1]. Ein charakteristisches Beispiel dafür, wie zutreffend diese Aussage ist, sind die Zusammenhänge, die in den letzten Jahren bei Flugzeugunfällen infolge Windscherungen offenkundig geworden sind.

Die meteorologischen Vorgänge im untersten Bereich der Troposphäre und ihre Einflüsse auf den Flugverkehr haben seit den ersten Tagen der Fliegerei immer wieder zu Anforderungen geführt, die im Zuge der weltweiten Entwicklung des Luftverkehrs nach ingenieurmäßigen Lösungen verlangten. Schlechte Sicht, tiefe Wolkenschichten, Vereisung und Turbulenz gehören zu den hinlänglich bekannten und im Wesentlichen beherrschten Gefahren des Allwetter-Flugbetriebs. Zu wenig Aufmerksamkeit wurde jedoch bisher den Wechselwirkungen zwischen dem Flugzeug und den Bewegungen der umgebenden Luft geschenkt: Stationäre Windverhältnisse (Gegen-, Rücken und Seitenwind, Thermik) werden hauptsächlich bei Flugleistungsberechnungen berücksichtigt, haben jedoch auch beachtliche Auswirkungen auf die Lösung navigatorischer Aufgaben.

Die hochfrequenten, statistisch verteilten Luftbewegungen (Turbulenz, Böen), die sich als Scherung<sup>\*</sup> des Windes infolge kleinskaliger turbulenter Vorgänge beschreiben lassen, können zu Beeinträchtigungen des Passagierkomforts und der Strukturfestigkeit des Flugzeugs führen. Einen erheblichen Einfluss auf die Flugsicherheit können aber auch *Windscherungen* haben, die infolge einer Scherung des mittleren Windfeldes entstehen (Grenzschichtscherung, Scherung in Strahlströmen), sowie in noch stärkerem Ausmaß Scherungen durch mesoskalige instationäre Strömungsvorgänge in der Atmosphäre (Aufwinde, Fronten, Fallwinde).

Bei der Betrachtung der Anregungen, die ein Flugzeug auf seiner Bahn durch diese Windänderungen erfährt, hat sich eine frequenzmäßige Trennung der Windstörungen als zweckmäßig erwiesen. Im Unterschied zu den hochfrequenten Böenstörungen werden die beiden letztgenannten Formen von Windscherungen oft als niederfrequente Windänderungen aufgefasst [42]. Diese Bezeichnung wird im Folgenden sinngemäß verwendet.

Die Analyse von Flugunfällen hat ergeben, dass in den vergangenen zehn Jahren weltweit nicht weniger als 25 schwere Flugzeugabstürze im Flughafen-Nahbereich ursächlich auf die Einwirkung von Scherwinden zurückzuführen sind [124]. Darüber hinaus kann angenommen werden, dass sich auch eine Reihe von weiter zurückliegenden Flugunfällen mit großer Wahrscheinlichkeit infolge einer drastischen Windänderung ereigneten (vgl. dazu auch Anhang A1).

Oft wurde bei diesen Unfällen in Ermangelung anderer Indizien „menschliches Versagen“ angeführt. Der direkte Nachweis eines Windeinflusses als Unfallursache war lange Zeit nicht möglich, da in den meisten Fällen außer dem am betreffenden Flughafen in Bodennähe gemessenen Wind keine weiteren Daten über die Bewegung der Atmosphäre zugänglich waren.

---

<sup>\*</sup> Unter *Scherströmungen* werden ganz allgemein solche Strömungen verstanden, in denen an sich berührenden Schichten des strömenden Mediums Tangentialkräfte auftreten.

Grundsätzlich ist der Wind jedoch abhängig von Ort und Zeit. Bei der Angabe von gemessenen Windvektoren in Wettermeldungen handelt es sich um jeweils über 10 Minuten gemittelte Werte in einer Messhöhe von 10 m am Ort der Beobachtungsstation, die oft weit von der Landebahn des betreffenden Flughafens entfernt ist. Man kann davon ausgehen, dass diese Beobachtungen in vielen Fällen nicht ausreichend repräsentativ für die tatsächlichen Windverhältnisse längs der Flugbahn eines anfliegenden Flugzeugs sind [2].

Auch den Piloten standen zunächst keine Instrumente zur Verfügung, die ihnen einen Anhaltspunkt über die herrschenden Windgeschwindigkeiten boten. So wurden vielfach die Ursachen für eine verfehlte Landung an anderer Stelle gesucht: Es wurden Fehler des Piloten, etwa infolge Übermüdung, aber auch Fehler der Funknavigationsanlagen oder des Autopiloten vermutet.

Mit der Einführung der Instrumenten-Landesystem (ILS)-Kategorien II und III, die niedrigere Wetterminima für Instrumentenlandungen zuließen, und den Bemühungen um die Entwicklung automatischer Landesysteme, die höchste Anforderungen an die Präzision der Bahnführung im Flughafen-Nahbereich stellten, fand das Problem der Windscherung zum ersten Mal in größerem Maße Beachtung. So muss seit 1970 bei der Zulassung von Flugreglern der Nachweis erbracht werden, dass ein bestimmter (konstanter) Windgradient im Landeanflug ausgeglichen werden kann [3] [62].

Die Untersuchung der dynamischen Vorgänge in der Atmosphäre und ihrer Auswirkungen auf die Flugbewegungen wurde entscheidend verbessert durch den fortschreitenden Einsatz von Navigationsanlagen, die eine An-Bord-Bestimmung der Übergrundgeschwindigkeit ermöglichen. Gleichzeitig sind die heutigen Flugzeuge aufgrund der vielfältigen Flugführungs- und Flugüberwachungsaufgaben mit einer außergewöhnlich großen Anzahl von Sensoren ausgestattet, die eine Vielzahl von Flug- und Betriebszustandsgrößen messen und als elektrische Signale darstellen. Die Fluggesellschaften gehen immer mehr dazu über, in den modernen Strahlverkehrsflugzeugen, speziell in den Großraumflugzeugen, den Umfang der laufend an Bord registrierten Flugdaten zu erweitern. Die Mindestanforderung für Flugunfallschreiber wird von den Zulassungsbehörden bisher auf fünf Parameter begrenzt, die jedoch keine Rückschlüsse auf die Windkomponenten ermöglichen [4]. Demgegenüber gestattet heute die Einführung von sog. *Performance and Maintenance Recordern* (PMR) im Linienbetrieb die fortlaufende Rohdatenaufzeichnung zur späteren Ermittlung und Analyse des Windvektors längs der Flugbahn [5].

Anhand solcher Aufzeichnungen gelang es Mitte der siebziger Jahre im Zusammenhang mit mehreren schweren Flugzeugabstürzen [6] [7] [8] erstmals, die jeweiligen Windverhältnisse am Ort des Flugzeugs zu rekonstruieren und zu bewerten [9]. Die hierbei gewonnenen Erkenntnisse zeigten, wie dringend die Probleme von Windscherungen bei Start und Landung erforscht werden mussten. Umfangreiche Forschungsprogramme wurden international ins Leben gerufen [10] [11] und haben inzwischen zu ersten Erfolgen und Auswirkungen auf Flugbetrieb, Pilotentraining und Cockpit-Instrumentierung geführt.

Als wichtigstes Ergebnis gilt festzuhalten, dass es sich bei den Einflüssen von Windscherungen auf Flugzeugbewegungen nicht um ein reines Problem der Meteorologie handelt. Vielmehr müssen durch die stark interdisziplinäre Verkopplung auch Fragen aus den Gebieten Strömungsmechanik, Physik, Thermodynamik und Flugmechanik beantwortet werden. So ist es nicht überraschend, dass sich in den vergangenen Jahren eine rege Forschungstätigkeit auf diesen Gebieten entfaltet hat.

## 1.2. Stand der Technik

Da derzeit weltweit umfangreiche Anstrengungen in Forschung und Industrie zur Erforschung des angesprochenen Problems betrieben werden, ist die Beschreibung des aktuellen Stands der Technik, wie oft in vergleichbaren Situationen, mit gewissen Schwierigkeiten verbunden. Erfahrungsgemäß finden die Ergebnisse der Industrieforschung erst bei Patentreife ihren Ausdruck in Veröffentlichungen (nicht zuletzt als Folge des geltenden Patentrechts), während wissenschaftliche Erkenntnisse nicht selten mit ein- bis zweijähriger Zeitverzögerung publiziert werden. Noch wesentlich später erscheinen diese Erweiterungen des Wissensstandes in der Standard-Fachliteratur.

Dessen ungeachtet soll hier zumindest der Stand der Technik dargestellt werden, der als Grundlage für die vorliegende Arbeit diene.

### 1.2.1. Scherwindmodelle und meteorologische Studien

Bei der Untersuchung der Wechselwirkungen zwischen Flugzeug und umgebender Atmosphäre wurden bisher vorrangig die Methoden der Statistik angewandt. Es existiert eine stattliche Anzahl von wohl definierten Modellen, die die statistischen Eigenschaften der atmosphärischen Turbulenzen nachbilden [12] [13] [14] [15]. Die Auswahl reicht dabei von relativ einfachen, theoretischen Modellen, die sich besonders für die analytische Behandlung von Windinflüssen eignen, bis zu hoch entwickelten Böenmodellen. Diese berücksichtigen z.B. nichtlineare Effekte wie die sog. *patchiness* oder *intermittency* der Windstörungen, wie sie von Piloten im Simulatortraining zur realistischen Wiedergabe der Störeinflüsse des Windes gefordert werden. Doch selbst diese ausgefeilten Darstellungen tragen den deterministischen Schwankungen, denen der Mittelwert der Böen unterworfen ist, nicht ausreichend Rechnung. Die sich im Vergleich zu den Böen relativ langsam ändernden Windgeschwindigkeiten sind unter dem Begriff Windscherung in der Meteorologie seit langer Zeit bekannt.

Auf das Fehlen geeigneter Meßmethoden ist es zurückzuführen, dass bisher nur wenige Daten über die deterministischen und statistischen Eigenschaften dieses Phänomens vorlagen. ASSMANN [125] und HELLMANN [126] gaben bereits in den zwanziger Jahren Windgeschwindigkeiten an, die in größeren Höhen (Ballonmessungen bis über 4.000 m bzw. Messungen am Eiffelturm bis in ca. 300 m Höhe) durchgeführt wurden. Neuere Ergebnisse von Turmmessungen bis zu ca. 100 m sind z.B. in [16] verfügbar. Ziel der von der INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION (ICAO) [17] und der FEDERAL AVIATION ASSOCIATION (FAA) [18] aufgestellten Forderungen war die Erweiterung des Kenntnisstandes über das Auftreten von Windscherungen und eine geeignete Modellbeschreibung der meteorologischen Vorgänge.

Während die Untersuchung von Stärke und Häufigkeit von Windscherungen, die für startende und landende Flugzeuge gefährlich werden können, bisher nur in vereinzelten Fällen zu brauchbaren Ergebnissen geführt hat [19] [128], können zur analytischen Darstellung bestimmter Scherwindsituationen bereits eine Reihe von Windmodellen verwendet werden [20].

Detaillierte Angaben über mögliche Ursachen von Windscherungen in der Nähe von Flughäfen sind in [21] zu finden. Neueste Erkenntnisse über die vielfältigen Erscheinungsformen der Windscherungen sind anschaulich in [22] dargestellt.

KOSCHMIEDER [127] befasste sich bereits 1953 mit der modellhaften Wiedergabe von Gewitterströmungen. In der amerikanischen Literatur existieren zwei unterschiedliche mathematische Darstellungsmethoden dieses, wie später beschrieben wird, wohl gefährlichsten Scherwindszenariums.



Zum einen ist eine Anzahl dieser Strömungsvorgänge in Form von Zahlenwertetabellen erfasst, in denen die jeweiligen Komponenten des Windvektors an Rasterstützstellen gespeichert sind [23]. Mit Hilfe von Interpolationsprogrammen können die Windgeschwindigkeiten in der Vertikalebene so bestimmt werden, wie sie bei der Messung örtlich und zeitlich vorgelegen haben. Veränderte Randbedingungen oder Parameterveränderungen lassen sich mit diesen „eingefrorenen“ Modellen nicht verwirklichen, so dass sie für die Untersuchung physikalischer Zusammenhänge nur in begrenztem Umfang zu gebrauchen sind.

In einem anderen Modell wird mit Hilfe eines umfangreichen digitalen Simulationsprogrammes die räumliche und zeitliche Ausbreitung der Böenfront eines Gewitters nachgebildet [24]. Aufbauend auf einem einfacheren Modell aus einer früheren Arbeit [25], wird dort der strömungsmechanische und thermodynamische Hintergrund einschließlich des Energieaustausches in der Atmosphäre durch Turbulenz berücksichtigt. Dabei ist die Möglichkeit von Parametervariationen gegeben. So können u.a. die Bodenrauigkeit und der anfängliche Temperaturdefekt verändert werden. Für die Untersuchung der flugphysikalischen Zusammenhänge in Windscherungen hat sich dieses Modell jedoch als zu komplex erwiesen.

Eine Vielzahl von meteorologischen Messergebnissen der Strömungsvorgänge in Gewittern ist in [26] [27] [28] wiedergegeben.

Eine umfangreiche Bibliographie der jüngsten Forschungsergebnisse auf dem Gebiet der Flugwetterkunde einschließlich der Windscherungen in niedrigen Höhen ist in [29] enthalten.

### **1.2.2. Arbeiten zu flugmechanischen Auswirkungen von Windscherungen**

Schon vor über 30 Jahren wurden erste Überlegungen zur Untersuchung des Einflusses von Windscherungen auf die Flugbahn von Flugzeugen angestellt. ETKIN führte Berechnungen der Steig- und Sinkflugbahnen eines Flugzeuges unter Einwirkung konstanter Gradienten aus und wies dabei bereits 1947 auf mögliche Gefahren von Scherwinden hin [30].

In der Ära der Propellerflugzeuge stellten Windscherungen offensichtlich keine außergewöhnliche Gefährdung der Flugsicherheit dar, wenn man von der Anzahl der Veröffentlichungen im Zeitraum bis etwa Mitte der sechziger Jahre Rückschlüsse auf die Aktualität dieses Themas zieht.

Dies kann auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden:

- Die Kolbentriebwerke früherer Propellerflugzeuge zeichneten sich, verglichen mit den heutigen Strahltriebwerken, durch ein bedeutend schnelleres Ansprechverhalten des Schubes aus, so dass Störungen der Fluggeschwindigkeit rascher kompensiert werden konnten;
- der Propellerstrahl erzeugte bei Schubvergrößerung einen stärkeren Luftstrom über die Tragflächen (*prop wash*) und lieferte auf diese Weise gleichzeitig einen beträchtlichen Zusatzauftrieb;
- die geometrischen Dimensionen und trägen Massen der Propellerflugzeuge waren gegenüber den modernen Großraumflugzeugen vergleichsweise klein;
- nicht zu unterschätzen ist ein statistischer Effekt: Die geringere Dichte des Luftverkehrs in den fünfziger Jahren sowie die erst in der Entwicklung befindliche Schlechtwetterinstrumentierung ließen damals zweifellos weniger häufig eine Begegnung mit dem Phänomen einer rapiden Windänderung stattfinden als heute, wo Starts und Landungen auch unter widrigsten Wetterverhältnissen oft unvermeidbar sind.

Größere Aufmerksamkeit erregten Windscherungen erst wieder Anfang der sechziger Jahre durch das Auftreten folgenschwerer Zwischenfälle, als deren Ursache eine plötzliche Scheerung des Vertikalwindes erkannt wurde. Dies zunächst unerklärliche meteorologische Geschehen wurde als *Clear-Air Turbulence* (CAT) bezeichnet [31]. In einem einfachen Gedankenexperiment erklärte MERSON 1963 das unterschiedliche Verhalten von Fluggeschwindigkeit und Bahngeschwindigkeit nach einer sprungförmigen Windänderung [32].

LUERS und REEVES benutzten in ihrer Studie [33] theoretische Windprofile der atmosphärischen Bodengrenzschicht und kombinierten diese mit sprungförmigen Änderungen des Horizontalwindes, um Berechnungen der Aufsetzpunkt-Abweichungen für verschiedene Flugzeugtypen durchzuführen.

Stufenförmige Änderungen der Windes, d.h. unendlich große Gradienten der Windgeschwindigkeit, sind zwar theoretisch die denkbar stärksten Windscherungen. In der Natur werden derartige Windsprünge aber wahrscheinlich niemals angetroffen<sup>\*</sup>.

Eine bessere, jedoch immer noch stark vereinfachende Annäherung der tatsächlichen Verhältnisse ist durch Windmodelle gegeben, bei denen sich innerhalb einer bestimmten Scherschicht die Windgeschwindigkeit linear, d.h. mit konstantem Gradienten, von einem Wert zu einem anderen ändert.

Erste Stabilitätsbetrachtungen für Pfeilflügelflugzeuge unter dem Einfluss konstanter Horizontalwind-Gradienten stammen aus Analogrechnerstudien von SNYDER [35]. Neben der Ermittlung der Flugzeugreaktionen bei festgehaltenen Steuerausschlägen wurde hier untersucht, wie sich die Steuerstrategien „konstante Nicklage“ und „konstante Fluggeschwindigkeit“ auf das dynamische Verhalten des Flugzeugs im Landeanflug auswirken. Das Steuerkonzept der konstanten Fluggeschwindigkeit wurde dabei nur unter Verwendung des Höhenruders realisiert, so dass es infolge der Windänderungen zwangsläufig zu nachhaltigen Bahnabweichungen kam. Die Rolle des Triebwerksschubes als weitere wesentliche Stellgröße blieb hier unberücksichtigt, was vermutlich mit dem Fehlen eines geeigneten Vortriebsreglermodells zu begründen ist.

Die zur Lösung der Scherwindproblematik fundamentale Erkenntnis einer erforderlichen Anpassung der Totalenergie des Flugzeuges an die veränderlichen Windbedingungen ist ohne Frage einem Praktiker zuzuschreiben. Der Linienspilot MELVIN zeigte die Zusammenhänge zwischen den Windänderungen im Landeanflug und den erforderlichen Schubantworten auf [36] [37].

GERA brachte den Einfluss konstanter Horizontalwind-Gradienten in die linearisierten Differentialgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung ein [38].

Die von ihm angestellte kurze Stabilitätsbetrachtung wurde von SHERMAN vor dem Hintergrund der inzwischen wesentlich verbesserten Kenntnisse über das meteorologische Szenarium fortgeführt [39]. Ergänzt wurden diese Betrachtungen durch eine Studie des Bahnwinkeleinflusses auf die Längsstabilität in Windscherungen [40].

---

<sup>\*</sup> Bereits PRANDTL empfahl die Beachtung des alten Spruches „*Natura non facit saltus*“ als Richtschnur zur Prüfung der physikalischen Zuverlässigkeit von Lösungen, die mit Hilfe von vereinfachten Näherungen gefunden wurden [34].

In neueren Arbeiten wurde der Einfluss von sinusförmigen Horizontal- und Vertikalwindverläufen auf die Bewegung des ungesteuerten Flugzeugs untersucht. Darin wird bestätigt, dass die größten Störungen der Flugzeugbewegung auftreten, wenn die Windänderungen in Resonanz mit der Phygoidbewegung des Flugzeugs erfolgen [41] [42]. Ferner wird ausgeführt, dass es bei sinusförmigen Änderungen des Horizontalwindes zu größeren Abweichungen der Fluggeschwindigkeit kommt als bei Störungen durch Vertikalwind [43] [44].

In zwei kurzen Aufsätzen wurde der Einfluss von Scherwindgradienten auf die statische Geschwindigkeitsstabilität behandelt [45] [46]. Es wird die Empfehlung ausgesprochen, zur Verbesserung der Geschwindigkeitsstabilität sowohl die Anfluggeschwindigkeit als auch die Widerstandskonfiguration zu vergrößern, wenn eine Windscherung im Landeanflug erwartet wird.

Es kann an dieser Stelle nur ein begrenzter Überblick über die mehr als 300 Arbeiten gegeben werden, die sich bis jetzt mit der Scherwindproblematik beschäftigt haben. Besonderer Wert wurde jedoch darauf gelegt, die grundlegenden Untersuchungen zu nennen, die als guter Ersatz für die auf diesem Gebiet bisher fehlenden Standardwerke der Fachliteratur dienen können. Eine Vielzahl weiterer Veröffentlichungen ist, teilweise kommentiert, in verschiedenen Bibliographien verzeichnet [47] [48] [49] [50].

### 1.3. Ziel der Arbeit

Mit der Einführung der strahlgetriebenen Verkehrsflugzeuge hat die Gefährdung der Flugsicherheit durch Windscherungen unverkennbar zugenommen. Obwohl, insbesondere in den USA, eine große Anzahl von Untersuchungen zum Verhalten einzelner Flugzeuge in speziellen Scherwindsituationen durchgeführt wurde, ist das Problem, die Auswirkung einer vorgegebenen Windscherung auf ein Flugzeug qualitativ zu beschreiben, noch nicht zufriedenstellend gelöst.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Einflüsse von ortsabhängigen Windgeschwindigkeiten auf die dynamische Längsstabilität eines Flugzeugs zu untersuchen. Durch das Antwortverhalten des Luftfahrzeugs entsteht aus dem ursprünglich rein meteorologischen Phänomen einer Scherung des Windvektors ein flugphysikalischer Prozess, bei dem das dynamische Bewegungsverhalten des Flugzeugs nachhaltig verändert wird. Es ist zu klären, in welcher Weise sich das Flugverhalten verändert und welche Rolle die neuen Flugeigenschaften in Bezug auf eine mögliche Gefährdung der Flugsicherheit spielen.

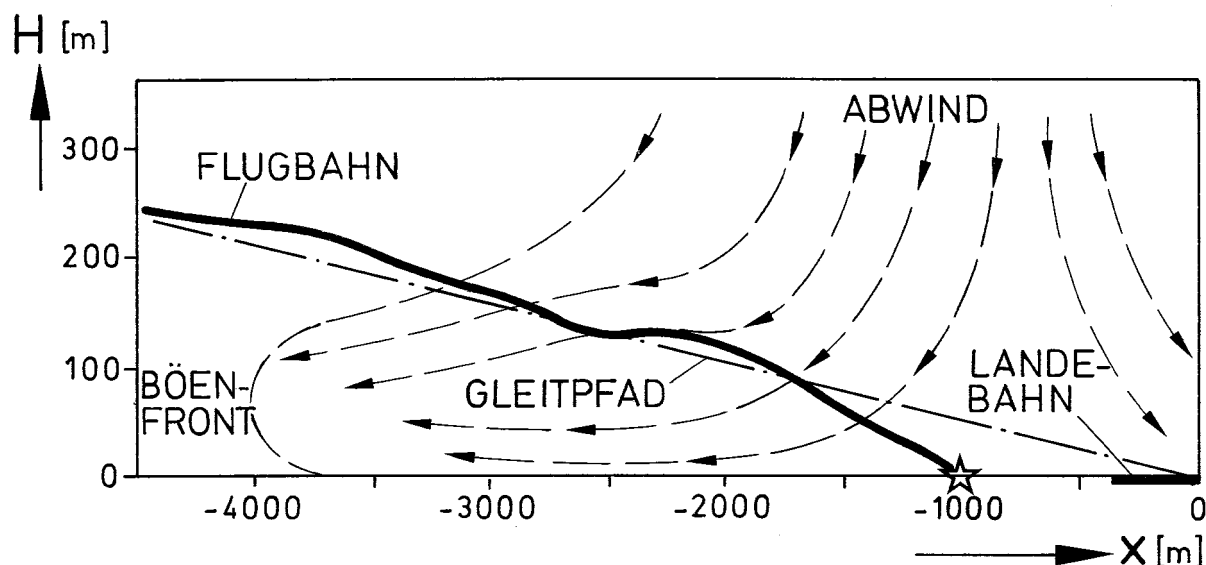


BILD 1: Flugbahn und Windströmungen bei einem folgenschweren Flugzeugabsturz infolge Windscherung (nach [81]).

In bestimmten meteorologischen Situationen (siehe z.B. BILD 1) können strömungsmechanisch bedingte Kombinationen von Horizontal- und Vertikalwind-Änderungen auftreten, deren Auswirkungen sich im ungünstigsten Fall addieren.

Andererseits können anhand vorliegender meteorologischer Beobachtungen Größenordnungen für die in der Natur zu erwartenden Windgradienten angegeben werden, die eine zahlenmäßige Begrenzung der zu variierenden Parameter einer Stabilitätsanalyse des Systems „Flugzeug im Windfeld“ und eine praxisorientierte Wertung der dabei gewonnenen Ergebnisse gestatten.

Mit Hilfe von linearisierten Bewegungsdifferentialgleichungen für die Starrkörper-Längsbewegung eines Beispielflugzeugs und vereinfachten Windmodellen sollen die physikalischen Zusammenhänge aufgezeigt werden, die sich hinter dem Phänomen *Flugunfälle infolge Windscherungen* verbergen. Dabei soll der Gültigkeitsbereich der verwendeten Linearisierungsansätze abgesichert werden durch einen Vergleich der Ergebnisse mit nichtlinearen digitalen Simulationsrechnungen.

Zielvorstellung ist hierbei eine allgemeingültige Beschreibung der Flugzeugbewegung, unabhängig vom angesetzten Flugzeug- und Scherwindmodell, die nach Möglichkeit eine frühzeitige Prognose über das zu erwartende Verhalten des Luftfahrzeugs und damit verbunden über die weitere Sicherheit des Flugbetriebs und die öffentliche Sicherheit liefert.

## 2. Meteorologische Grundlagen

### 2.1. Problembeschreibung

Zur Untersuchung der Windeinflüsse auf die Flugzeugbewegung müssen geeignete mathematische Modelle für die auftretenden meteorologischen Windströmungen und Windschersituationen gefunden werden. Wie bereits einleitend ausgeführt wurde, sind die in der Literatur [23]-[25] angegebenen Windmodelle für die vorliegende Aufgabenstellung zu komplex und liefern insbesondere für die Windgradienten, die bei den nachfolgenden linearisierten Betrachtungen große Bedeutung erlangen, keine geeigneten Darstellungen. Aus diesem Grunde wird im Abschnitt 2.4 ein eigener Modellansatz vorgeführt, der einerseits die Strömungsvorgänge in der Atmosphäre hinreichend genau wiedergibt, andererseits eine qualitative Analyse des Flugzeugverhaltens in Windscherungen erleichtert.

Als Wind bezeichnet man definitionsgemäß die Bewegung der atmosphärischen Luftmasse gegenüber der als ruhend angesehenen Erdoberfläche. In der Meteorologie wird der Wind nach Stärke und Richtung bestimmt (Polarkoordinaten). Als Richtung wird dabei immer die Himmelsrichtung angegeben, aus der der Wind weht.

Abweichend davon soll im Folgenden der Windvektor in kartesischen Koordinaten dargestellt werden, wobei als Bezugskoordinatensystem ein geodätisches Achsensystem entsprechend der Definition in [90] verwendet wird. Zur Beschreibung des Windvektors  $\underline{V}_W$  an einem vorgegebenen Ort im Raum sind dann die drei Komponenten in die jeweiligen Achsenrichtungen ausreichend:

$$\underline{V}_{Wg} = \begin{pmatrix} u_{Wg} \\ v_{Wg} \\ w_{Wg} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Der Wind kann sowohl eine Funktion des Ortes als auch der Zeit sein:

$$\underline{V}_W = \underline{V}_W(x, y, z, t) \quad (2)$$

Die auftretenden Windvektoren sind von einer Vielzahl physikalischer, meteorologischer, thermodynamischer und orographischer Einflüsse abhängig. Es ist leicht einzusehen, dass die Darstellung der Strömungsvorgänge mit Hilfe allgemeingültiger Windmodelle z.B. in digitalen Simulationsprogrammen mit einem erheblichen Programm- und Rechenzeitaufwand verbunden ist.

Als einfaches Beispiel einer Scherströmung sei hier der Durchmischungsvorgang genannt, der entsteht, wenn zwei Parallelströmungen mit anfangs ( $t = 0$ ) unterschiedlichen Geschwindigkeiten und/oder Richtungen infolge Reibung miteinander in Wechselwirkung treten; dabei sei auch das Verschwinden einer der Geschwindigkeiten, z.B.  $U_2 = 0$  (feste Wand), mit eingeschlossen.

BILD 2 zeigt den sich ausbildenden Geschwindigkeitsverlauf in der Zwischenschicht [54]. Geschwindigkeit  $u(z)$  und Scherschichtdicke  $\delta$  sind eine Funktion der Mischungsstrecke  $x$  bzw. der Mischungsdauer  $t$ , während die Quergeschwindigkeitskomponente in  $z$ -Richtung, in unserem Fall die Vertikalwindkomponente  $w$ , im Vergleich zur Längsgeschwindigkeit  $u$  als gering angenommen wird.

Kap. 2.1: Problembeschreibung

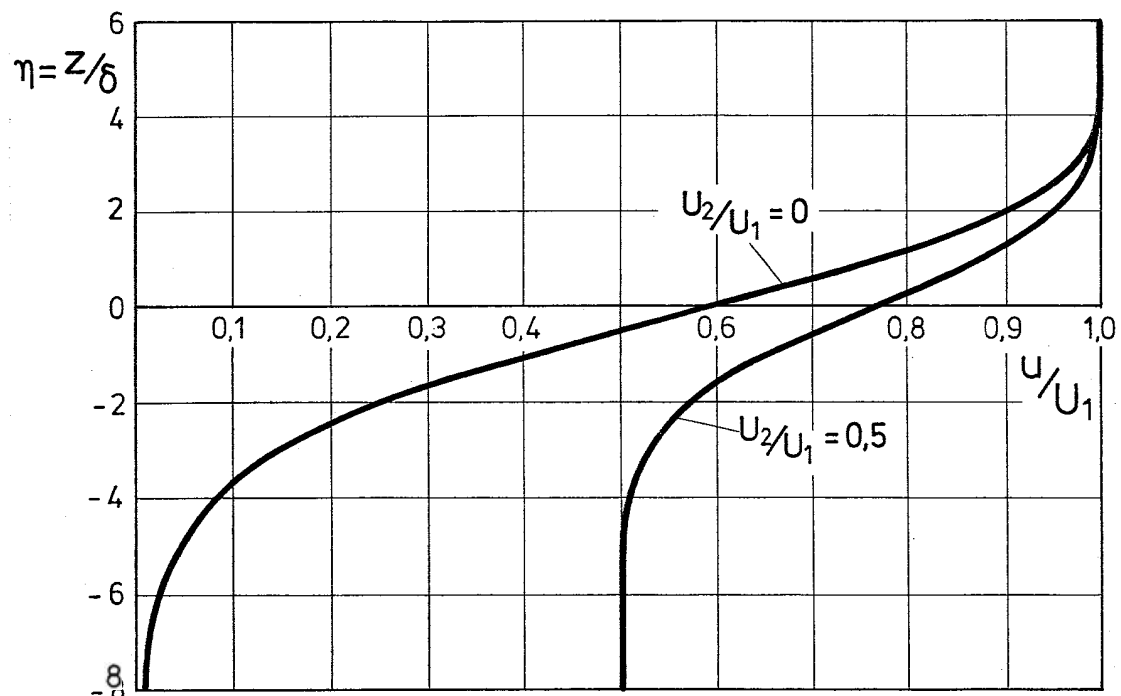
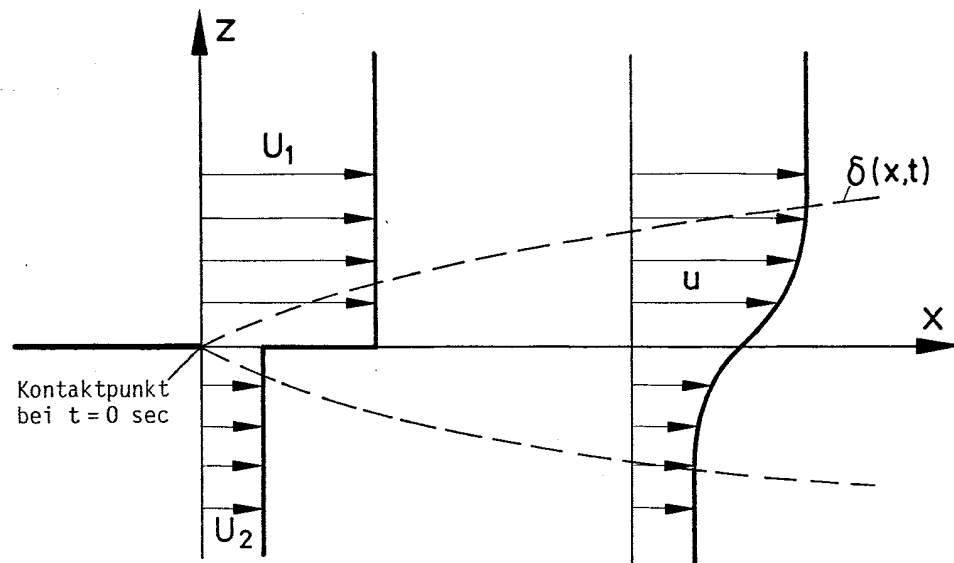


BILD 2: Geschwindigkeitsverlauf in einer laminaren Trennungsschicht zwischen zwei Parallelströmungen (nach [54]).

( $\eta = z/\delta$  : Querkoordinate, mit der Grenzschichtdicke  $\delta$  normiert).

Strömungen mit Reibungseinflüssen werden mathematisch durch die *NAVIER-STOKES*chen Gleichungen beschrieben. Diese nichtlinearen Differentialgleichungen zur Beschreibung des örtlichen und zeitlichen Geschwindigkeitsprofils lassen sich zumeist nur numerisch lösen [55]. Sie reichen jedoch zur Beschreibung der atmosphärischen Windscherungen nicht aus. Zusätzlich zu den Einflüssen von Druckunterschieden, Gravitationskräften und Zähigkeit, die in den *NAVIER-STOKES*chen Gleichungen enthalten sind, müssen in der freien Atmosphäre als weitere Effekte berücksichtigt werden:

- a) die ablenkende Kraft der Erddrehung, die *CORIOLIS*-Kraft, die beim Übergang vom ruhenden zum rotierenden Bezugssystem wirksam wird;
- b) Inhomogenitäten in der Zusammensetzung der Atmosphäre, die durch unterschiedliche Temperaturen und Luftdichten verursacht wird;
- c) der Einfluss der Turbulenz in der atmosphärischen Grenzschicht. Untersuchungen der Windgeschwindigkeitsverteilung im ersten Kilometer über der Erdoberfläche zeigten, dass die molekularen Eigenschaften des Mediums Luft (Viskosität, Wärmeleitfähigkeit, Diffusion) allein nicht ausreichen, um die beobachteten Geschwindigkeitsprofile zu erklären. Das führte u.a. zur Definition eines um mehrere Zehnerpotenzen größeren Ausdrucks  $A$ , der nach [56] *Austausch* genannt wird und die Dimension einer Zähigkeit hat:  $[A] = \text{kg}/(\text{ms})^*$ . Er beschreibt analog zur molekularen Diffusion die in großem Maßstab stattfindende Durchmischung der Luft als mechanische Verwirbelung (Turbulenz).
- d) Beim Um- bzw. Überströmen von orographischen Hindernissen wird das Windfeld gestört und deformiert [108]. Dabei spielt sowohl die Geländegestalt als auch der Bewuchs eine große Rolle. Die entsprechenden Parameter ändern sich wegen der Vieltätigkeit der Erdoberfläche bereits auf kleinsten Distanzen und müssen in Windmodellen eine angemessene Berücksichtigung finden.

Die zusätzlichen Merkmale der atmosphärischen Grenzschicht bewirken, dass sich eine konstante, stationäre Grenzschichtdicke einstellt, die nicht wie im Fall der längsangeströmten ebenen Platte ständig mit zunehmender Entfernung von der Vorderkante ansteigt [107].

Bereits die Lösung der oben erwähnten *NAVIER-STOKES*chen Gleichungen ist mit derart großen mathematischen Schwierigkeiten verbunden, dass bis jetzt keine allgemeinen Methoden zur Integration dieser Differentialgleichungen bekannt sind. Wegen der begrenzten Kapazität elektronischer Rechanlagen in Bezug auf Rechenzeit und Datenspeicherplatz sind mit den derzeit verfügbaren Rechnern numerische Lösungen bzw. Simulationen nur für einfache Situationen möglich. Auch das hier anstehende Problem lässt sich mit möglichst anschaulichen Methoden nur dann lösen, wenn bestimmte vereinfachende Annahmen für die Einflussfaktoren getroffen werden. Ausgehend von verschiedenen beobachteten Windschersituationen sollen die erforderlichen Vereinfachungen im Folgenden entwickelt werden.

---

\* In der Meteorologie wird der turbulente Diffusionskoeffizient  $K$  verwendet [129], der von der Luftdichte  $\rho$  unabhängig ist und mit  $A$  über die Beziehung  $A = \rho \cdot K$  zusammenhängt, wobei gilt:  $[K] = \text{m}^2/\text{s}$ .



## 2.2. Definitionen

Zum besseren Verständnis seien noch einige weitere Begriffsbestimmungen vorausgeschickt.

In der Meteorologie versteht man unter einer Windscherung die räumliche Variation des Windvektors oder seiner Komponenten in einer vorgegebenen Richtung und Entfernung. In der Luftfahrt ist diese Richtung naturgemäß die Richtung des Vektors der Flugbahngeschwindigkeit  $\underline{V}_K$  des betrachteten Flugzeugs (in Abschnitt 3.1 näher erläutert), so dass sich die Definition formulieren lässt:

- **Windscherung** ist die Variation des Windvektors nach Betrag und/oder Richtung längs der Flugbahn des betreffenden Flugzeugs.

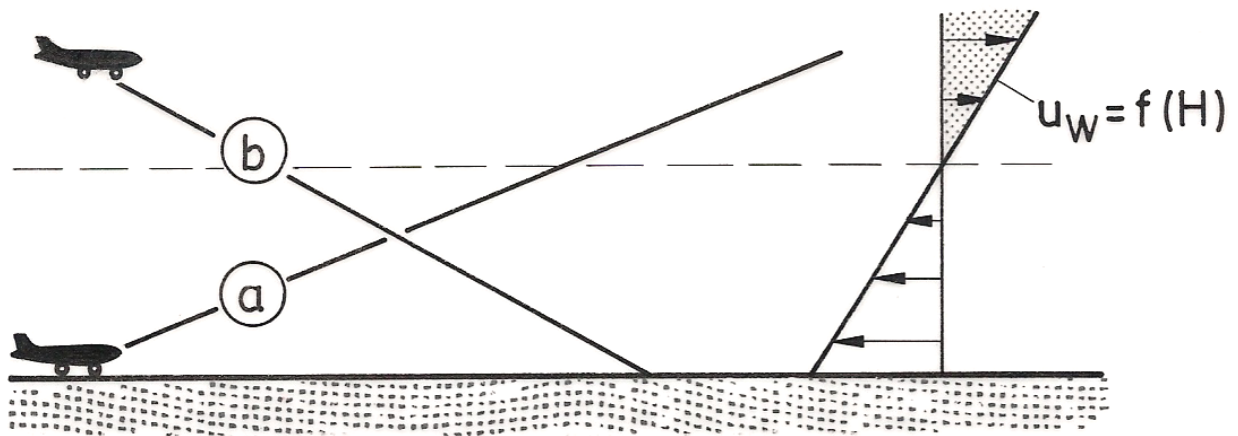
Weiterhin sei eine

- **Rückenwindscherung** (BILD 3a) eine zunehmende Rückenwindkomponente längs der Flugbahn, was einer abnehmenden Gegenwindkomponente gleichgesetzt werden kann, und
- **Gegenwindscherung** (BILD 3b) eine zunehmende Gegenwindkomponente bezüglich der Flugbahn, was gleichbedeutend sein kann mit einer abnehmenden Rückenwindkomponente.

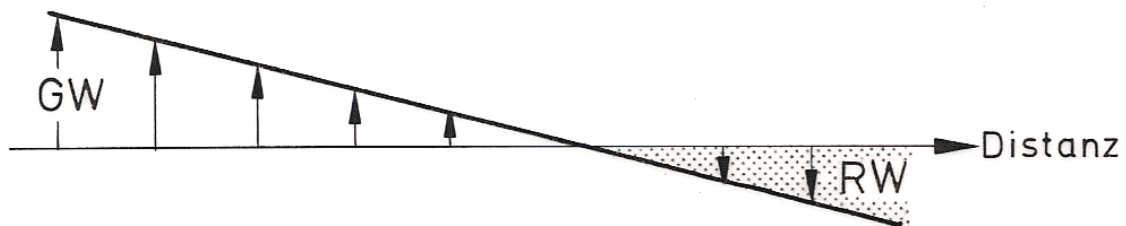
Die entscheidende Erweiterung der flugtechnischen gegenüber der meteorologischen Begriffsbestimmung besteht darin, dass das zeitliche Scherwindprofil, mit dem ein Flugzeug konfrontiert wird, erst durch die Flugbahn festgelegt wird. Unter denselben Windverhältnissen können infolge unterschiedlicher Flugbahnen völlig verschiedene Windprofile mit unter Umständen gegensätzlichen Auswirkungen wirksam werden.

Ein Beispiel soll diese Zusammenhänge verdeutlichen (BILD 3):

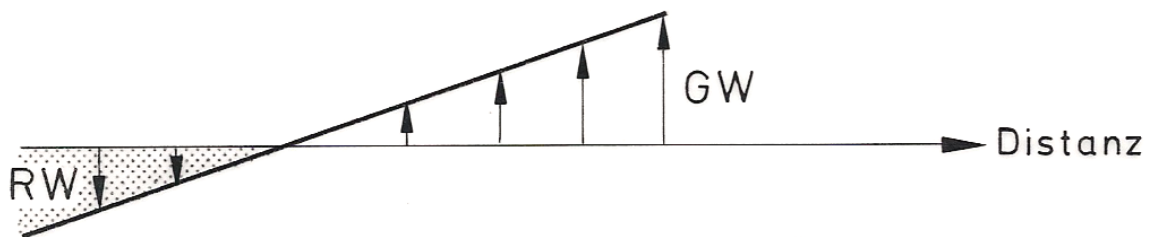
- Bei einem positiven Bahnwinkel ( $\gamma > 0$ ) wirkt längs der Steigflugbahn auf das Flugzeug eine Rückenwindscherung (BILD 3b);
- ein unter denselben stationären Windverhältnissen landendes Flugzeug ( $\gamma < 0$ ) erfährt eine Gegenwindscherung längs des Gleitpfades (BILD 3a);
- eine steilere Flugbahn führt, bezogen auf das Flugzeug, zu einer größeren Windscherung.



### a) Start: Rückenwindscherung



### b) Landung: Gegenwindscherung



RW = Rückenwind  
GW = Gegenwind

BILD 3: Zur Definition einer Rückenwind- bzw. Gegenwindscherung.

Startende und landende Flugzeuge erfahren in denselben höhenabhängigen Windverteilungen unterschiedliche Windscherungen längs der Flugbahn.

Berücksichtigt man ferner, dass der Wind gem. Gl.(2) eine Funktion des Ortes und der Zeit sein kann, so lässt sich leicht veranschaulichen, dass zwei räumlich (Formationsflug) bzw. zeitlich (Landeanflug) gestaffelte Flugzeuge oder auch zwei Flugzeuge auf unterschiedlichen Bahnen Windstörungen erfahren, die in Verbindung mit dem typischen Bewegungsverhalten dieser Flugzeuge zu vollkommen verschiedenartigen Flugzeugreaktionen führen können. Dies ist u.a. eines der wichtigsten Argumente gegen die Bestrebungen, Flugzeugführern aufgrund von bodengebundenen Windmessungen Windscherwarnungen zu übermitteln: Für jedes Flugzeug wären in Abhängigkeit von Ort und Zeit und Vorhaben individuelle Messungen und Anweisungen erforderlich [51].

Die wichtigsten Parameter einer Windscherung sind die **Windgradienten** (BILD 4), die mathematisch die Änderung des Windes längs der drei Raumkoordinaten wiedergeben und die Dimension  $[m/(m\ s)] = [s^{-1}]$  haben.

Die skalaren Gradienten der einzelnen Windkomponenten lassen sich zu einem Gradiententensor zusammenfassen, und man gewinnt auf diese Weise vollständig den Gradienten des Windvektors:

$$\text{grad } \underline{V}_w = \begin{vmatrix} u_{wx} & u_{wy} & u_{wz} \\ v_{wx} & v_{wy} & v_{wz} \\ w_{wx} & w_{wy} & w_{wz} \end{vmatrix} \quad (3)$$

Dieser Ausdruck gibt Aufschluss über das Verhalten des Windgeschwindigkeitsvektors in der Umgebung des jeweiligen Ortes im Raum, aber auch zwischen zwei Punkten. Man benötigt zur Beschreibung der Windkomponenten beispielsweise in der Umgebung des Punktes 0 bereits 12 Größen:

$$u_w = u_{w0} + u_{wx0} \delta x + u_{wy0} \delta y + u_{wz0} \delta z, \quad (4)$$

$$v_w = v_{w0} + v_{wx0} \delta x + v_{wy0} \delta y + v_{wz0} \delta z, \quad (5)$$

$$w_w = w_{w0} + w_{wx0} \delta x + w_{wy0} \delta y + w_{wz0} \delta z. \quad (6)$$

Die Darstellung entspricht einer *MACLAURIN*schen Reihenentwicklung, bei der die Glieder höherer Ordnung vernachlässigt wurden unter der Annahme, dass das Geschwindigkeitsfeld in der Nähe des betrachteten Punktes genügend genau durch die linearen Geschwindigkeitsgradienten wiedergegeben wird.

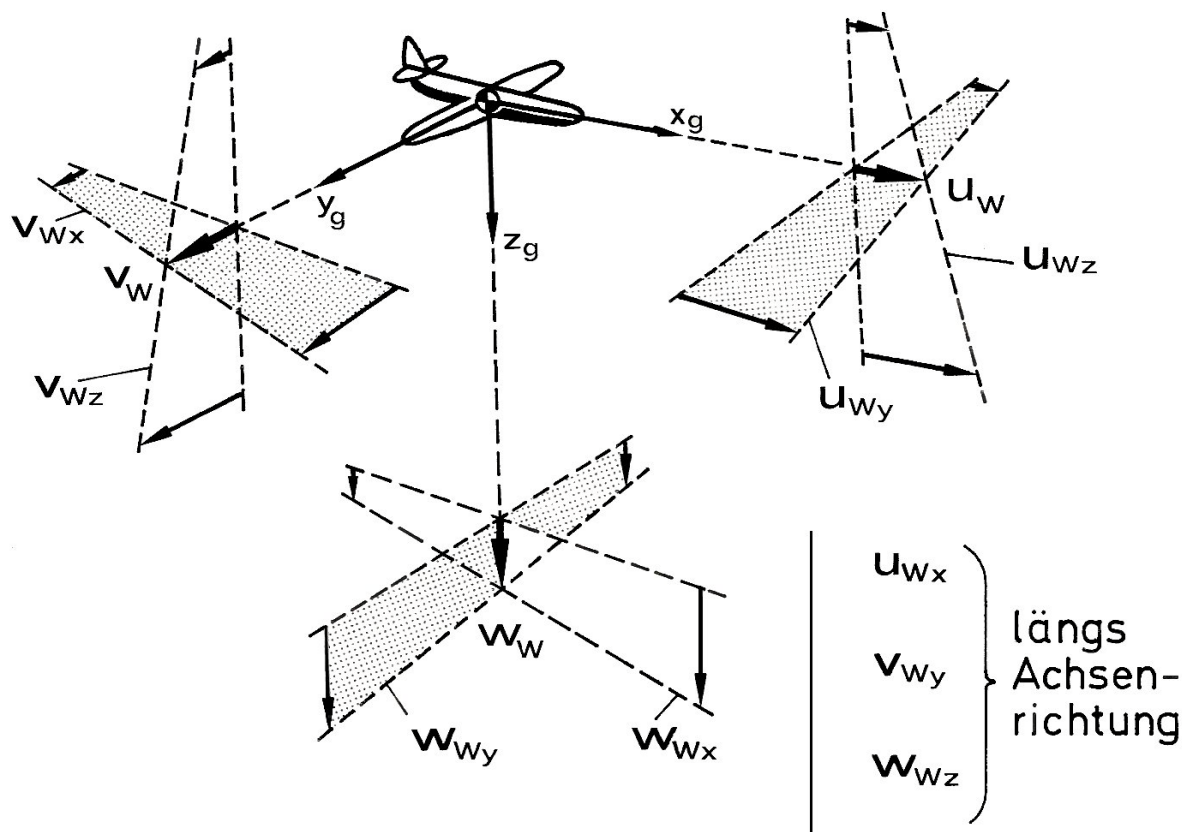


BILD 4: Zur Definition der Windgeschwindigkeiten und Windgradienten (nach [52]).

In vielen Fällen lassen sich beobachtete Windschersituationen zumindest innerhalb begrenzter Bereiche recht genau durch derartige lineare Ansätze beschreiben. Dabei ergeben sich längs einer vorgegebenen Richtung rampenförmige Windgeschwindigkeitsverläufe (BILD 5). Die Verwendung konstanter Gradienten bietet vor allem bei analytischen Untersuchungen des Zusammenwirkens von Flugzeugbewegungen und Windstörungen den großen Vorteil einer unmittelbaren Linearisierbarkeit. Es muss allerdings beachtet werden, dass größere Werte der Windgradienten in der Natur nicht über größere Distanzen auftreten. Im Einzelfall muss daher geprüft werden, ob der lineare Ansatz eines Windprofils mit einem konstanten Gradienten nicht unverhältnismäßig hohe Werte der Windgeschwindigkeit liefert.

In der vorliegenden Arbeit wird zur anschaulichen Darstellung physikalischer Zusammenhänge wiederholt auf lineare Windprofile mit konstanten Gradienten zurückgegriffen.

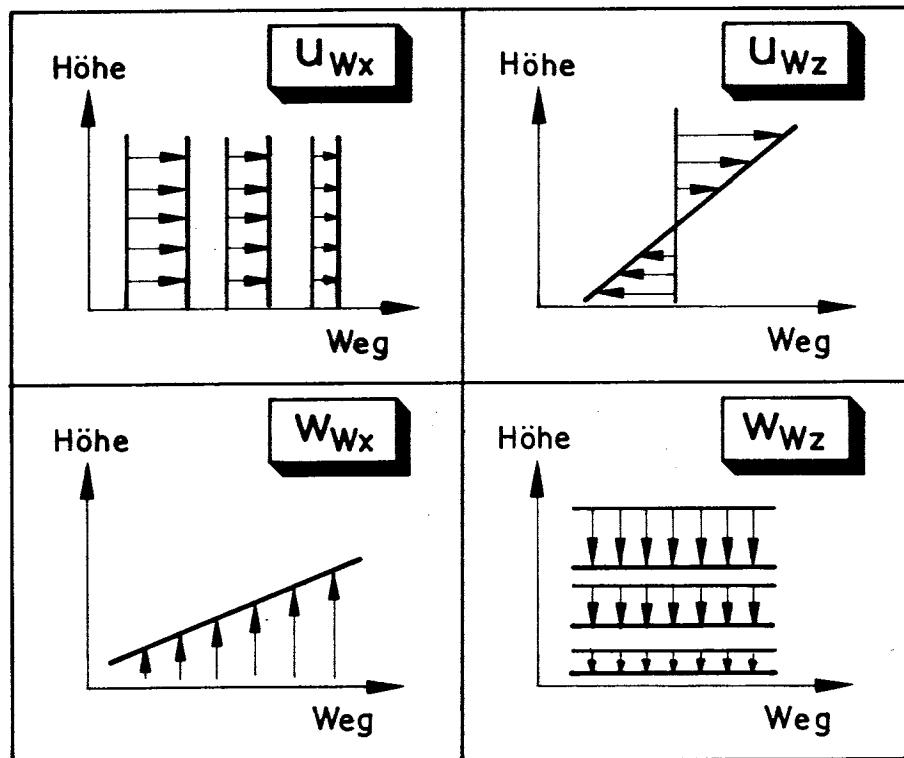


BILD 5: Einfachste Formen von Windscherungen unter Verwendung konstanter Windgradienten (dargestellt: zweidimensionaler Fall)

Mathematisch gesehen ist der Windgradient  $\text{grad } \underline{V}_W$  selbst wieder eine Orts- und Zeitfunktion:

$$\text{grad } \underline{V}_W = f(x, y, z, t) . \quad (7)$$

Das Windgradientenfeld ist i.a. inhomogen, d.h. in seinen statistischen Eigenschaften vom Ort im Raum abhängig. Die auf das Flugzeug wirkenden Windstörungen sind somit nicht unabhängig vom Weg durch das Windfeld. Neben den oben beschriebenen Änderungen der Windgeschwindigkeit längs der drei Raumkoordinaten müssen daher streng genommen auch die höheren Ableitungen der Windkomponenten berücksichtigt werden, z.B.

$$u_{Wzx} = \frac{\partial}{\partial x} \left| \frac{\partial u_W}{\partial z} \right| = \frac{\partial^2 u_W}{\partial x \partial z} \text{ usw.}$$

wenn wir uns vergegenwärtigen, dass ein mit dem Bahnwinkel  $\gamma$  fliegendes Flugzeug im Zeitintervall  $\Delta t$  sowohl einen Weg  $\Delta x$  als auch ein Höhenintervall  $\Delta z$  durchmisst. Im Folgenden wird jedoch durch eine geeignete Wahl der Strömungsbedingungen erreicht, dass die gemischten partiellen Ableitungen zu Null werden.

Auf die Zeitabhängigkeit des Windes und des Windgradienten wird an späterer Stelle noch eingegangen (Abschnitt 3.2).

## Kap. 2.2: Definitionen

Als weitere charakteristische Größen einer Windscherung, die im Hinblick auf die Flugleistungen eines Flugzeugs beachtet werden müssen, sind zu nennen:

- das Windniveau , d.h. die Größe der beteiligten Windgeschwindigkeiten, zwischen denen die Scherung stattfindet;
- die Scherschichtdicke, die z.B. mit den oben genannten Größen zusammenhängen kann über die geometrische Beziehung (BILD 6):

$$\Delta z_{WS} = z_{W2} - z_{W1} = (u_{W2} - u_{W1}) / u_{Wz}.$$

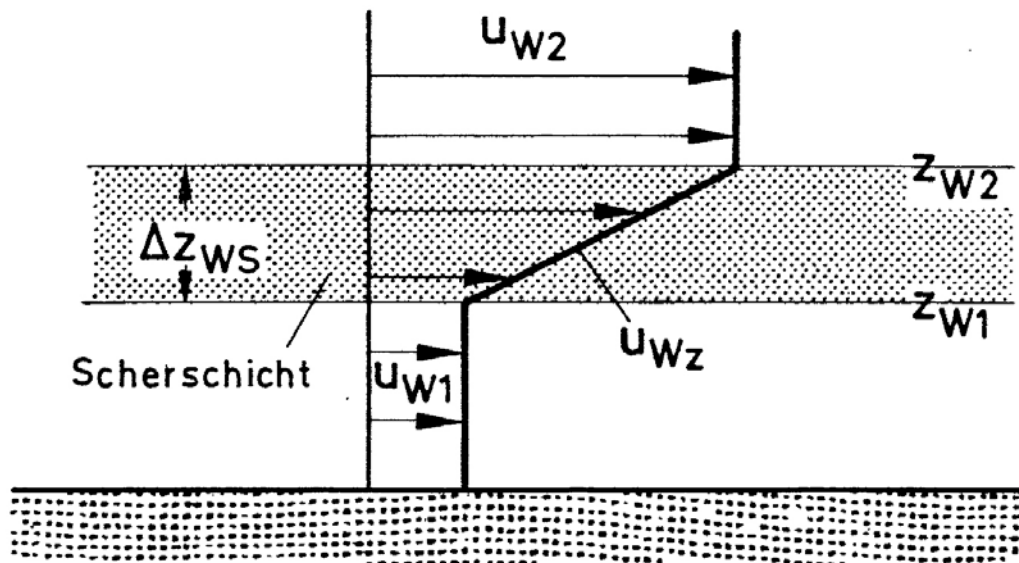


BILD 6: Zusammenhänge in einer schematisierten Windscherung.

## 2.3. Typisierung der Windschersituationen

Windscherungen können überall und zu jeder Zeit in der Atmosphäre vorkommen [57]. Dabei weisen die Änderungen des Windes sehr unterschiedliche Amplituden und Frequenzen auf. Sehr große Windgradienten auf kleinen Distanzen (kleine Böenwellenlängen, hochfrequente Windstörungen) entstehen in der turbulenten Luft und führen zu hohen, kurzzeitigen Beschleunigungen am Flugzeug. Wegen des ausgeprägten Tiefpassverhaltens des Flugzeugs bei Anregungen hoher Frequenz wird der Flugbahnverlauf jedoch nicht nachhaltig beeinflusst. Ebenso wirken sich sehr kleine Windgradienten, die in Folge Windänderungen entlang sehr großer Distanzen auftreten (sehr große Wellenlängen, niederfrequente Störungen), nur geringfügig auf die Flugbahn eines Flugzeugs aus und können leicht durch eine Anpassung der Flugleistungen bzw. navigatorische Maßnahmen ausgeglichen werden [43].

Offensichtlich existieren in der Natur aber auch Windänderungen, die maßstabsmäßig zwischen den oben beschriebenen liegen und auf die das Flugzeug empfindlich reagiert. Aus einer Reihe von Flugunfalluntersuchungen, die im Abschnitt 2.4 in TABELLE 1 näher beschrieben sind, ist zu entnehmen, dass sich Flugzeugabstürze, die ursächlich auf die Einwirkung von niederfrequenten Windänderungen in Gewittern zurückzuführen sind, regelmäßig innerhalb von Entfernungen von etwa 500 m bis zu 2 bis 3 km vom Flughafen ereigneten. In einem typischen Landeanflug mit einem Bahnwinkel von  $-3^\circ$  und einer Anfluggeschwindigkeit von 70 m/s (ca. 140 KIAS) entspricht das einem Höhenbereich von 25 bis ca. 200 m, wobei die Flugzeit etwa 7 bis 45 Sekunden beträgt.

Gehen wir davon aus, dass die kritische Böenwellenlänge im oben angegebenen Bereich liegt, so wird damit bereits deutlich, dass die 'gefährlichen' Windänderungen in Bezug auf Wellenlänge und Periode Werte aufweisen, die denen der Phygoideinschwingung der heutigen Verkehrsflugzeuge sehr ähnlich sind. Wie aus der Schwingungslehre bekannt ist, reagiert ein schwingungsfähiger Körper auf eine äußere Störung am heftigsten, wenn er in der Nähe seiner Eigenfrequenz ( $\omega \approx \omega_0$  bei kleiner Dämpfung) erregt wird. Es ist zu erwarten, dass sich ein solcher Zusammenhang auch im vorliegenden Fall nachweisen lässt.

Windscherungen können aus vielerlei Gründen entstehen. Ursache können orographische Einflüsse (Geländeformen, z.B. Bergrücken oder Täler in Flughafennähe) sein, aber auch unterschiedliche Bodenrauigkeiten wie Wälder, hohe Gebäude u.ä. Wirbelschleppen großer Flugzeuge bilden minutenlang lokale Windscherungen, die besonders für nachfliegende Leichtflugzeuge gefährlich werden können. Diese Arten von Windscherungen sind jedoch in gewissem Umfang vorhersehbar, und ein Einfliegen in diese Zonen ist vermeidbar.

Schwieriger zu messen und vorherzusagen sind die Scherwinde, die aufgrund der anfangs genannten Scherungen durch mesoskalige instationäre Strömungsvorgänge in der Atmosphäre entstehen. In den vergangenen fünf Jahren konnten die Erkenntnisse auf diesem Gebiet wesentlich erweitert werden [58]. Die zum weiteren Verständnis der Arbeit erforderlichen meteorologischen Grundlagen seien an dieser Stelle kurz aufgelistet, ebenso die dazu entwickelten Ingenieurmodelle zur mathematischen Darstellung der Phänomene in Simulationsprogrammen. Für eine umfassendere und tiefer gehende Darstellung der oft von einer Vielzahl von Parametern abhängigen Vorgänge wird auf die meteorologische Fachliteratur verwiesen.

### 2.3.1. Orographisch bedingte Windscherungen

Orographische Einflüsse auf die Windströmungen in der bodennahen Grenzschicht entstehen infolge der Gestalt der Erdoberfläche. Hügeliges oder gebirgiges Gelände deformiert die Stromlinien des Windes in der Horizontalen wie auch in der Vertikalen, da je nach Beschaffenheit des Bodenhindernisses ein Umströmen, aber auch ein überströmen möglich ist.

Beim Umströmen kann es infolge düsenartiger Konvergenzen der Stromlinien, die z.B. in der Kammlage zwischen zwei Bergkuppen entstehen können, zu einer beachtlichen Verstärkung der Windgeschwindigkeit kommen [108]. Derselbe Effekt ist beim Überströmen von Gebirgen oder Bergketten zu beobachten.

Da hierbei die Luftmassen angehoben werden müssen, spielt die vertikale thermische Schichtung der Atmosphäre eine wichtige Rolle. Während bei labiler oder nur gering stabiler Schichtung die Strömung genügend weit nach oben ausweichen kann, werden bei stabiler Schichtung die Vertikalbewegungen erschwert, so dass es sein kann, dass nur eine verhältnismäßig dünne Schicht eine Verengung der Stromlinien erfährt (BILD 7, nach [108]).

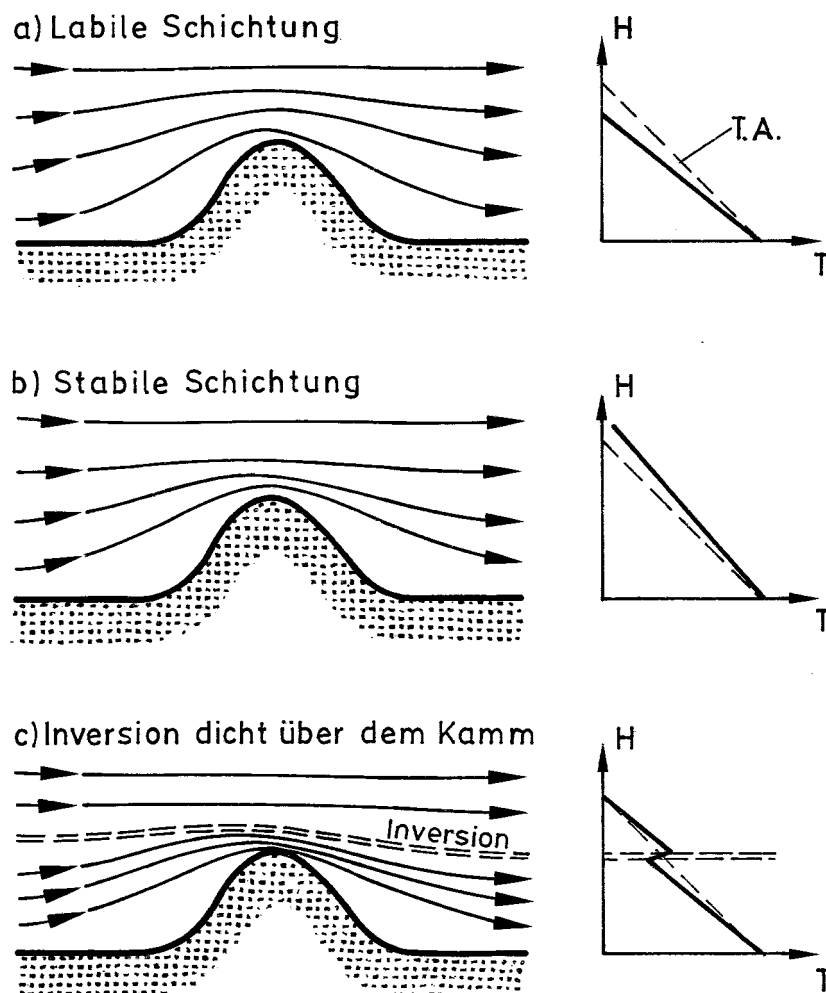


BILD 7: Stromlinienverlauf beim Überströmen eines Gebirges bei unterschiedlichen Stabilitätsverhältnissen (nach [108]).

Als Ergänzung ist eine mögliche thermische Schichtung der Atmosphäre im Vergleich zum trockenadiabatischen Verlauf (T.A.) angegeben.



Während auf der windzugewandten (Luv-) Seite eine Aufwindkomponente entsteht, die oft von Segelfliegern zum Hangsegelflug ausgenutzt wird, ist die Luftbewegung auf der windabgewandten (Lee-) Seite nach unten gerichtet. In der Nähe von Flughäfen können diese orographischen Einflüsse beträchtliche Auswirkungen auf die Flugleistungen startender und landender Flugzeuge haben, wenn beispielsweise im Startsteigflug aus flugbetrieblichen Gründen die Leeseite einer nahegelegenen Hügelkette in geringer Überflughöhe passiert wird [66].

Flugzeuge, die mit dem Wind ein Gebirge im Einflussbereich der überströmenden Luftmassen überqueren, werden auf der Luvseite von einer mit dem Weg zunehmenden Rückenwindkomponente (Gradient  $\partial u_w / \partial x = u_{wx} > 0$ ) und Aufwindkomponente (Gradient  $\partial w_w / \partial x = w_{wx} < 0$ ) beeinflusst (BILD 8). Unmittelbar über der Kammlage kehren sich diese Verhältnisse um, wobei insbesondere die intensiven Abwinde eine beträchtliche Gefahr darstellen. Besonders beim Überqueren von Gebirgsmassiven gegen den Wind (z.B. Überflug der Alpen bei typischer Föhnlage) muss diesem Umstand rechtzeitig durch einen großen Überschuss an Flughöhe bereits im Anflug Rechnung getragen werden [74].

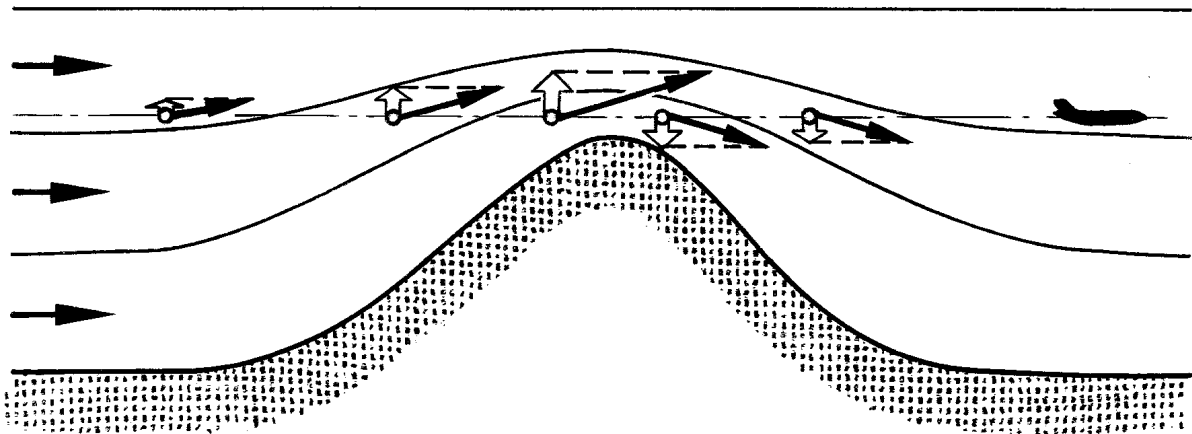


BILD 8: Schematisierte wegabhängige Scherung des Horizontal- und Vertikalwindes infolge orographischen Einflusses (Hügelüberströmung)

### 2.3.2. Grenzschicht - Scherwind

Die in der Natur am häufigsten auftretende und am besten bekannte Windscherung, die an jedem Flughafen in mehr oder weniger ausgeprägter Form anzutreffen ist, hat bereits *PRANDTL* [59] beschäftigt: die Grenzschicht-Scherung im untersten Bereich der Erdatmosphäre. Der in größeren Höhen ( $H > 1.000 \text{ m}$ ) ungestörte geostrophische Wind, der parallel zu den Isobaren weht, wird mit abnehmender Höhe aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt und abgebremst. In unmittelbarer Nähe des Erdbodens kommt es zu einem 'Haften' der Strömung an der Erdoberfläche (BILD 9).

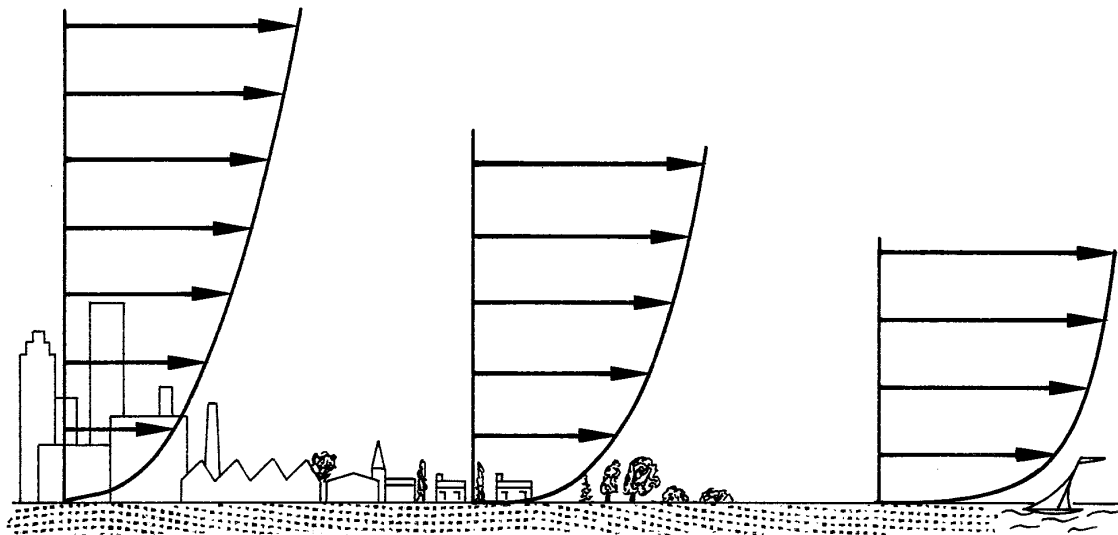


BILD 9: Abhängigkeit des Grenzschicht-Scherwindes von der Höhe der Bodenhindernisse (Bodenrauigkeit), nach [60].

Das Grenzschichtprofil in der Atmosphäre lässt sich in verschiedene Bereiche unterteilen:

- a) Im untersten Bereich überwiegt der Einfluss der Reibung, der direkt von der Beschaffenheit der Erdoberfläche abhängt. Während die Windrichtung hier nahezu konstant bleibt, kann der Gradient des Horizontalwindes besonders in Bodennähe sehr hohe Werte annehmen. Wenn die Abnahme der Lufttemperatur mit der Höhe trockenadiabatisch erfolgt (neutral geschichtete Atmosphäre,  $\Gamma = -1^\circ\text{C}/100\text{m}$ ), kann das Windprofil bis ca. 50 m über Grund (*PRANDTL*-Schicht) durch ein logarithmisches Gesetz beschrieben werden:

$$V_w = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \ln \frac{z}{z_0} \quad (\text{PRANDTL}), \quad (8)$$

wobei  $V_w$  die Windgeschwindigkeit in der Höhe  $z$  ist,  $\kappa$  die v. *KARMAN*sche Konstante (ca. 0,38),  $\rho$  die Luftdichte,  $\tau_0$  die Schubspannung [ $\text{N}/\text{m}^2$ ], und  $z_0$  die Rauigkeitshöhe, die zwischen 0,03 und 0,1 der geometrischen Höhe der Bodenhindernisse liegt. Der Ausdruck  $\sqrt{\tau_0/\rho}$  wird in der Literatur oft auch als Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  (friction velocity) bezeichnet, wobei die Schubspannung  $\tau$  in den meisten meteorologischen Anwendungen näherungsweise unabhängig von der Höhe, also gleich dem Wert  $\tau_0$  am Erdboden angenommen werden kann [61].

Mit der Definition

$$\tau_0 = \frac{\rho}{2} \bar{V}_W^2 C_D$$

lässt sich  $\tau$  anschaulicher als Produkt aus einem in einer Bezugshöhe gemessenen Winddruck und einem Widerstandsbeiwert  $C_D$  deuten.  $C_D$  erreicht dabei Größenordnungen, die aus der Aerodynamik bekannt sind (z.B. ebenes Land, Meeresoberfläche: 0,002; dichtes Gras bis 0,5 m Höhe: 0,032; Referenzgeschwindigkeit  $\bar{V}_W = 5 \text{ m/s}$ , Bezugshöhe  $z = 2 \text{ m}$ , nach [61]).

Der Temperaturgradient in der Atmosphäre ist großen Schwankungen unterworfen und weicht i.a. vom trockenadiabatischen Wert ab. Es existiert eine große Anzahl von Grenzschicht-Windmodellen, die eine nichtadiabatische Temperaturabnahme in die Betrachtungen einschließen.

Ein oft angewendetes Gesetz ist das empirische Potenzgesetz (*power law*)

$$V_W / V_{W,\text{ref}} = (z / z_{\text{ref}})^m. \quad (9)$$

Dabei ist  $V_{W,\text{ref}}$  eine innerhalb der Schicht in der Höhe  $z_{\text{ref}}$  gemessene, aktuelle Bezugsgeschwindigkeit und  $m$  ein von Temperaturgradient, geostrophischem Wind und Bodenrauigkeit abhängiger Exponent. Der Wert von  $m$  liegt zwischen 0 (konstante Windgeschwindigkeit  $V_{W,\text{ref}}$  in allen Höhen) und 1 (lineare Geschwindigkeitsänderung mit der Höhe). Das Potenzgesetz hat im Bereich von ca. 10-170 m Gültigkeit.

In die Auslegung von Flugreglern für Militärflugzeuge hat in Anlehnung an das bereits anfangs erwähnte Windmodell des Britischen Air Registration Board [62] ein weiteres Grenzschichtmodell Eingang gefunden, das bis zu einer Höhe von 500 ft (150 m) für simulierte Starts und Landungen verwendet werden kann [63]:

$$V_W = (0,46 \log |z| + 0,4) \cdot U \quad (10)$$

wobei  $V_W$  die Windgeschwindigkeit in [ft/s] in der Höhe  $z$  [ft] über Grund und  $U$  der mittlere Wind in der Beobachtungshöhe  $z_{\text{ref}} = 20 \text{ ft}$  ist. Gl.(10) ist ohne Aufwand aus Gl.(8) herzuleiten.

### Kap. 2.3: Typisierung der Windschersituationen

Trägt man den Scherwindverlauf entsprechend den Gln.(8, 9, 10) für dieselben Randbedingungen über der Höhe auf (BILD 10), so stellt man fest, dass sich die Kurven nur unwesentlich voneinander unterscheiden. Gleichzeitig lässt sich der Darstellung entnehmen, dass die größten Windgradienten in unmittelbarer Bodennähe auftreten.

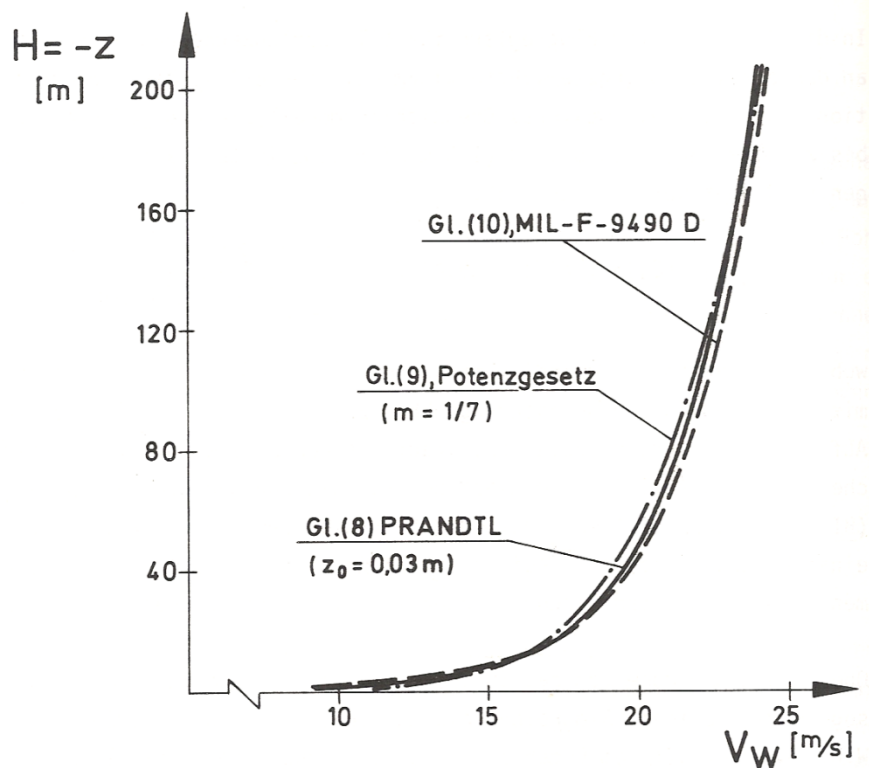


BILD 10: Windverläufe mit der Höhe für verschiedene Modellgesetze des Geschwindigkeitsprofils in der atmosphärischen Grenzschicht

- b) Oberhalb einer Höhe von ca. 50-100 m beginnt der zweite Bereich, die sog. *EKMAN*-Schicht. Sie reicht bis zu einer Höhe von ca. 1.000 m, wo der Wind unbeeinflusst vom Boden als geostrophischer Wind weht. Innerhalb dieser Schicht werden nach [64] die Windkomponenten parallel ( $u_W$ ) und senkrecht ( $v_W$ ) zu den Bodenisobaren in der Höhe  $z$  durch die Gleichungen beschrieben:

$$u_W = u_g (1 - e^{-az} \cos az), \quad (11)$$

$$v_W = u_g (e^{-az} \sin az). \quad (12)$$

Der Buchstabe  $a$  steht für  $+\sqrt{\omega'/\kappa}$  mit  $\omega' = |\underline{\Omega}| \sin\varphi$ , der Komponente des Winkelgeschwindigkeitsvektors  $\underline{\Omega}_E$  der Erde in der geographischen Breite  $\varphi$  und dem turbulenten Diffusionskoeffizienten  $\kappa = A/\rho^*$ . Die Größe  $u_g$  ist der geostrophische Wind oder Gradientwind.

\* Die obigen Gleichungen wurden von *EKMAN* ursprünglich für die Berechnung der durch Schubspannungen verursachten (laminaren) Meeresströmungen aufgestellt, wobei er statt  $\kappa$  die dynamische Zähigkeit  $\nu = \mu / \rho$  verwendete. Innerhalb der turbulenten Bodengrenzschicht muss die Zähigkeit  $\mu$  durch den Austauschkoeffizienten  $A$  ersetzt werden [64].

Die höhenabhängige Windrichtung dreht auf der Nordhalbkugel im Uhrzeigersinn, wie in BILD 11 dargestellt. Durch Projektion des Windvektors auf den Erdboden erhält man die *EKMAN-Spirale* [65].

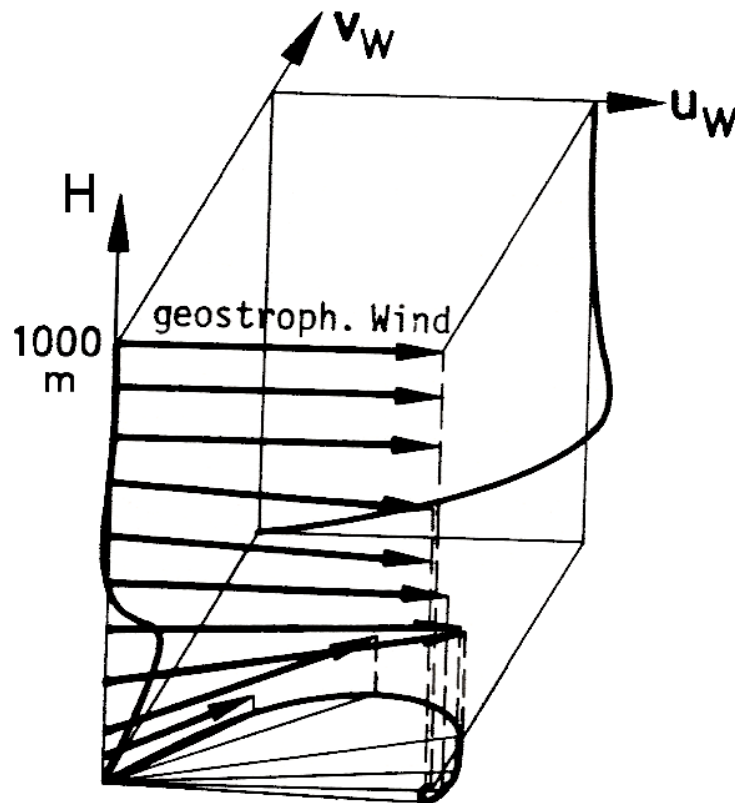


BILD 11: Darstellung der EKMAN-Spirale für laminare Strömung.  
Die Projektionen des rechtsdrehenden Windvektors in die Vertikalebene werden durch die Gln.(11,12) wiedergegeben.

Alle genannten Modelle für die Grenzschichtscherrung setzen ein horizontal homogenes Gelände, d.h. eine gleichbleibende Oberflächenbeschaffenheit voraus. Diese Bedingung trifft aufgrund der bestehenden gesetzlichen Hindernisfreiheitsforderungen zumindest in unmittelbarer Nähe eines Flughafens zu. Unterschiedliche Bebauung, Wald oder Hügelketten in der Nachbarschaft eines Flughafens können jedoch erhebliche Veränderungen des Scherwindverlaufes verursachen.

Als weitere Randbedingung ist zu beachten, dass alle Modelle lediglich die Horizontalwindkomponenten beschreiben, also eine Translationsströmung parallel zum Erdboden voraussetzen. örtliche Geländeformationen im Flughafen-Nahbereich können jedoch ebenfalls einen Einfluss auf den Windvektor haben und erhebliche vertikale Luftbewegungen induzieren, die die Steigleistungen von Verkehrsflugzeugen nachhaltig verändern [66].

### 2.3.3. Grenzschicht-Strahlstrom (Low Level Jet Stream, LLJ)

Unter dem Einfluss verschiedener Faktoren kann sich im vertikalen Windprofil in der unteren Troposphäre ein ausgeprägtes Maximum der Horizontalwindgeschwindigkeit ausbilden, das in Anlehnung an die Bezeichnung „*Jet stream*“ für den in der hohen Troposphäre und in der Stratosphäre auftretenden Strahlstrom als „niedertroposphärisches Windmaximum“, englisch *low level jet stream* (LLJ) benannt wird [109]. Eine allgemein anerkannte Definition dieses Phänomens liegt bislang noch nicht vor [73], so dass eine Reihe von niedertroposphärischen Windmaxima, die im Höhenbereich von ca. 1,5 bis 2,5 km beobachtet werden und häufig auch eine enge laterale Begrenzung aufweisen, als LLJ beschrieben werden.

Zu den Grenzschicht - Strahlströmen sind nach [67] zu zählen:

- orographische Strahlströme**, wie z.B. Föhn, Bora, Mistral u.a., die aufgrund lokaler Geländeformationen bei bestimmten Windrichtungen auftreten.
- thermische Strahlströme**, wie z.B. Talwind am Tag und Bergwind bei Nacht in den alpinen Regionen [68];
- präfrontaler Strahlstrom**, der im Zusammenhang mit der Annäherung einer Wetterfront entsteht und über einen Zeitraum von manchmal 2-3 Tagen beobachtet werden kann;
- nächtlicher Strahlstrom**. Diese Form von Starkwind (Windgeschwindigkeiten von über 30 m/s in Höhen kleiner 1,5 km) tritt auf, wenn es infolge der Ausbildung von Temperaturinversionen nach Sonnenuntergang zu einer außerordentlich geringen turbulenten Durchmischung in der atmosphärischen Grenzschicht kommt (stabile Temperaturschichtung,  $\Gamma > 0^\circ\text{C}/100\text{m}$ ). Das kann dazu führen, dass sich Strömungsschichten ausbilden, die vertikal nur noch sehr schwach über die Zähigkeit miteinander verkoppelt sind. Innerhalb der Inversionsschicht entstehen Windmaxima, und an den Grenzen dieser Schicht resultieren daraus hohe Gradienten  $u_{Wz}$  des Horizontalwindes (BILD 12).

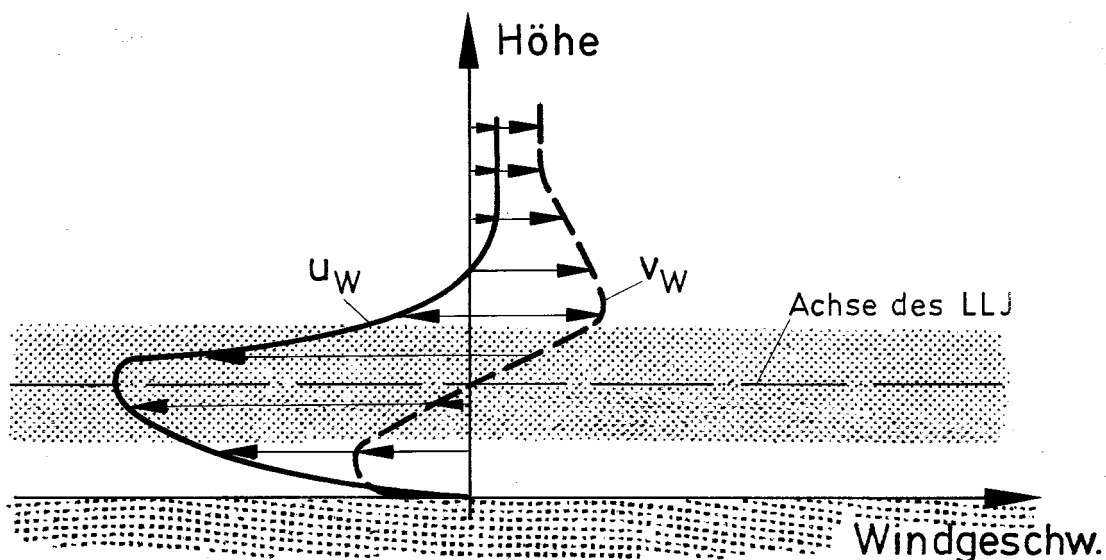


BILD 12: Verlauf der Längsgeschwindigkeit  $u_W$  und der Quergeschwindigkeit  $v_W$  in einem Grenzschicht-Strahlstrom (LLJ, nach [69])

### Kap. 2.3: Typisierung der Windschersituationen

REITER [70] wies bereits 1961 darauf hin, dass die extrem starke Windabnahme unterhalb eines Inversionswind-Maximums (u.U. 0,15 m/(m s) in den untersten 100 m) zu Unfällen bei der Landung eines Flugzeugs führen kann, wenn die Gegenwindkomponente überschätzt wird.

Da sich der Verlauf der Temperatur mit der Höhe infolge der thermischen Ausstrahlung besonders in klaren Nächten ständig verändert, ist die Entwicklung des nächtlichen Strahlstromes in hohem Maße zeitabhängig (BILD 13). Nach Sonnenaufgang löst sich durch die beginnende turbulente Durchmischung die nächtliche Inversionsschicht und die daran gekoppelte Starkwindzone sehr schnell auf.

Wegen der fehlenden Turbulenz kann eine nahezu laminare Strömung innerhalb der Inversionsschicht angenommen werden, die mit den bereits in Abschnitt 2.2 genannten gewöhnlichen Differentialgleichungen für die Durchmischung von zwei parallelen halbunendlichen Freistrahlen beschrieben werden kann.

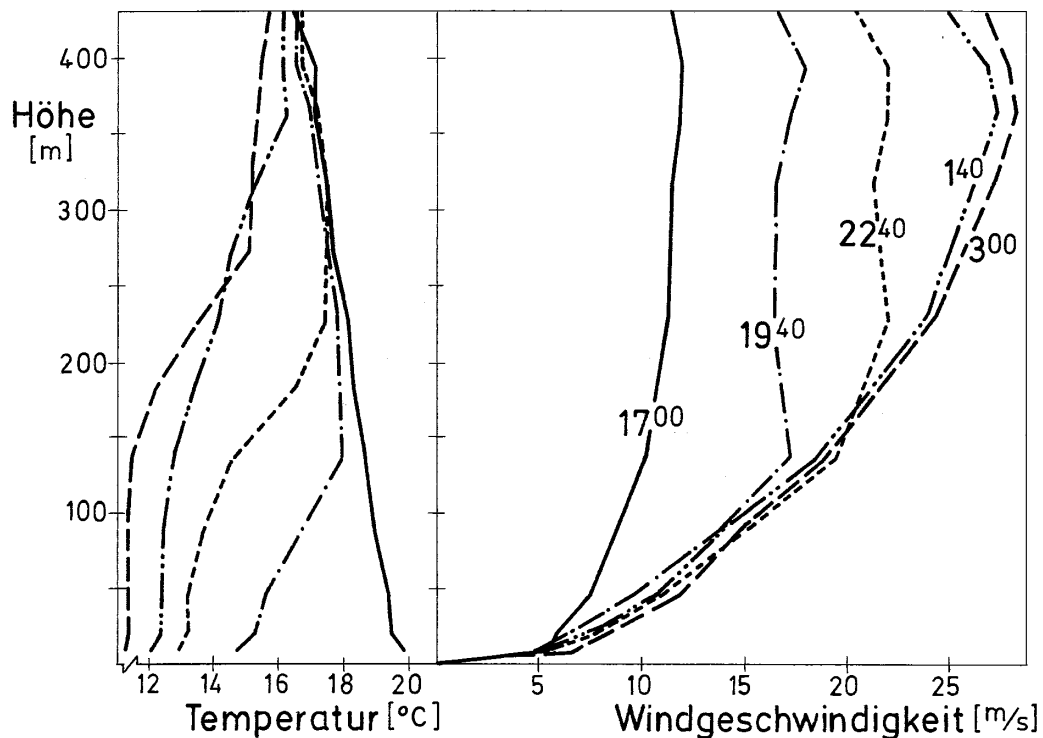


BILD 13: Zeitliche Entwicklung der Lufttemperatur und des Horizontalwindes eines nächtlichen Strahlstromes in der atmosphärischen Grenzschicht (nach [71]).

Für die analytische Darstellung der verschiedenen Formen des Grenzschicht-Strahlstromes existieren bisher nur sehr wenige numerische Modelle, die sich in digitalen Simulationen einsetzen lassen [72]. Da das Auftreten dieses Phänomens jedoch an bestimmte meteorologische Randbedingungen gebunden ist, lässt es sich zumindest im praktischen Flugbetrieb aufgrund der synoptischen Vorhersagearten voraussagen [73].

### 2.3.4. Durchzug von Warm- oder Kaltfronten

Auch Windscherungen im Bereich von Warm- bzw. Kaltfronten zählen aufgrund der weltweiten synoptischen Wetterbeobachtungen zu den möglichen Gefahrenquellen, die bereits aus der Wetterkarte vorhersagbar sind. Fronten entstehen, wenn zwei Luftmassen mit verschiedenen Eigenschaften, z.B. unterschiedlicher Temperatur, aneinandergrenzen. Die Übergangszone kann als scharfe Trennungsfläche oder als allmählicher Übergang zwischen den meteorologischen Parametern ausgebildet sein. Vor und hinter der Frontlinie kann der Windvektor sowohl nach Stärke als auch nach der Richtung scheren. Die Stärke der Windscherung hängt eng damit zusammen, wie scharf der Übergang von der vorhandenen zur neu vorstoßenden Luftmasse ausgeprägt ist.

Die Frontlinien werden entsprechend den Eigenschaften der sich ausbreitenden Luftmasse bezeichnet: Eine Warmfront ist der Vorstoß von Warmluft, die sich über eine vorhandene gealterte Kaltluftmasse schiebt. Eine Kaltfront entsteht unter dem Einfluss eines Kaltluftvorstoßes, der sich wie ein Keil unter eine vorhandene wärmere Luftmasse schiebt.

Abhängig von dem Verhältnis der Windgeschwindigkeits- und Temperaturdifferenzen zwischen den beiden Luftmassen bilden sich unterschiedliche Neigungswinkel der Trennflächen aus (BILD 14), die grundsätzlich gegen die Kaltluftseite hin ansteigen. Bei einer Kaltfront liegen die Neigungen zwischen  $1/40$  bis  $1/80$ , bei einer Warmfront im Bereich von  $1/100$  bis  $1/300$  [74]. Hierdurch bedingt, erstreckt sich die Übergangszone bei einer vertikalen Mächtigkeit von 1-3 km bisweilen über eine horizontale Distanz von 100 bis fast 1.000 km. Über weite Bereiche herrschen so in Bodennähe andere Bedingungen als in bereits geringen Höhen. Flugzeuge, die die Übergangszone z.B. kurz nach dem Abheben beim Start passieren, können trotz anfänglichen Gegenwindes am Boden in einer vorher meist nicht bekannten Höhe einen plötzlichen Rückenwind erfahren, so dass die Gefahr eines „Durchsackens“ gegeben ist [75].

Kalt- und Warmfronten haben noch weitere, für den Flugbetrieb unangenehme Begleiterscheinungen. Sommerliche Warmfronten mit thermodynamisch instabiler Struktur (feucht-labiler Temperaturgradient, starke Cumulonimbus-Bildung) führen nicht selten Gewitter mit sich, die mit starken Auf- und Abwinden zu einer erheblichen Gefahr für Flugzeuge werden können. Hierauf wird im folgenden Abschnitt noch genauer eingegangen.

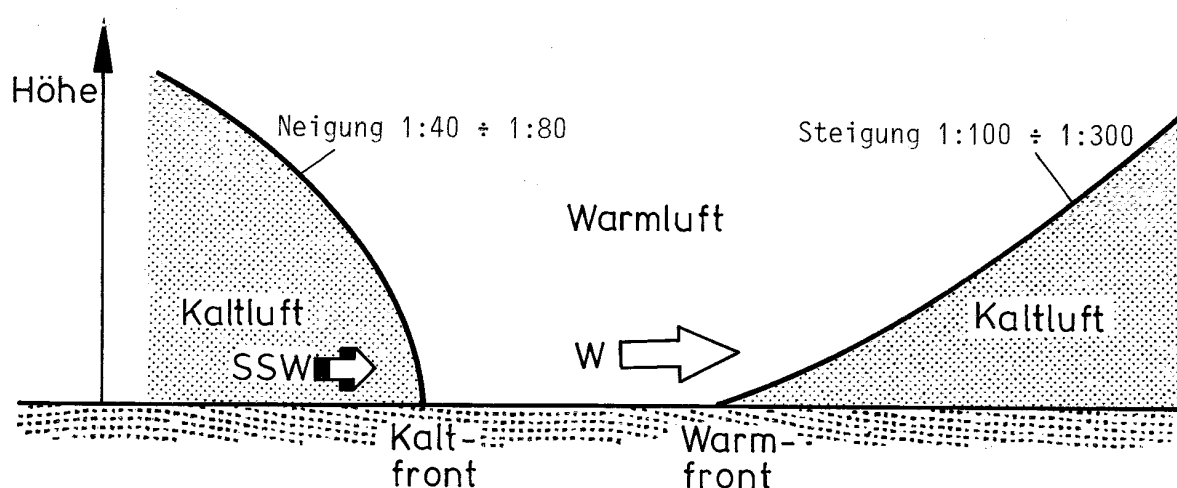


BILD 14: Vertikale Struktur von Warm- und Kaltfronten.  
Im Bild ist eine mögliche Windrichtungsänderung angegeben.



Einbrüche von Kaltluft und die damit verbundene Anhebung der Warmluft vollziehen sich wesentlich stürmischer als die Aufgleitvorgänge längs einer Warmfront. Einen solchen Kaltluftvorstoß mit einem abrupten Windsprung um 28 m/s und einer gleichzeitigen Richtungsänderung des Windes um ca. 90° zeigt BILD 15. *GEORGII* [76] gibt dazu an, dass der dargestellte Windgewittersturm über dem Wattenmeer der Nordsee ein Verkehrsflugzeug zum Absturz brachte.

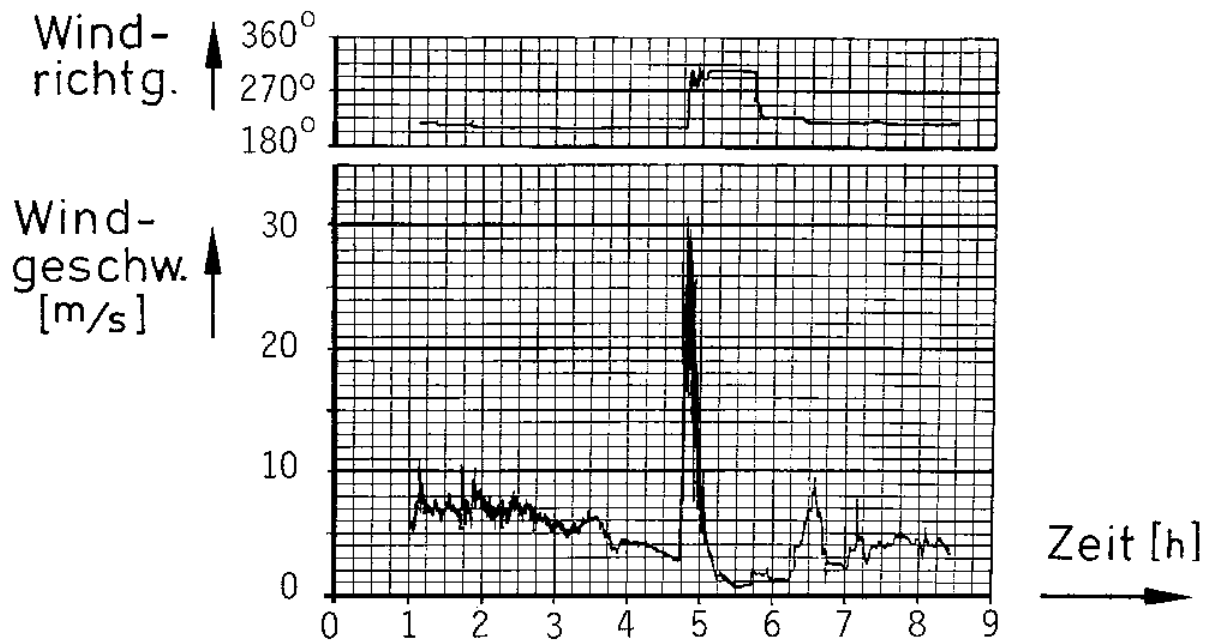


BILD 15: Windsprung bei einem Kaltfrontdurchzug (nach [76]).

Als Kriterien, wann beim Durchzug einer Wetterfront mit bedeutenden Scherwinden zu rechnen ist, schlägt *SOWA* [77] vor:

- 1) eine horizontale Temperaturdifferenz senkrecht zur Bodenfrontlinie von mehr als 6° C / 100 km (10° F / NM);
- 2) eine Verlagerungsgeschwindigkeit der Front von mehr als 15 m/s (30 kts.).

Modelle für Windscherungen in Wetterfronten werden in der Literatur lediglich als Wertetabellen gemessener Situationen angegeben, die mit geeigneten Interpolationsprogrammen innerhalb eines bestimmten Bereiches die Windvektorkomponenten in Abhängigkeit von Höhe und Weg liefern [23].

Analytische Modellgleichungen, die den Verlauf des Windes bei einem Flug durch eine Wetterfront beschreiben, liegen auch für diese Form von Scherwinden nicht vor. Grundsätzlich handelt es sich wiederum um ein mehr oder weniger turbulentes Durchmischen zweier Windströmungen unterschiedlicher Geschwindigkeit und Richtung, wobei die Zwischenschicht zusätzlich eine sehr flache Neigung gegenüber der Horizontalen aufweist. Neben der bekannten Temperatur- und Dichteverteilung mit der Höhe besteht so auch eine Abhängigkeit dieser Parameter in der Waagrechten.

### Kap. 2.3: Typisierung der Windschersituationen

BILD 16 gibt die Windverhältnisse eines Kaltfrontdurchganges wieder, der am 17. Dezember 1973 am Bostoner Flughafen Logan zum Zeitpunkt des Absturzes einer DC 10 beobachtet wurde [78]. Die beträchtliche Windscherung zwischen ca. 200 m und 30 m äußerte sich infolge der Orientierung der Landerichtung relativ zur Frontlinie flugbahnbezogen sowohl als Gegenwindscherung als auch als Seitenwindscherung. Typisch für diese Wettersituation und als weitere Unfallfaktoren sind zu nennen: eine niedrige Wolkenuntergrenze (hier 70 m) und schlechte Sicht durch Regen und Nebel. Erschwerend kam bei diesem Unfall hinzu, dass verhängnisvollerweise Wolkenuntergrenze und Entscheidungshöhe (Decision Height, DH) übereinstimmten, so dass die Piloten im entscheidenden Augenblick der Landung abrupt vom automatischen Flug nach Instrumentenflugbedingungen zum manuellen Flug nach Sichtflugreferenzen übergehen mussten [6]. In den verbleibenden ca. 15 Sekunden Flugzeit bis zum Aufsetzen am Boden war es den Piloten offensichtlich nicht möglich, eine vorhandene hohe Sinkrate rechtzeitig zu reduzieren, so dass das Flugzeug die Landebefeuerung streifte.

BILD 16 ist zu entnehmen, dass der am Boden gemessene Gegenwind keinen Aufschluss über den Wind in wenigen hundert Metern Höhe gibt. Eine einmalige Windmessung an Bord des Flugzeugs, z.B. über dem Voreinflugzeichen (Outer Marker, Flughöhe etwa 400 m) hätte jedoch im Vergleich mit den Bodenwindangaben und unter Ansatz einer einfachen linearen Windänderung mit der Höhe einen Hinweis auf die Gefahr einer bevorstehenden Gegenwindscherung gegeben.

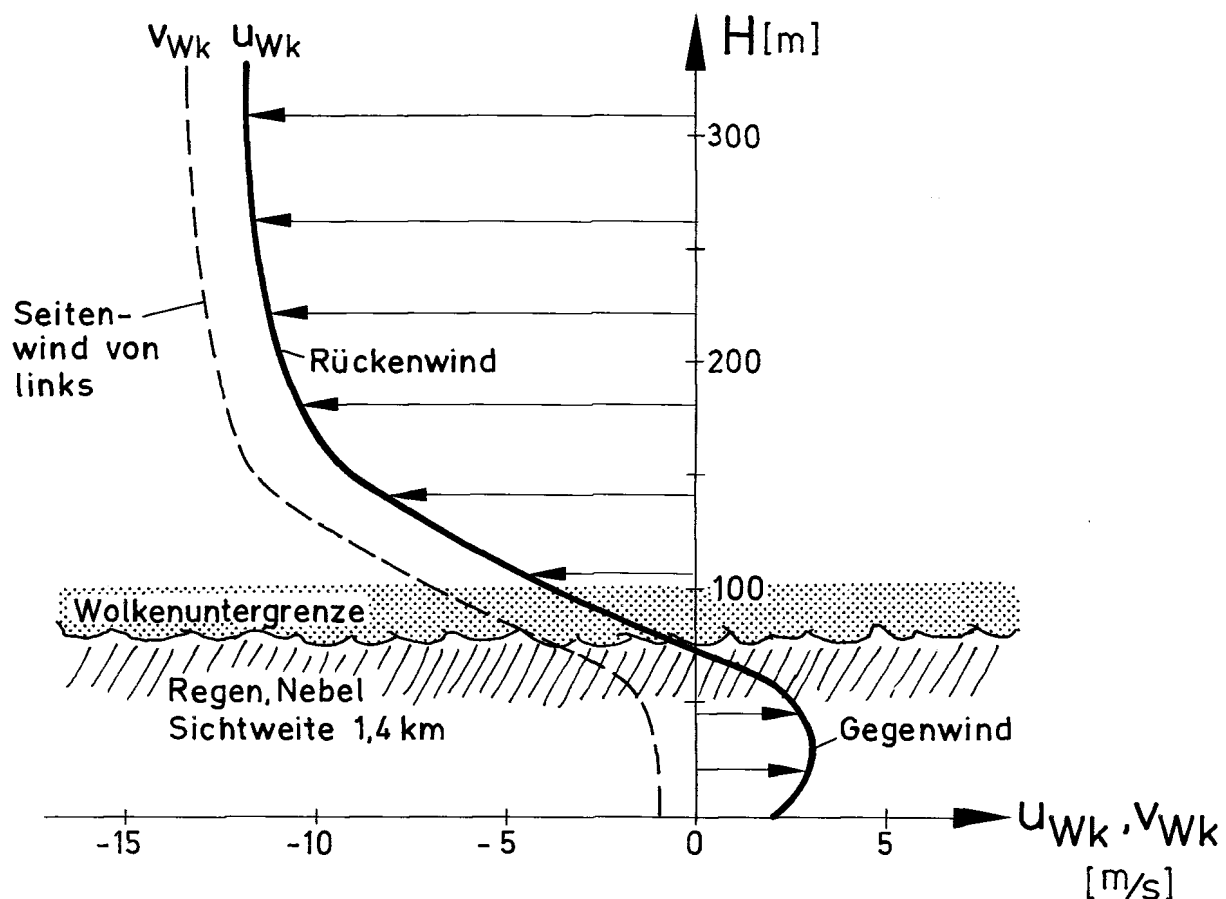


BILD 16: Flugbahnbezogene Horizontalwindverhältnisse eines Kaltfrontdurchganges.

Dargestellt sind die meteorologischen Angaben, die dem Flugunfallbericht des Unfalls in Boston am 17. Dezember 1973 [78] zu entnehmen sind.

### 2.3.5. Windscherungen in Gewittern

Als die ergiebigsten Quellen für Windscherungen in niedrigen Höhen haben sich nach jüngsten Unfalluntersuchungen charakteristische Strömungsvorgänge erwiesen, die im Verlauf der verschiedenen Entwicklungsstadien eines Gewitters entstehen. Drei katastrophale Flugzeugabstürze, die sich in den Jahren 1975 und 1976 innerhalb kurzer Zeit ereigneten [7] [8] [79], gaben den Anlass zur intensiven Erforschung dieses Wetterphänomens.

Auf der Erde brauen sich nach Schätzungen täglich bis zu 45000 Gewitter zusammen [110]. BILD 17 zeigt die Häufigkeit der Gewitteraktivitäten auf der Erde. Die meisten Gewitter treten danach in den Tropen auf, und hier besonders auf der Ostseite der Kontinente.

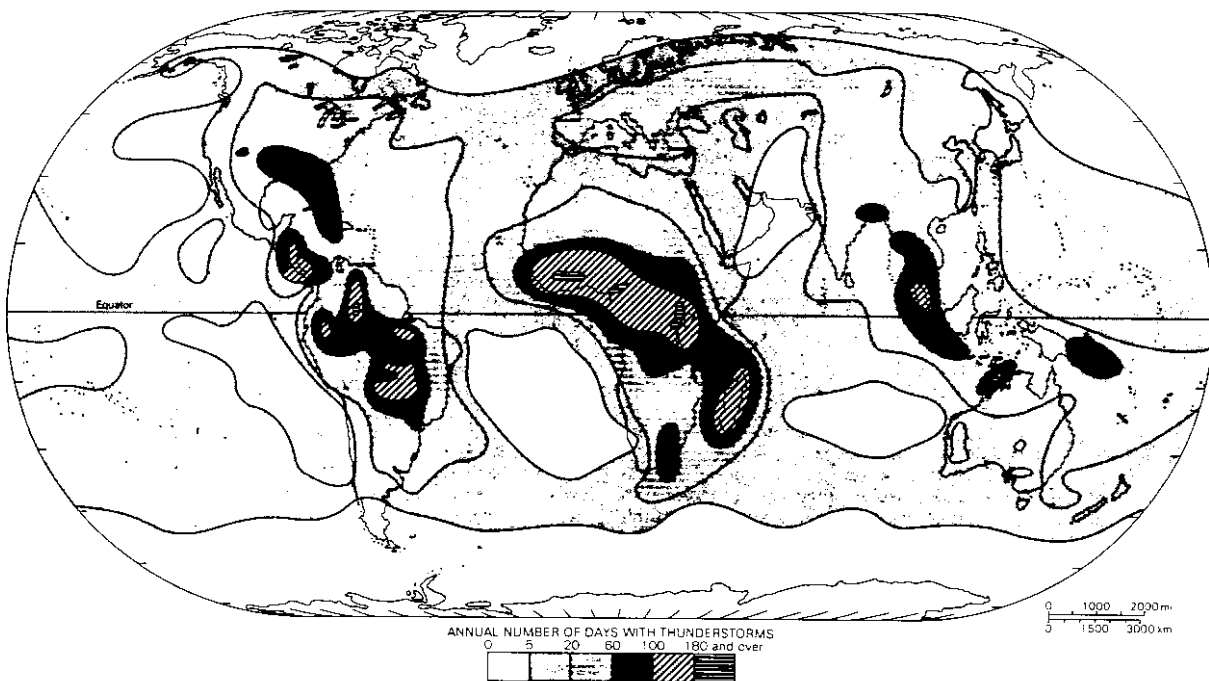


BILD 17: Zahl der Gewittertage auf der Erde (nach [111]).

*Auffällig ist die große Zahl von Gewittern in den Tropen und auf den Ostseiten der großen Kontinente.*

Die äußerst heftigen Vertikalströmungen (es wurden Auf- und Abwinde von über 30 m/s beobachtet) und die starken Verwirbelungen innerhalb der Gewitterwolken sind seit langer Zeit bekannt. Flüge durch diese Gebiete werden in der Verkehrsluftfahrt weitestgehend vermieden. Die starke Verkehrsdichte mancher internationaler Flughäfen zwingt jedoch in Spitzenbelastungszeiten dazu, Starts und Landungen auch noch dann durchzuführen, wenn Gewitter sich dem Flughafennahbereich nähern. Die dabei auftretende Gefährdung der Flugsicherheit, die durch die weitreichenden Windeinflüsse unterhalb der Gewitterwolken entsteht, ist in der Vergangenheit offensichtlich unterschätzt worden.

Aufgrund umfangreicher Auswertungen von Flugschreiberaufzeichnungen, Radarmessungen und Satellitenfotos rekonstruierten *FUJITA* und *CARACENA* [9] die Stromlinienverläufe der Windströmungen zum Zeitpunkt der o.g. Flugunfälle. Es wurde festgestellt, dass bei allen Unfällen Gewitterzellen mit nur 3-5 km Durchmesser in Flughafennähe beobachtet wurden, die von extremen Abwinden begleitet waren. Für diese starken Abwinde wurde der Begriff *DOWNBURST*\* geprägt [80].

Ein *downburst* liegt dann vor, wenn der Vertikalwind von Null am Erdboden bis zu einem Wert von mindestens 3,6 m/s (12 fps) in 91 m (300 ft) Höhe anwächst:

$$\text{DOWNBURST, wenn } w_{WZ} < -0,04 \text{ s}^{-1}.$$

*FUJITA* [81] wies die Entstehung ganzer Familien von *downburst*-Zellen nach (BILD 18). Modellvorstellungen hierzu gehen von überschießenden Cumulonimbus-Spitzen aus, die bis über die Tropopause hinausschießen und beim anschließenden Zerfall sehr kalte, trockene Luft aus der Stratosphäre in die Gewitterwolke saugen. Durch die geringe Feuchte kann es zu einer heftigen, die Vertikalbewegung beschleunigenden Sublimation und Verdunstung kommen, so dass sich ein regelrechter Abwindschlot ausbilden kann [108].

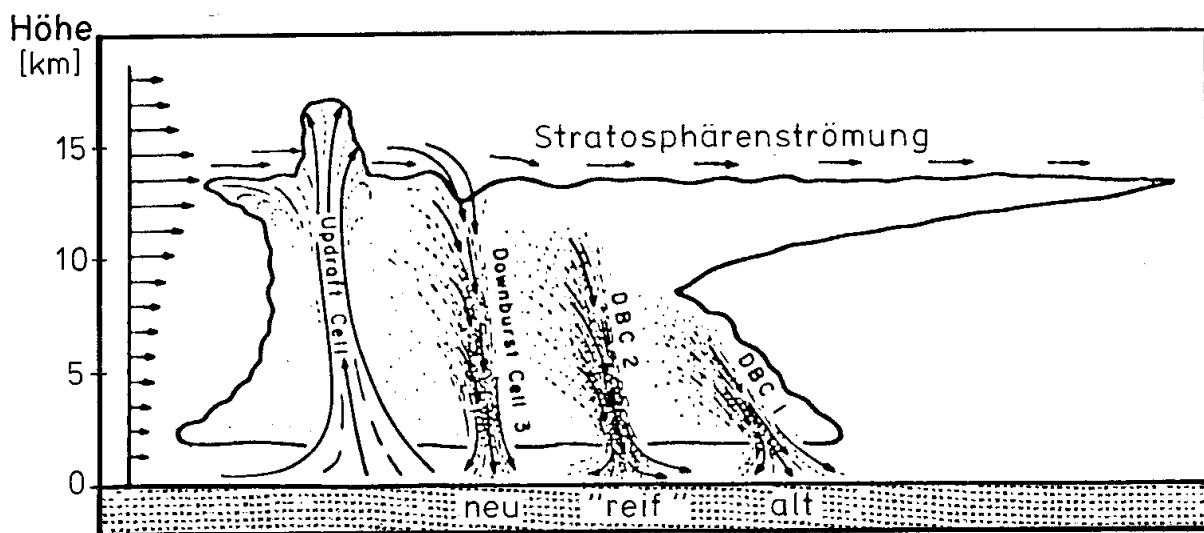


BILD 18: *DOWNBURST*-Zellen in verschiedenen Stadien ihrer Entstehung in einem Gewitter mit „Speerspitzen“-Radarecho (nach [81])

Dieser Kaltluftstrahl gelangt durch die Cumulonimben hindurch bis zum Boden, wo er in die Horizontale umgelenkt wird und radial ausströmt. Dabei dringt die Kaltluft unter die wärmere, bodennahe Luft, wobei sich eine stark turbulente Böenfront ausbildet (BILD 19). Zwischen der vorhandenen Warmluft am Boden und der vordringenden Kaltluft entsteht eine ausgeprägte Scherung der Horizontalwindkomponente. Diese Windscherung und die starken Abwinde im Zentrum der *downburst*-Zellen waren nach den Angaben der Flugunfalluntersuchungen eine der Ursachen für die erwähnten schweren Flugzeugunfälle.

\* In Ermangelung einer geeigneten deutschen Übersetzung des Begriffes *DOWNBURST* (etwa: Fallwind) wird im Folgenden der englische Fachausdruck verwendet.

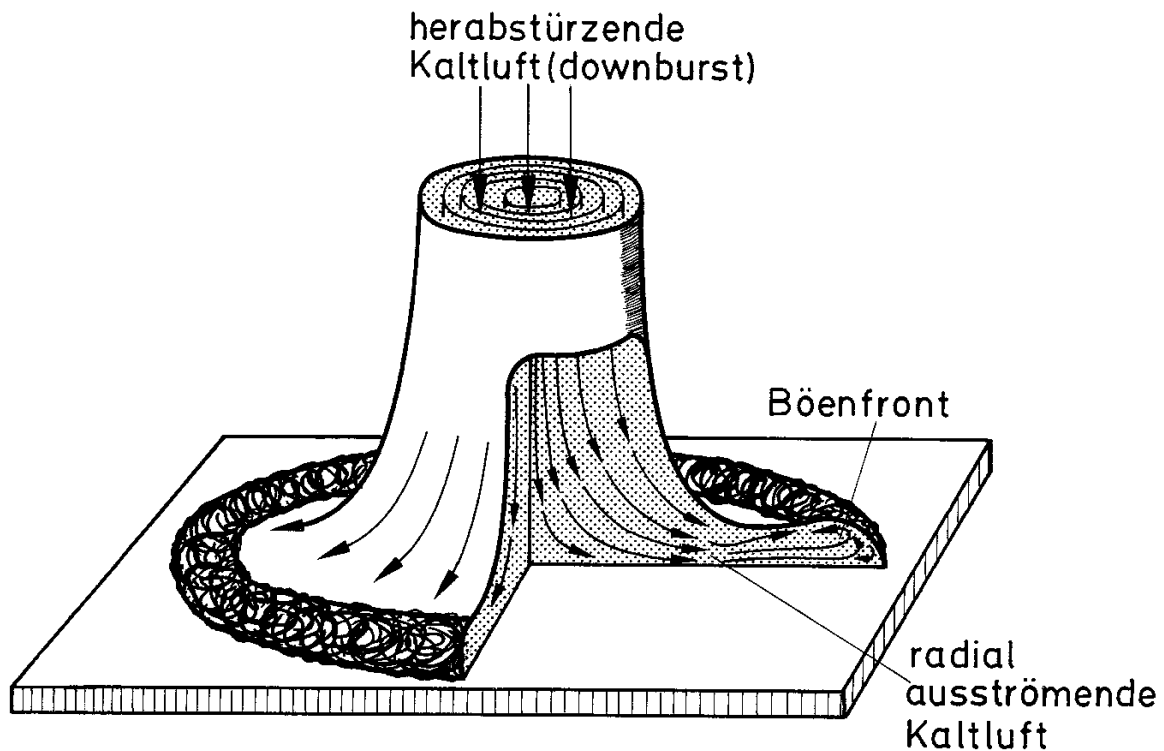


BILD 19: Modell der Strömungsvorgänge in einem Gewitter-DOWNBURST.

Nach neuesten Untersuchungen muss auch der Einfluss der äußerst heftigen Niederschläge in Gewittern berücksichtigt werden [82]. Ungeklärt ist jedoch weiterhin, inwieweit ein dünner Wasserfilm auf der Oberfläche eines Tragflügels die aerodynamischen Eigenschaften des Flügelprofils zu verändern vermag und in welcher Größenordnung dieser Effekt im Vergleich zu den Auswirkungen der Windänderungen zu werten ist.

In den USA wurden zwei verschiedene Wege beschritten, um die komplexen, sich dynamisch ändernden Windfelder in Gewittern für die Anwendung in digitalen Simulationsprogrammen zu beschreiben:

Zum einen wurden, wie bereits bei den vorangehenden Windsituationen 2.3.3 und 2.3.4 beschrieben, gemessene Winddaten als Stützstellen für dreidimensionale Interpolationsprogramme verwendet [23]. Mit Hilfe dieser Methode lassen sich zwar die Windkomponenten innerhalb der vorgegebenen Modellgrenzen vergleichsweise schnell aufsuchen. Da jedoch lediglich Zahlenwerte abgespeichert sind und keine physikalischen bzw. meteorologischen Modellgesetze, ist eine analytische Variation der Randbedingungen bzw. der maßgeblichen Parameter, wie sie uns hier interessiert, nicht möglich.

Eine zweite Methode verwendet vorhandene meteorologische Simulationsmodelle für die Darstellung der turbulenten Strömungen in der atmosphärischen Grenzschicht unter Berücksichtigung der Einflüsse von Druck-, Temperatur- und Turbulenzverteilungen [24] [25] [26].

Schwerpunkt dieser Untersuchungen war der Aufbau sowie die räumliche und zeitliche Ausbreitung der Böenfront als Vorderkante der radial ausfließenden Kaltluft. BILD 20 zeigt schematisch die Struktur dieser flachen Schicht kalter, dichter Luft, die sich bis zu Entfernungen von 20 km von der Gewitterzelle ausdehnen kann [83].

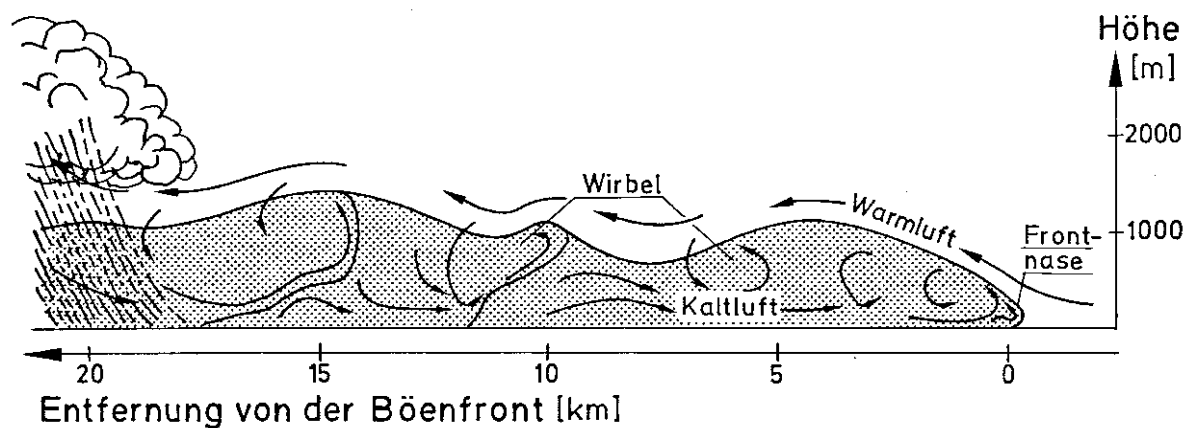


BILD 20: Schematische Struktur einer Gewitter-Böenfront (nach [83]).

Die Windströmungen im Bereich der Front'nase' werden durch horizontale Scherungen des Horizontalwindes (Gradient:  $u_{wx}$ ) zwischen der ursprünglich vorhandenen Warmluft und der vordringenden Kaltluft geprägt. Auf der Oberseite der Schicht grenzt kalte Luft direkt an die emporgehobene Warmluft. Infolge der unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten in den beteiligten Luftmassen hat die Trennfläche zwischen der Warm- und Kaltluft stark labile Eigenschaften [64]: Irgendwelche zufälligen Ausbuchtungen lassen sehr schnell intensive und umfangreiche Wirbel entstehen. In diesem Bereich der Gewitterböenfront ist neben den großen Schwankungen der Vertikalwindkomponente, die aus den Wirbeln resultieren, eine vertikale Scherung des Horizontalwindes (Gradient:  $u_{wz}$ ) zu beobachten.

Zum Problem der Simulation von Turbulenz in Gewittern wird auf [84] verwiesen. Es fehlen in der Literatur offensichtlich noch ausreichende statistische Angaben über die Größenordnungen und Höhenabhängigkeiten von charakteristischen Wellenlängen  $L_u$ ,  $L_v$ ,  $L_w$  und Standardabweichungen  $\sigma_u$ ,  $\sigma_v$ ,  $\sigma_w$  der Komponenten des Windvektors in Gewittern unterhalb einer Höhe von 500 m.

Für die vorgesehenen Untersuchungen waren die oben beschriebenen Simulationsmodelle zur Darstellung von Gewitterströmungen nicht zu verwenden, da sie einerseits sehr rechenintensiv sind und andererseits eine Fülle von Einzelheiten wiedergeben, die sich in ihren Auswirkungen überlagern und eine eindeutige Zuordnung von Ursache und Wirkung erschweren.

Auf der Grundlage der in [9] dargestellten Stromlinienverläufe in Gewitter-Downbursts wurde daher ein möglichst einfaches Strömungsmodell entwickelt, das weniger die komplexen meteorologischen Abläufe als vielmehr die grundsätzlichen und wichtigen Strömungsvorgänge richtig wiedergibt. Da einerseits in der Literatur keine Angaben über Messungen der zeitlichen Entwicklung der Stromlinienverläufe während der verschiedenen Entstehungsphasen eines Gewitters vorlagen und sich andererseits ein startendes oder landendes Flugzeug im Mittel nur etwa drei bis vier Minuten im Einflussbereich eines solchen Wettergeschehens befindet, wurde auf die Darstellung der Zeitabhängigkeit des Strömungsvorgangs verzichtet. Das Stromlinienbild wird also für den Zeitpunkt der Betrachtung als „eingefroren“ angesehen, die Stromlinien sind stationär.

Zeitabhängige Einflüsse wie Turbulenz oder großräumige Verwirbelungen können bei Bedarf dem Gewittermodell überlagert werden, um so z.B. in digitalen Simulationsprogrammen ein vollständigeres Windmodell zu erhalten.

## 2.4. Basismodell zur Darstellung von Gewitterströmungen

BILD 21 gibt die Flugbahn einer Boeing 727 wieder, die am 24. Juni 1975 beim Landeanflug auf den New Yorker Flughafen (JFK) ca. 700 m vor der Landebahnschwelle auf den Boden aufschlug. Dabei kamen 113 Menschen ums Leben, und das Flugzeug wurde völlig zerstört.

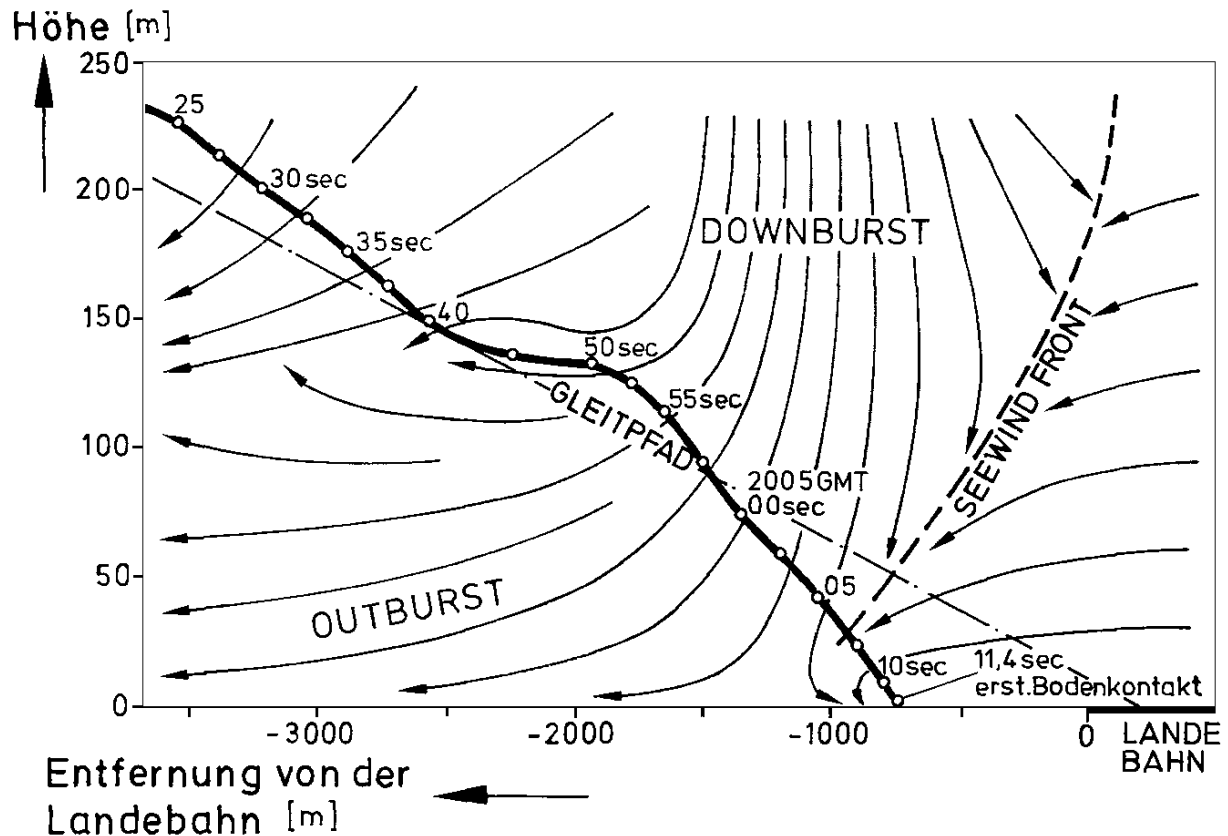


BILD 21: Flugbahnverlauf und Windströmungen des Flugunfalls in New York, 24.6.75 (nach [81])

Der näherungsweise rekonstruierte Verlauf der Stromlinien der Windbewegung zum Zeitpunkt des Unglücks zeigt einen typischen *downburst* (maximaler Abwind +6,5 m/s), der über dem Erdboden in horizontale Richtung umgelenkt wird und nach außen abfließt [81]. Das Strömungsbild ähnelt, abgesehen von dem Störeinfluss einer Seewindfront auf der rechten Bildseite, auffallend dem Stromlinienbild einer Staupunktströmung, die beim Auftreffen eines runden Strahles auf eine feste Wand entsteht (BILD 22).

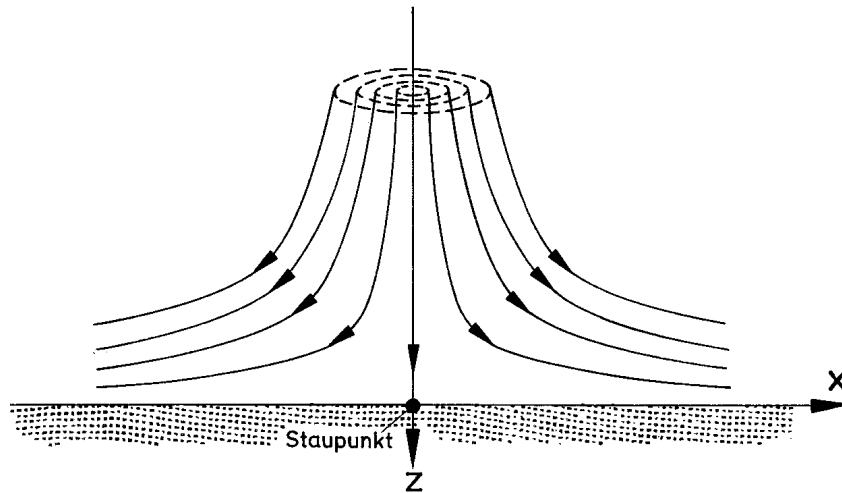


BILD 22: Stromlinienbild einer Staupunktströmung

Bereits in dem 1949 in den USA durchgeführten „Thunderstorm Project“ zur Erforschung von Gewittern [85] wurde qualitativ gezeigt, dass die fallenden und auf den Erdboden auftreffenden Kaltluftmassen direkt unter dem Zentrum der Gewitterzellen räumliche Staupunktströmungen bilden.

Die Ähnlichkeit in der Entstehungsursache und im Stromlinienverlauf legt den Gedanken nahe, die gemessenen Windprofile innerhalb der Gewitterströmung modellhaft mit Hilfe einer einfachen Staupunktströmung der Potentialtheorie zu beschreiben.

Um die Potentialtheorie anwenden zu können, müssen folgende Randbedingungen erfüllt sein:

a) Die Strömung muss reibungsfrei verlaufen

Die Darstellung von Strömungsvorgängen ohne Berücksichtigung von Zähigkeitseinflüssen ist nur zulässig, solange sich bei den beteiligten Strömungen einzelne Schichten des strömenden Mediums nicht relativ zueinander verschieben. Diese Voraussetzung trifft beispielsweise nicht zu bei den Scherwindsituationen 2.3.2 (Grenzschicht-Scherwind) und 2.3.3 (Inversionsstrahlstrom).

Als Bedingung, wann eine Strömung als reibungsfrei betrachtet werden darf, lässt sich formulieren: Die Grenzschicht über dem Erdboden muss so dünn bleiben, dass ihre Dicke gegenüber den anderen geometrischen Abmessungen des Strömungsfeldes vernachlässigt werden kann. Die Grenzschichten bleiben im Allgemeinen dann dünn, wenn die den Strömungsvorgang charakterisierende dimensionslose *REYNOLDS*-Zahl groß ist [85].

In der freien Atmosphäre wird statt der *REYNOLDS*-Zahl die *RICHARDSON*-Zahl  $Ri$  verwendet, um festzustellen, unter welchen Bedingungen atmosphärische Turbulenz entsteht und zunimmt. Die *RICHARDSON*-Zahl wird im Wesentlichen durch das Verhältnis zweier Gradienten bestimmt:

$$Ri = - \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2} .$$



Darin ist  $\partial p / \partial z$  die Abnahme der Luftdichte mit der Höhe, und  $\partial u / \partial z$  die vertikale Änderung der Windgeschwindigkeit (Scherung). Nach [64] kann in freien Strömungen als Grenzwert für das Umschlagen einer laminaren in eine turbulente Strömung der Wert  $Ri = 0,25$  angenommen werden. Bei größeren Werten besteht eine laminare Strömung, für kleinere *RICHARDSON*-Zahlen vergrößern sich die auftretenden Störungen rasch zu einer turbulenten Strömung. Die angegebene Stabilitätsgrenze entspricht einer sehr stabilen Schichtung der Atmosphäre und ist im Einzelfall zu überprüfen.

Im Hinblick auf die ebene Staupunktströmung, die wir in diesem Abschnitt zugrunde legen wollen, vernachlässigen wir mithin den Bereich, in dem die zähe Strömung, wie in Abschnitt 2.3.2 ausgeführt wurde, am Erdboden haftet, sowie den Grenzschichtbereich der Dicke  $Q$  darüber (BILD 23).

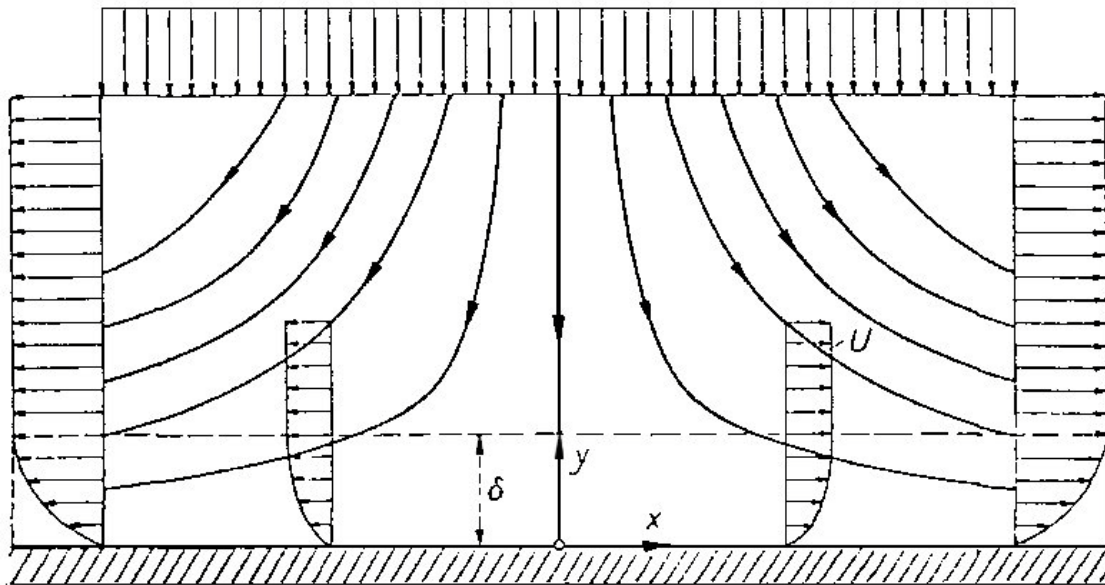


BILD 23: Die ebene Staupunktströmung mit Reibung (nach [53]).

b) CORIOLIS-Kräfte seien vernachlässigbar klein

Die *CORIOLIS*-Beschleunigung  $C$  ist von der geographischen Breite  $\varphi$  des Beobachtungsortes und von der Größe der Windgeschwindigkeit abhängig und ergibt sich mit der Rotationsgeschwindigkeit  $\underline{\Omega}_E$  der Erde zu

$$C = 2 ( \underline{\Omega}_E \sin \varphi ) \times \underline{V}_W, \quad \underline{C} \perp \underline{V}_W .$$

Für die hier interessierenden kleinräumigen (mikroskaligen) Windströmungen kann der Einfluss von  $\underline{C}$ , ebenso wie z.B. am Äquator ( $\varphi = 0$ ), vernachlässigt werden.

c) Die Strömung sei quell- und senkenfrei

Damit ist gemeint, dass sich in der Strömung keine Stellen befinden, an denen Flüssigkeit (hier: Luft) neu entsteht oder verschwindet. Diese Bedingung wird im Folgenden als Kontinuitätsbedingung behandelt.

d) Temperatur und Luftdichte seien während des Strömungsvorgangs konstant

Bei der Lösung von Strömungsproblemen muss man im Allgemeinen berücksichtigen, dass die Dichte des strömenden Mediums veränderlich ist und von Temperatur und Druck abhängt. Wenn jedoch die Strömungsgeschwindigkeiten im Vergleich zur Schallgeschwindigkeit klein sind und wenn keine merklichen Druckunterschiede durch Volumenkräfte (z.B. durch die Schwerkraft) erzeugt werden, bleiben die Dichteunterschiede im Strömungsfeld klein, so dass die Veränderlichkeit der Dichte vernachlässigt werden kann. Da in unserem Fall die zur Diskussion stehenden Windbewegungen im untersten Bereich der Atmosphäre bei *MACH*-Zahlen in der Größenordnung von 0,1 bis 0,15 ablaufen ( $|\underline{V}_W| = 30\text{--}50\text{ m/s}$ ) und die Höhererstreckung des Strömungsfeldes oberhalb von etwa 200 bis 300 m nicht mehr in die Betrachtungen eingeschlossen werden soll, können wir die Luftströmungen wie inkompressible Strömungen behandeln. Die Erfüllung dieser Bedingung vereinfacht die weiteren Überlegungen erheblich, ist für die Anwendung der Potentialtheorie aber nicht zwingend.

Aus den Randbedingungen (a) und (c) lassen sich die kinematischen Eigenschaften ableiten:

$$\text{a) Drehungsfreiheit:} \quad \text{rot}(\underline{V}_W) = 0 \quad (14)$$

$$\text{c) Kontinuität:} \quad \text{div}(\underline{V}_W) = 0 \quad (15)$$

Nach den Regeln der Vektoranalysis lässt sich dann die Windgeschwindigkeit  $\underline{V}_W$  als Gradient eines noch zu bestimmenden skalaren Geschwindigkeitspotentials  $\Phi$  deuten:

$$\underline{V}_W = \text{grad } \Phi(x, y, z). \quad (16)$$

Der Vollständigkeit halber seien die aus der Potentialtheorie bekannten Eigenschaften der Potentialströmungen kurz zusammengefasst:

Der Gradient  $\text{grad } \Phi$  steht senkrecht zu den Potential- oder Niveaulinien  $\Phi = \text{const.}$  (im ebenen Fall Potentiallinien) (BILD 24).

Die Verbindung der Orte gleicher Gradienten  $\text{grad } \Phi$  bzw. gem. Gl. (16) gleicher Windgeschwindigkeit liefert die Stromlinien  $\Psi = \text{const.}$ , deren Richtung in jedem Punkt mit der dort vorhandenen Geschwindigkeitsrichtung übereinstimmt. Stromlinien und Potentiallinien bilden orthogonale Kurvenscharen.

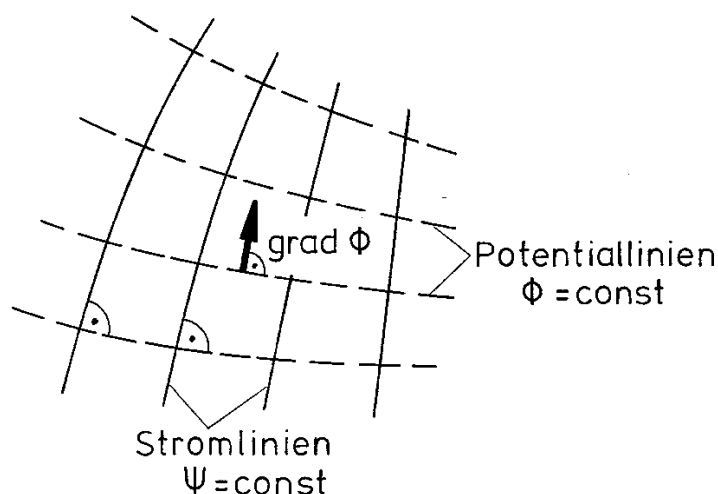


BILD 24: Zur Beschreibung der Eigenschaften von Potentialströmungen

Durch Einsetzen von Gl. (16) in die Gln. (14) und (15) erhält man

$$\text{die Identität} \quad \text{rot}(\text{grad } \Phi) \equiv 0$$

$$\text{sowie} \quad \text{div}(\text{grad } \Phi) = \Delta\Phi = 0$$

Die Kontinuitätsbedingung (d) lässt sich dann schreiben als: \*

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (17)$$

Einer der einfachsten Ansätze für das Geschwindigkeitspotential ist

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{2} (a x^2 + b y^2 + c z^2). \quad (18)$$

Diese allgemeine quadratische Funktion ist dann eine Lösung der räumlichen Potentialgleichung (17), wenn für die Konstanten a, b und c gilt:

$$a + b + c = 0. \quad (19)$$

Wählen wir die Windgeschwindigkeitskomponenten als

$$u_W = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = a x, \quad (20)$$

$$v_W = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = b y, \quad (21)$$

$$w_W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = c z, \quad (22)$$

so gewinnen wir daraus durch Differentiation nach den jeweiligen Ortskoordinaten die Konstantengleichungen für die Windgradienten:

$$u_{Wx} = \frac{\partial u_W}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = a. \quad (23)$$

$$v_{Wy} = \frac{\partial v_W}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = b. \quad (24)$$

$$w_{Wz} = \frac{\partial w_W}{\partial z} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = c. \quad (25)$$

\* Soweit nicht anders vermerkt, wird zunächst der allgemeingültige dreidimensionale Fall beschrieben, von dem dann auf den einfacheren Fall der ebenen Strömung geschlossen werden kann.

Zur Erfüllung der Kontinuitätsbedingung (17) muss dann für die Windgradienten gelten:

$$u_{Wx} + v_{Wy} + w_{Wz} \stackrel{!}{=} 0, \quad (26)$$

während die Forderung nach Drehungsfreiheit (Gl. (14)) bei der dreidimensionalen Strömung auf die Beziehungen führt:

$$w_{Wy} - v_{Wz} = 0, \quad (27)$$

$$u_{Wz} - w_{Wx} = 0, \quad (28)$$

$$v_{Wx} - u_{Wy} = 0. \quad (29)$$

Im Fall der ebenen Strömung in der x-z-Ebene reduzieren sich diese Gleichungen auf:

$$u_{Wx} - w_{Wz} = 0, \text{ (Kontinuität)} \quad (30)$$

$$u_{Wz} - w_{Wx} = 0. \text{ (Drehungsfreiheit)} \quad (31)$$

Aus den Gln. (20-22) lassen sich die Gleichungen für die Stromlinien gewinnen, z.B. in der x-z-Ebene:

$$\partial x / \partial z = u_W / w_W = a \cdot x / (c \cdot z) \quad (32)$$

oder nach Trennung der Variablen:

$$c \cdot \partial x / x = a \cdot \partial z / z. \quad (33)$$

Die Integration dieser Gleichung liefert \*

$$c \cdot \ln(\xi) = a \cdot \ln(\zeta) + c_1.$$

Damit lautet die Gleichung für die Stromlinien in der x-z-Ebene:

$$\Psi(\xi, \zeta) = \xi^{-c/a} \cdot \zeta = \text{const.} \quad (34)$$

Gl. (34) beschreibt eine Schar gleichseitiger Hyperbeln in der Vertikalebene, deren eine Asymptote die z-Achse (Vertikalachse) und deren andere Asymptote der Erdboden (x-Achse) ist (vgl. BILD 22). Der Koordinatenursprung (0,0) ist der Staupunkt der Strömung, und die Koordinaten x, y, und z sind die geometrischen Abstände des jeweiligen Beobachtungspunktes von diesem Staupunkt, gemessen in einem geodätisch ortsfesten Bezugssystem.

Eine zur z-Achse rotationssymmetrische Staupunktströmung erhalten wir, wenn wir die in Gl. (18) angegebenen Konstanten zu  $b = a$  und  $c = -2a$  wählen. In der Natur können die Stromlinienverläufe aufgrund orographischer, topographischer oder anderer Einflüsse (z.B. Windscherung in der ursprünglich vorhandenen Luftmasse, vgl. auch Seewindfront in BILD 18) von diesen Symmetrieeigenschaften abweichen. Trotzdem können die Strömungsvorgänge in den vertikal fallenden und anschließend radial ausfließenden Kaltluftmassen mit guter Genauigkeit als reibungslose Staupunktströmungen dargestellt werden unter der Voraussetzung, dass man die charakteristischen Parameter  $b \neq a$  zulässt. Bei ungleichen Werten für a und b ist die z-Achse zwar weiterhin Symmetrieachse, die Schnitte der Stromflächen  $\Psi = \text{const.}$  haben jedoch in den Ebenen  $z = \text{const.}$  anstatt des kreisrunden einen elliptischen Verlauf.

\* Wir führen hier die dimensionslosen Koordinaten  $\xi = x/x_0$  und  $\zeta = z/z_0$  ein, für die die obigen Gleichungen ebenso gelten, und vermeiden auf diese Weise das Rechnen mit benannten Größen. Setzen wir für die beliebig wählbaren Bezugsgrößen  $x_0 = z_0 = 1\text{m}$ , so haben die Größen  $\xi$  und  $\zeta$  zahlenmäßig dieselben Werte wie x und z.

Kap. 2.4: Basismodell zur Darstellung von Gewitterströmungen

Im Anhang A2 werden die Messdaten von sechs beobachteten Gewitterfallwinden auf ihre Übereinstimmung mit den Gesetzmäßigkeiten einer räumlichen Staupunktströmung hin untersucht.

In TABELLE 1 sind die vorkommenden Windgradienten  $u_{wx}$ ,  $v_{wy}$  und  $w_{wz}$  zusammengefasst; alle anderen, außerhalb der Hauptdiagonalen in Gl.(3) stehenden Gradienten sind Null.  $\approx$

	Flughafen	Flugzeug	Datum	Flugbewegung	$u_{wx}$ [s <sup>-1</sup> ]	$v_{wy}$ [s <sup>-1</sup> ]	$w_{wz}$ [s <sup>-1</sup> ]	Flugstrecke [km] im Gewitter-'downburst'	Flugzeit [s]
I	New York	B 727	24.06.75	Landung †	0.005	<u>0.015</u>	-0.020	2.75	≈ 50
II	New York	L 1011	24.06.75	Landung → g/a	0.020	<u>0.015</u>	-0.035	0.6	≈ 20
III	Philadelphia	DC 9	23.06.76	Landung †	0.022	<u>0.143</u>	-0.165	1.0	≈ 30
IV	Tucson	B 727	03.06.77	Start *	0.015	0.036	<u>-0.051</u>	2.0	≈ 50
V	Stapleton	B 727	07.08.75	Start †	0.030	<u>0.150</u>	-0.180	2.0	≈ 30
VI	Atlanta	B 747	26.07.81	Landung → g/a	0.017	<u>0.069</u>	-0.086	2.0	≈ 30
† = Absturz		* = erfolgreicher Start			→ g/a = erfolgreicher Durchstart (go-around)				

TABELLE 1: Zusammenstellung aller charakteristischen Werte von 6 beobachteten Gewitter-'downbursts'.  
(Die unterstrichenen Gradientenwerte sind durch Erfüllung der Konti-Gl.(20) ermittelt.)

Fassen wir die horizontalen Komponenten der Windgradienten in Gl.(26) in der sog. *horizontalen Divergenz*  $\text{div}_h \underline{V}_w$  zusammen:

$$\text{div}_h \underline{V}_w = u_{wx} + v_{wy} = -w_{wz} \quad (35)$$

so können wir über die Vorzeichen der Gradienten in einem Gewitterabwind folgendes aussagen:

Die Vertikalwindgeschwindigkeit  $w_w$  der Abwärtsströmung muss bis zum Erdboden zu Null abgebaut sein, was gleichbedeutend ist mit  $w_{wz} < 0$ . Nach Gl. (35) ist damit eine positive horizontale Divergenz verbunden:

$$\text{div}_h \underline{V}_w = u_{wx} + v_{wy} > 0.$$

In TABELLE 1 sind diese Vorzeichenbetrachtungen bestätigt.

Bei der Mehrzahl der im Anhang A2 angegebenen Wettergeschehen sind lediglich die Gradienten des Horizontalwindes  $u_w$  und des Vertikalwindes  $w_w$  bekannt. Die zugehörigen Gradienten  $v_{wy}$  werden so gewählt, dass sie die Kontinuitätsgleichung (26) erfüllen.

Die dabei ermittelten Größenordnungen können mit den Gradienten des Falles **IV** (Tucson) verglichen werden, da hier aus den meteorologischen Angaben die Gradienten  $u_{wx}$  und ausnahmsweise  $v_{wy}$  zu entnehmen sind. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der jeweils rechnerisch bestimmten Gradienten mit der Größenordnung des gemessenen Wertes, so dass die zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung berechneten Gradienten realistisch sind.

#### Kap. 2.4: Basismodell zur Darstellung von Gewitterströmungen

Die Annahme konstanter Gradienten innerhalb der Kaltluftströmung wird durch die Untersuchungen bestätigt, die GOFF [27] an 13 beobachteten Gewitterböenfronten durchführte. BILD 25 zeigt die gemittelten Maximalwerte absoluter Windscherungen. Bis auf die im Bereich der Bodengrenzschicht stark abweichenden Werte, die auf den Reibungseinfluss des Erdbodens hinweisen, sind die maßgeblichen Gradienten  $u_{Wx}$  und  $w_{Wz}$  fast konstant mit der Höhe. Das Vorhandensein der Gradienten  $u_{Wz}$  und  $w_{Wx}$  lässt auf einen intensiven Einfluss der sich ausbreitenden Böenfront auf die Messungen schließen, der bereits in Abschnitt 2.3.4 beschrieben wurde und hier nicht untersucht werden soll.

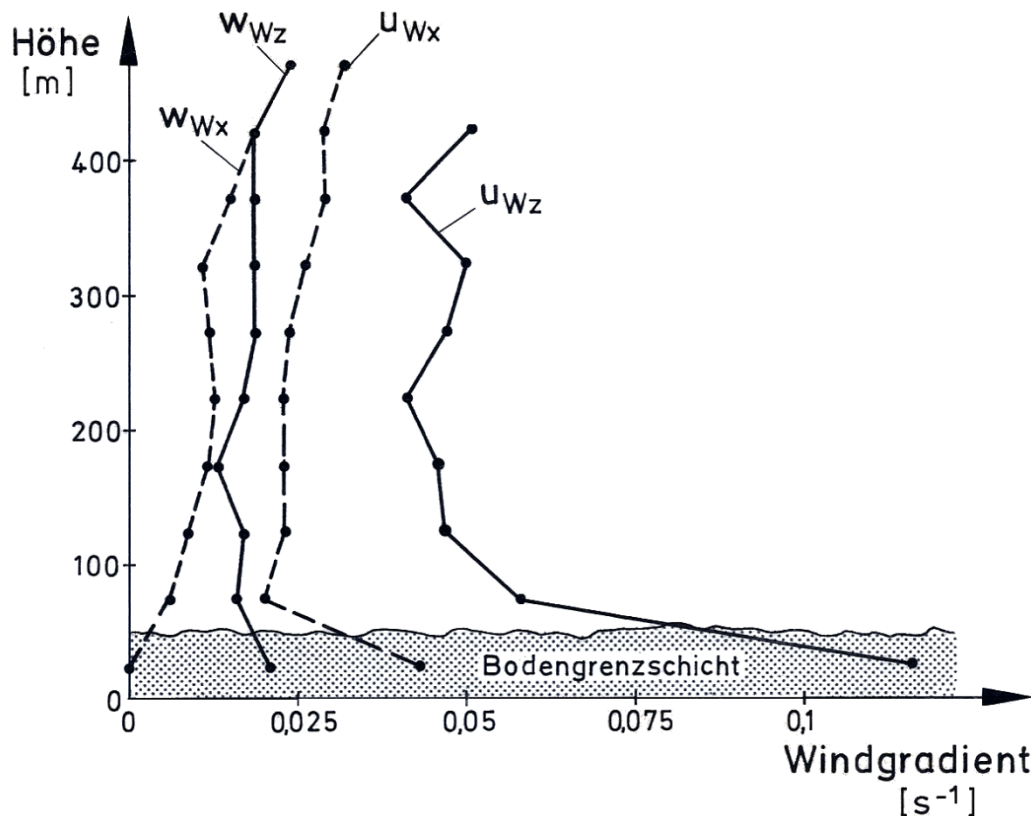


BILD 25: Gemittelte Maximalwerte absoluter Windscherungen in Gewitter-Böenfronten (nach [27]).

Wie die Bilder I-VI im Anhang A2 zeigen, lassen sich die Strömungsvorgänge in einem Gewitterfallwind hinreichend genau mit Hilfe eines einfachen Potentialströmungsmodells beschreiben. Das Modell zeichnet sich dadurch aus, dass die auftretenden Windgradienten  $u_{Wx}$  und  $w_{Wz}$ , mit denen sich eine typische 'downburst'-Gewitterströmung in der für uns maßgeblichen x-z-Ebene (Flugzeug-Symmetrieebene) ausreichend genau darstellen lässt, innerhalb der Strömungsgrenzen als konstant angenommen werden können. Die zur Erfüllung der Kontinuitätsgleichung ermittelten Werte für  $v_{Wy}$  können bei der Untersuchung der Flugzeug-Längsbewegung außer acht gelassen werden. Nach den vorliegenden Unfalluntersuchungen kann davon ausgegangen werden, dass bei keinem der hier betrachteten Unfallhergänge eine Seitenwindeinwirkung die direkte Unfallursache war [112].

Die unmittelbare Linearisierbarkeit unseres Strömungsmodells ermöglicht, wie in den nachfolgenden Abschnitten vorgeführt wird, die Anwendung der *Methode der kleinen Störungen* für die Untersuchung der dynamischen Flugzeugreaktion in der offensichtlich gefährlichsten Form einer Windscherung, zumindest innerhalb der im Flughafen-Nahbereich zur Debatte stehenden Flugstrecken bzw. Flugzeiten.

Kap. 2.4: Basismodell zur Darstellung von Gewitterströmungen

Einen ähnlichen Versuch, die im THUNDERSTORM PROJECT [85] entdeckten dreidimensionalen Abwindschläuche mit Hilfe einfacher Potential-Stromfelder zu beschreiben, unternahm KOSCHMIEDER [127]. Er kommt jedoch in seiner Untersuchung über Schlotströmungen zu dem Ergebnis, dass die tatsächlichen Vorgänge nur unzureichend mit Hilfe der von ihm zugrundegelegten Überlagerung von geraden, horizontalen Wirbelfäden und zusätzlichen Translationsströmungen wiedergegeben werden können.

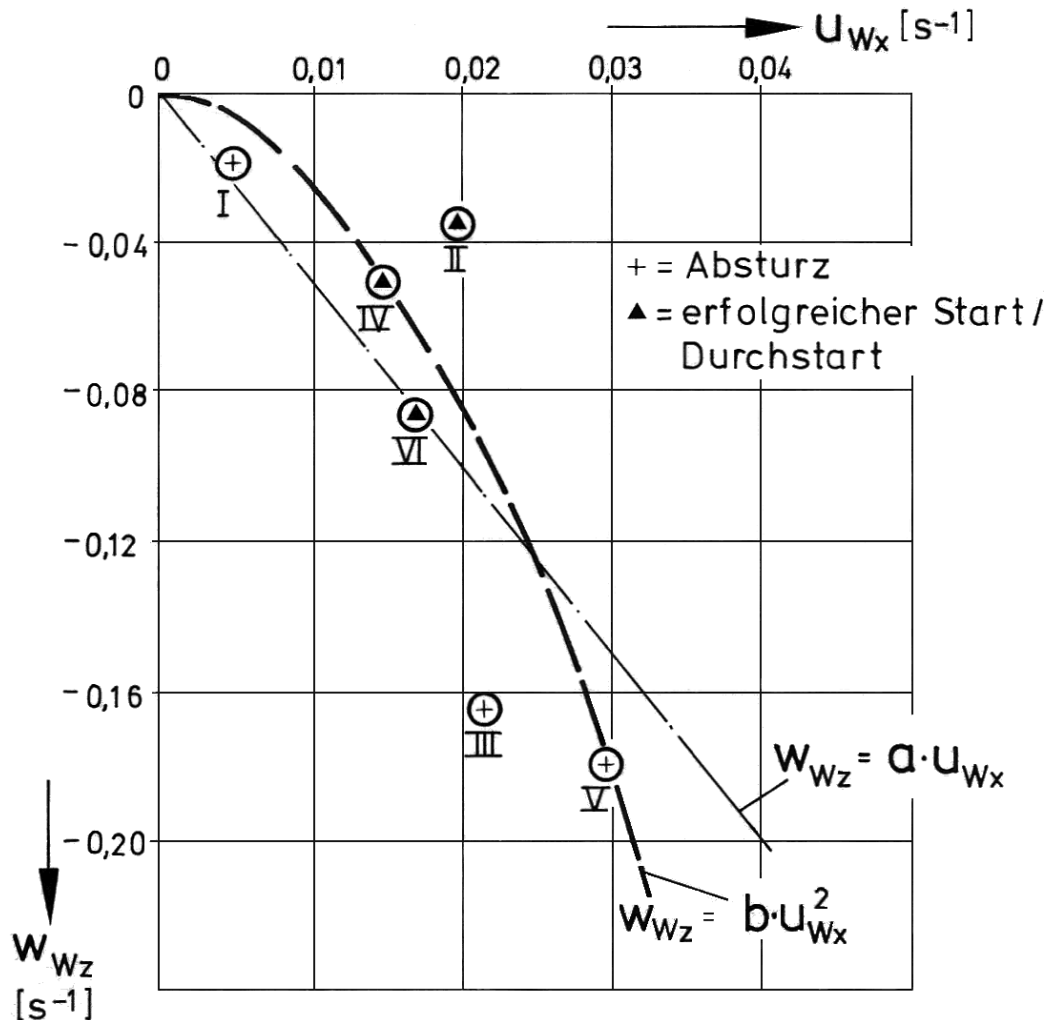


BILD 26: In Gewitterfallwinden beobachtete Kombinationen von Horizontal- und Vertikalwindgradienten. (Die Nummerierung entspricht TABELLE 1 und Anhang A2)

In BILD 26 ist dargestellt, in welcher Größenordnung und mit welchen Zahlenkombinationen die bisher bei Flugzeugunfällen beobachteten Windgradienten in Gewitterfallwinden auftreten. Von großem Nutzen für die nachfolgenden Untersuchungen ist die analytische Darstellung dieser gemessenen Zusammenhänge.

Dies kann auf sehr verschiedene Weise erfolgen, z.B. auf einfachste Art durch den in BILD 26 eingetragenen linearen Zusammenhang

$$W_{Wz} = a \cdot U_{Wx}, \quad \begin{array}{c|c} U_{Wx}, W_{Wz} & a \\ \hline s^{-1} & - \end{array}$$

wobei für die Konstante  $a \approx -5$  eingesetzt werden kann.

Eine etwas bessere Annäherung erreichen wir durch einen quadratischen Ansatz, der ebenfalls in BILD 26 dargestellt ist und der im folgenden zur Charakterisierung von Staupunktströmungen verwendet werden soll:

$$w_{WZ} = b \cdot u_{Wx}^2, \quad \frac{u_{Wx}, w_{Wz}}{s^{-1}} \quad \left| \quad \begin{array}{c} b \\ s \end{array} \right. \quad (36)$$

mit der Konstanten  $b = -200s$ . Diese empirisch gewonnene Beziehung ist, soweit dem Verfasser bekannt, meteorologisch noch nicht nachgewiesen. Es dürfte interessant sein, zu untersuchen, ob ein solcher Zusammenhang auch experimentell zu ermitteln ist.

Zwei Anmerkungen seien an den Schluss dieses Abschnittes gestellt:

- 1) Mit den gewählten Randbedingungen einer Potentialströmung haben wir gewährleistet, dass die Strömungsvorgänge horizontal und vertikal homogen verlaufen. Das bedeutet, dass es zur Bestimmung des Windgeschwindigkeitsverlaufes  $V_W(x,y,z)$  beispielsweise längs der Flugbahn eines Flugzeugs unerheblich ist, welchen Weg im Raum wir wählen, oder, um die Ausführungen des Abschnitts 2.2 zu ergänzen:

Das Gradientenfeld ist unabhängig vom jeweiligen Ort, z.B.:

$$u_{Wxz} = u_{Wzx} = w_{Wxz} = w_{Wzx} \equiv 0.$$

- 2) Bei der Analyse der sechs beobachteten Staupunktströmungen haben wir vorausgesetzt, dass
  - a) der Kaltluftstrahl senkrecht auf den Erdboden auftrifft,
  - b) der Flugweg (bis auf den Fall IV) zentral durch den Staupunkt verläuft, und
  - c) die radiale Ausbreitung der Kaltluft am Erdboden nicht nach allen Seiten gleichmäßig, sondern unter Auftreten bestimmter Vorzugsrichtungen erfolgt (ellipsenförmiger Charakter der Schnittlinien der Stromflächen  $\Psi = \text{const.}$  in den Ebenen  $z = \text{const.}$ ).

Ohne Frage sind in der Natur aber auch andere Bedingungen möglich:

- aa) FUJITA [122] nennt das Beispiel eines sog. *traveling microburst*, bei dem die herabstürzende Kaltluft in einer Schrägströmung auf den Boden auftrifft;
- bb) im Fall IV des Anhangs A2 finden wir eine seitliche Ablage des Staupunktes von der Spur der Flugbahn bestätigt;
- cc) am Einleuchtendsten erscheint die Annahme einer konzentrischen Ausbreitung der Kaltluft nach der Umlenkung in die Horizontale. Offenbar müssen für eine andersgeartete Ausbreitung zusätzliche Parameter bestimmend sein (z.B. orographische Einflüsse, Windscherungen in der vorhandenen bodennahen Warmluft, Bodenrauigkeiten u.ä.).

Da in den verwendeten Unterlagen nicht genügend Angaben zu finden waren, um der einen oder anderen Möglichkeit den Vorzug zu geben, wurde mit den unter 2a) bis c) beschriebenen Annahmen verfahren, da dies in einfachster Weise zu Lösungen führte.



### 3. Die Differentialgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung unter Berücksichtigung von Windeinflüssen

#### 3.1. Begriffsbestimmungen und Geschwindigkeitsbeziehungen

Zur Berücksichtigung der Einflüsse von Wind und Windscherungen auf die Bewegung eines Flugzeugs muss in den flugmechanischen Differentialgleichungen zwischen der Bahngeschwindigkeit des Flugzeugs und der Flug- oder Anströmgeschwindigkeit unterschieden werden.

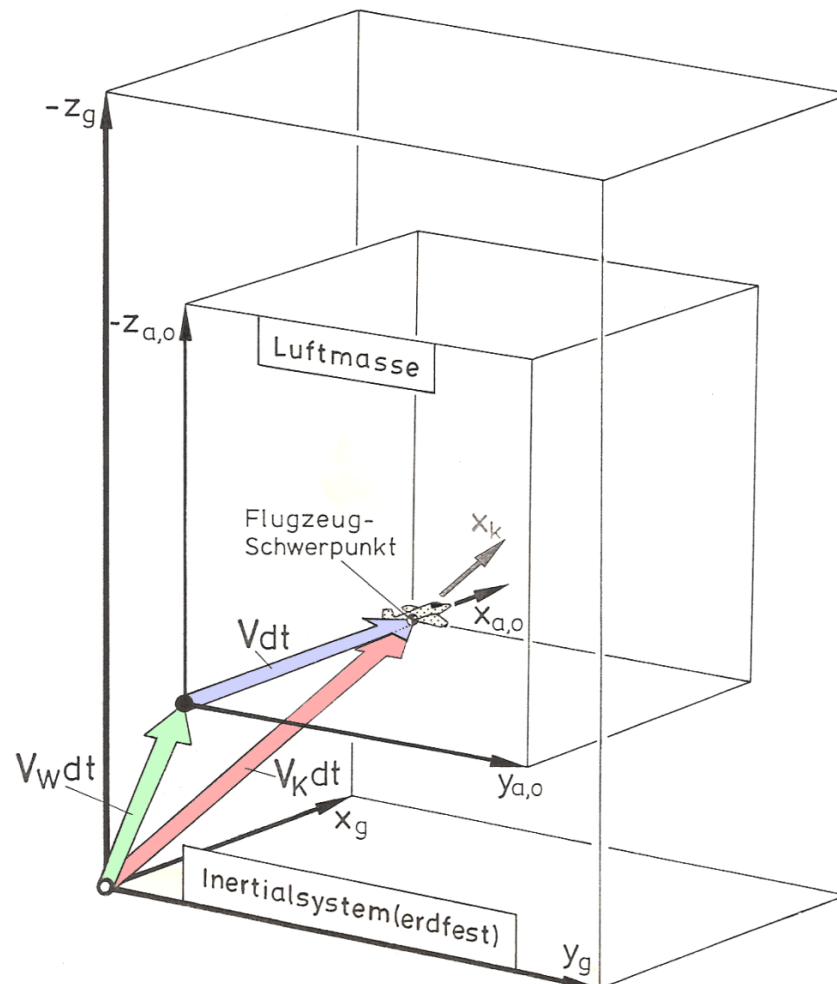


BILD 27: Zur Relativbewegung zwischen Flugzeug, umgebender Luft und dem Inertialsystem Erde.

Die beiden Koordinatenpunkte 'Schwerpunkt' und 'Nullpunkt des Flugwind-Achsensystems' waren zum Zeitpunkt  $t=0$  identisch mit dem Ursprung des Inertialsystems und haben sich im Zeitintervall  $dt$  um die dargestellten Strecken fortbewegt.

Beim Auftreten von Windeinflüssen sind die Bahnachse  $x_k$  und die Flugwindachse  $x_a$  nicht mehr identisch (BILD 27). Die Bahngeschwindigkeit  $\underline{V}_K$  errechnet sich aus der Vektorsumme der Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$  und der Windgeschwindigkeit  $\underline{V}_W$ :

$$\underline{V}_K = \underline{V} + \underline{V}_W. \quad (37)$$

Dabei ist  $\underline{V}_K$  die Geschwindigkeit des zu einem Massenschwerpunkt idealisierten Flugzeugs tangential zur Bahn,  $\underline{V}$  die Relativgeschwindigkeit des Flugzeugs zur umgebenden Luft, auch aerodynamische Anströmung oder Fahrt genannt, und  $\underline{V}_W$  die Geschwindigkeit der Luftmassen, relativ zum Inertialsystem Erde.

In den Standardwerken der Flugmechanik (vgl. z.B. [86] [87] [88]) werden die Windgeschwindigkeiten nicht oder nur unvollständig (als stationäre Anteile) berücksichtigt. Vor allem in amerikanischen Veröffentlichungen haben unpräzise Definitionen mehrfach zu Begriffsverwirrungen und physikalischen Fehlern geführt, etwa bei der Definition der kinetischen Energie des Flugzeugs [89].

Die derzeit gültige Luftfahrtnorm LN 9300 „Bezeichnungen in der Flugmechanik“ vom Dezember 1970 [90] beschränkt sich auf die Charakterisierung des Windes im geodätischen System (Windvektor  $\underline{V}_w$ , Windneigungswinkel  $\gamma_w$ , Windazimut  $\chi_w$ , BILD 28).

Eine nahezu vollständige, praxisorientierte Beschreibung der Windeinflüsse in Längs- und Seitenbewegung verwendet BROCKHAUS [91].

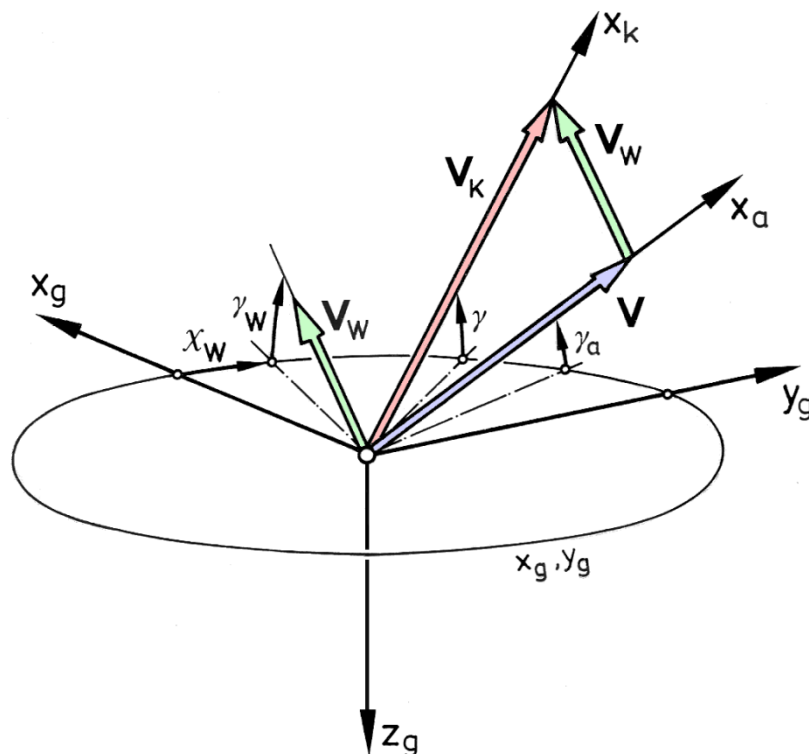


BILD 28: Die Charakterisierung des Windeinflusses entsprechend der Luftfahrtnorm LN 9300 [90].

Zur Darstellung der Geschwindigkeitsbeziehungen werden im folgenden die in [92] vorgestellten Größen zur Berücksichtigung des Windeinflusses in den flugmechanischen Gleichungen verwendet.

Es ergeben sich unter Vernachlässigung von Rollwinkel  $\phi$  und Schiebewinkel  $\beta$  die in dargestellten Winkelzusammenhänge in der Längsebene des Flugzeugs:

$$\theta = \alpha + \gamma - \alpha_w, \quad (38)$$

$$\gamma = \gamma_a + \alpha_w. \quad (39)$$

Der Winkel  $\alpha_w$  wird als Windanstellwinkel bezeichnet und dreht positiv im Uhrzeigersinn sowie von der Flugwind- zur Bahnachse.

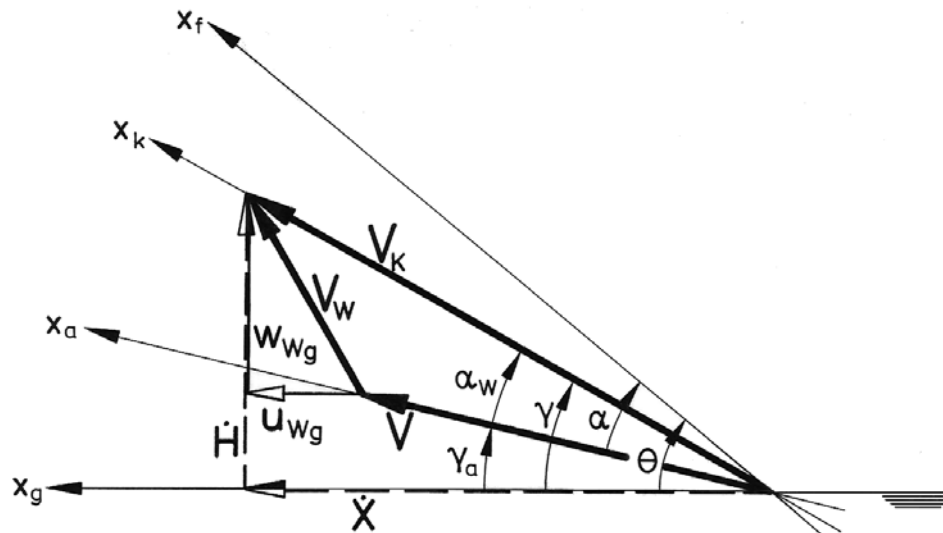


BILD 29: Zur Definition der Geschwindigkeiten und Winkel in der Flugzeug-Symmetrieebene bei Berücksichtigung des Windeinflusses.

Unfallstatistiken lassen den Schluss zu, dass Flugunfälle als Folge von Bahnfehlern in der Längs- oder Symmetrieebene des Flugzeugs (x-z-Ebene) wesentlich häufiger zu schweren Katastrophen führen als infolge von Abweichungen, die aus dieser Ebene herausführen (*Seitenbewegung*) [112]. Wir wollen diesen Umstand im folgenden als Begründung dafür heranziehen, dass die weiteren Betrachtungen allein auf die Bewegung des Flugzeugs in der Längsebene (*Längsbewegung*) beschränkt bleiben.

Eine dreidimensionale Lösung des Problems, in welcher Weise Windänderungen auf ein Flugzeug einwirken, ist wegen der Unübersichtlichkeit, beispielsweise der in [92] gezeigten komplizierten Winkelverhältnisse, nur schwierig zu erhalten, und eine anschauliche analytische Lösung erscheint so gut wie ausgeschlossen.

Für die Beschreibung der Scherwindeffekte auf die Flugbahn eines Flugzeugs wird in der vorliegenden Arbeit das Bahnachsensystem verwendet. Zur komponentenweisen Darstellung von Gl.(37) im bahnfesten Koordinatensystem müssen nach [90] die Transformationen ausgeführt werden:

$$\underline{I} \cdot \underline{V}_{Kk} = \underline{M}_{ka} \cdot \underline{V}_a + \underline{M}_{kg} \cdot \underline{V}_{wg} . \quad (40)$$

Hierbei finden die gemäß Gl. (1) im geodätischen Achsensystem definierten Komponenten des Windvektors (Horizontalwind  $u_{wg}$ , Vertikalwind  $w_{wg}$ ) Verwendung.

Zu beachten ist, dass entsprechend der Orientierung der geodätischen z-Richtung Aufwind negativ, Abwind positiv in die Rechnungen eingeht.

Weiterhin ist das Windazimut  $\chi_w$  gleich Null gesetzt, so dass die Horizontalwindkomponente bei Beschränkung der Betrachtung auf die Längsbewegung immer in der Bahnebene liegt:  $\chi_w = 0$ .

Betrachten wir den Fall der zweidimensionalen Bewegung in der Flugzeug-Symmetrieebene, so ergeben sich mit:

$$\underline{V}_{Kk} = \begin{pmatrix} u_{Kk} \\ 0 \end{pmatrix}^*), \underline{V}_a = \begin{pmatrix} u_a \\ 0 \end{pmatrix}^*) \text{ und } \underline{V}_{Wg} = \begin{pmatrix} u_{Wg} \\ w_{Wg} \end{pmatrix} \quad (41)$$

die Geschwindigkeitsbeziehungen nach Gl. (40) komponentenweise zu:

$$u_{Kk} = u_a \cos \alpha_W + u_{Wg} \cos \gamma - w_{Wg} \sin \gamma, \quad (42)$$

$$0 = u_a \sin \alpha_W + u_{Wg} \sin \gamma + w_{Wg} \cos \gamma. \quad (43)$$

Für Näherungsbetrachtungen können unter der Voraussetzung kleiner Winkel  $\alpha_W$  und  $\gamma$  gesetzt werden:

$$\sin \alpha_W \approx \alpha_W, \sin \gamma \approx \gamma \text{ und } \cos \alpha_W \approx \cos \gamma \approx 1.$$

Diese Verhältnisse sind gegeben bei Winkeln  $|\alpha_W, \gamma| < 8-10^\circ$ . Das entspricht in einem typischen Landeanflug Windgeschwindigkeiten von  $|u_{Wg}| < 30 \text{ m/s}$  bzw.  $|w_{Wg}| < 5 \text{ m/s}$ .

Die Gln.(42, 43) vereinfachen sich dann zu:

$$u_{Kk} - u_a \approx u_{Wg} - w_{Wg} \gamma, \quad (44)$$

$$\alpha_W \approx - (u_{Wg} \gamma + w_{Wg}) / u_a. \quad (45)$$

<sup>\*)</sup> Nach [90] können die Benennungen der in Gl. (41) aufgeführten Vektoren entsprechend dem Sprachgebrauch auf deren Beträge übertragen werden. Dies wird im Folgenden für die  $x_a$ -Komponente der Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$  und die  $x_K$ -Komponente der Bahngeschwindigkeit  $\underline{V}_K$  angewendet, wenn keine Gefahr der Verwechslung besteht:  $u_a = V = |\underline{V}|$  und  $u_{Kk} = V_K = |\underline{V}_K|$ .

### 3.2. Einbeziehung der Scherwindparameter

Die Bewegungsgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung werden in bekannter Weise aus dem Kräfte- und Momentengleichgewicht in der x-z-Ebene entwickelt (BILD 30).

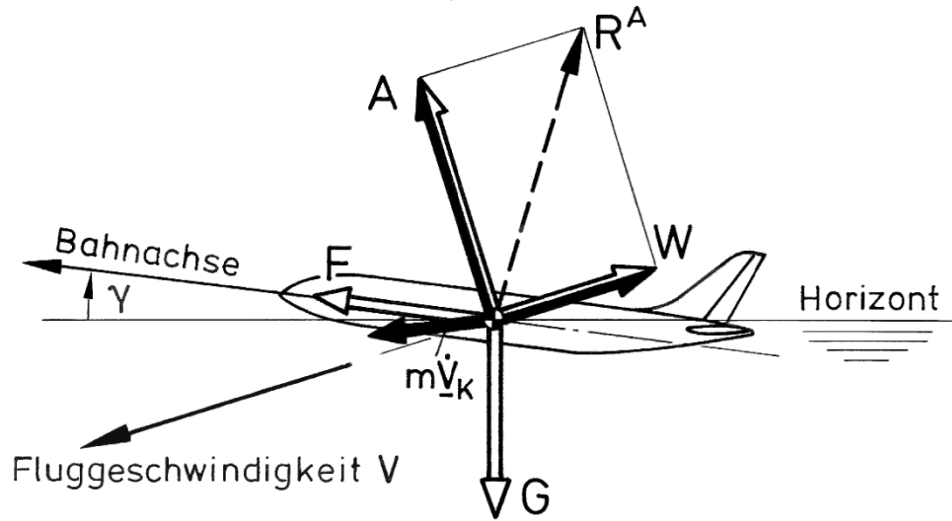


BILD 30: Kräftegleichgewicht der Flugzeug-Längsbewegung

Nach NEWTON gelten unter Annahme konstanter Massen und Massenträgheiten die allgemeinen Vektorgleichungen der Mechanik:

$$m \dot{\underline{V}}_K = \sum_{i=1}^n \underline{K}_i = \underline{R}^A + \underline{F} + \underline{G} \quad (46)$$

$$\underline{T} \dot{\underline{\Omega}} = \sum_{i=1}^n \underline{M}_i = \underline{M}^A + \underline{M}^F \quad (47)$$

Dabei sind die aerodynamischen Kräfte  $\underline{R}^A$  im aerodynamischen, die Schubkräfte  $\underline{F}$  im körperfesten und die Gewichtskraft  $\underline{G}$  im geodätischen Achsensystem definiert, was wir nach [90] bei der komponentenweisen Darstellung durch einen entsprechenden Index kenntlich machen. Der Vektor der Bahnbeschleunigung  $\dot{\underline{V}}_K$  wird zweckmäßigerweise im flugbahnfesten Koordinatensystem angegeben. Die Elemente der Momentengleichung (47) sind der Trägheitstensor  $\underline{T}$ , die zeitliche Änderung des Drehgeschwindigkeitsvektors  $\underline{\Omega}$ , das Luftmoment  $\underline{M}^A$  und das Schubmoment  $\underline{M}^F$  (vgl. z.B. [97]).

Wählen wir zur komponentenweisen Darstellung der Gl.(46) als Bezugskordinatensystem das Bahnachsensystem, so sind die Transformationen auszuführen:

$$m \dot{\underline{V}}_{Kk} = \underline{M}_{ka} \cdot \underline{R}_a^A + \underline{M}_{kf} \cdot \underline{F}_f + \underline{M}_{kg} \cdot \underline{G}_g \quad (48)$$

Der Einfluss des Windes ist an zwei Stellen zu finden: zum einen als Drehwinkel  $\alpha_w$  der Transformationsmatrix  $\underline{M}_{ka}$  zwischen dem aerodynamischen und dem bahnfesten Achsensystem, zum anderen in den Komponenten der Bahnbeschleunigung  $\dot{\underline{V}}_K$ .

Aus Gl.(37) lässt sich durch Differenzieren nach der Zeit formal gewinnen:

$$\dot{\underline{V}}_K = \frac{D}{Dt}(\underline{V}_K) = \frac{D}{Dt}(\underline{V} + \underline{V}_W) \stackrel{\text{def}}{=} \dot{\underline{V}} + \dot{\underline{V}}_W \quad (49)$$

Eine kurze Diskussion soll die Störeinwirkungen des Windes veranschaulichen. Nach Gl.(46) ergibt sich die resultierende Änderung der Bahngeschwindigkeit, multipliziert mit der Masse des betrachteten Körpers, aus der Resultierenden der von außen auf das System einwirkenden Kräfte. Stehen die äußeren Kräfte für sich im Gleichgewicht, so ist die Bewegung gleichförmig ( $\dot{\underline{V}}_K = 0$ ). In unserem Fall hängen die Kräfte  $\underline{R}_a^A$  und  $\underline{F}$  von der Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$  ab, während das Gewicht in diesem Beispiel als konstant angesehen werden kann.

Wir setzen nun Gl.(49) in Gl.(46) ein und sehen, dass die äußeren Kräfte formal mit der Summe aus zwei Massenkraftanteilen im Gleichgewicht stehen:

$$m \cdot \dot{\underline{V}} + m \cdot \dot{\underline{V}}_W = \underline{R}_a^A + \underline{F} + \underline{G} . \quad (50)$$

Setzen wir einen stationären Ausgangsflugzustand voraus und geben eine beliebige Windänderung  $\dot{\underline{V}}_W$  vor, so lassen sich folgende Fälle unterscheiden:

- a) Nehmen wir an, dass für einen kurzen Augenblick die Kräftesumme auf der rechten Seite von Gl.(50) konstant bleibt (was gleichbedeutend ist mit  $\dot{\underline{V}}_K = 0$ ), so erhalten wir sofort eine Änderung der Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$ , wenn eine Änderung der Windgeschwindigkeit  $\underline{V}_W$  auftritt:

$$\dot{\underline{V}}_K = 0 \rightarrow \dot{\underline{V}} = -\dot{\underline{V}}_W \quad (51)$$

- b) Soll die Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$  konstant gehalten werden ( $\dot{\underline{V}} \stackrel{!}{=} 0$ ), so muss beim Auftreten einer Windgeschwindigkeitsänderung die Kräftesumme auf der rechten Seite verändert werden, etwa durch eine Veränderung des Schubes. Daraus wiederum resultiert gemäß Gl.(46) eine Bahngeschwindigkeitsänderung:

$$\dot{\underline{V}} \stackrel{!}{=} 0 \rightarrow \dot{\underline{V}}_K = \dot{\underline{V}}_W \quad (52)$$

- c) Schließlich sind auch beliebige Zwischenkombinationen von  $\dot{\underline{V}}_K$ ,  $\dot{\underline{V}}$  und  $\dot{\underline{V}}_W$  denkbar, die die Gl.(49) erfüllen:

$$(49) \rightarrow \dot{\underline{V}}_K = \dot{\underline{V}} + \dot{\underline{V}}_W \text{ mit } \dot{\underline{V}}_K, \dot{\underline{V}}, \dot{\underline{V}}_W \neq 0 .$$

Die Beispiele zeigen, dass der Wind Auswirkungen auf das stationäre Gleichgewicht eines Flugzeuges haben kann, ohne selbst Kräfte zu erzeugen. Aus diesem Grunde wird auch der etwas ungewöhnliche Schritt vollzogen, einen inertial definierten Geschwindigkeitsvektor durch zwei Relativgeschwindigkeiten zu ersetzen (Gl.(35)), was sinngemäß auch für die zeitlichen Änderungen dieser Vektoren gilt (Gl.(49)).

Die zeitliche Änderung der Windgeschwindigkeit  $\dot{\underline{V}}_W$  lässt sich analog zu den Ausführungen in [93] darstellen als substantielle Beschleunigung:

$$\dot{\underline{V}}_W = \frac{D}{Dt}(\underline{V}_W) = \frac{\partial}{\partial t}(\underline{V}_W) + \frac{d}{dt}(\underline{V}_W) . \quad (53)$$

### Kap. 3.2: Einbeziehung der Scherwindparameter

Das totale Zeitdifferential der Windgeschwindigkeit setzt sich demnach aus zwei Anteilen zusammen, wobei der erste Summand auf der rechten Seite von Gl.(53) bezeichnet wird als lokale Beschleunigung.

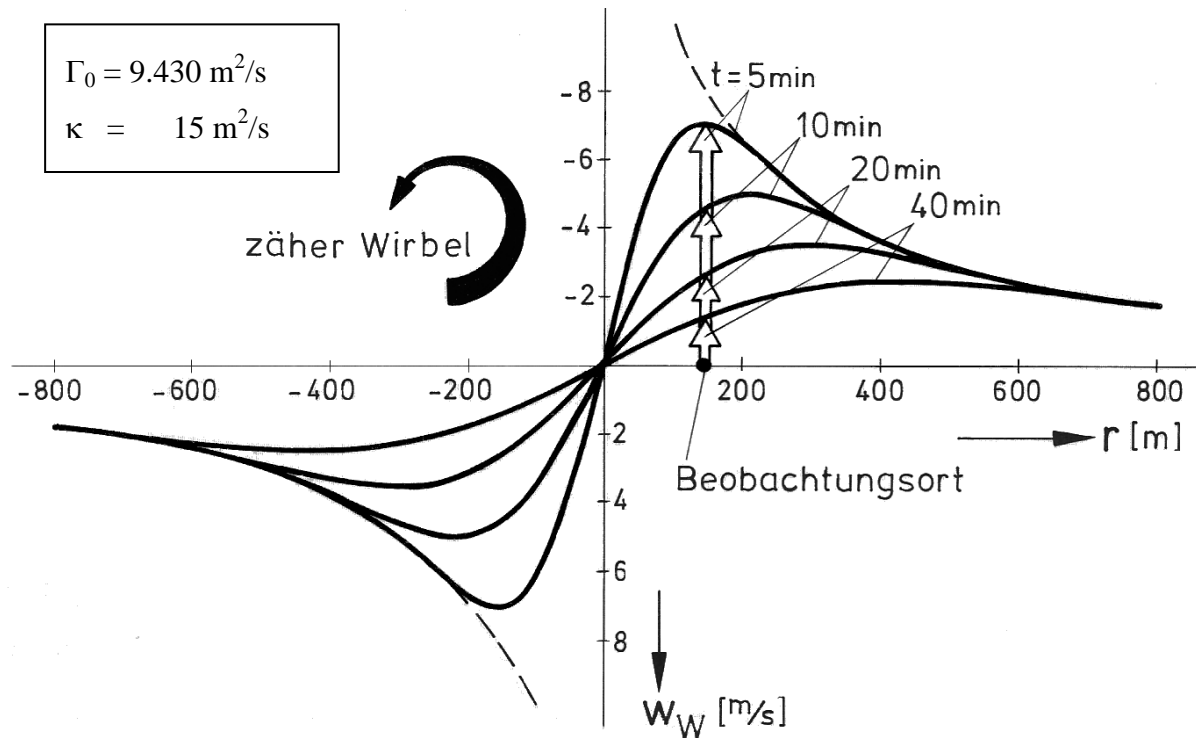


BILD 31: Beispiel für eine lokale Beschleunigung

In einem zähen Wirbel lässt sich die zeitlich veränderliche lokale Geschwindigkeit beschreiben durch:

$$w_W(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[ 1 - e^{-r^2/4\kappa t} \right] .$$

Durch Differentiation erhält man eine zeitabhängige lokale Beschleunigung am Beobachtungsort  $r$ . In der Luftfahrt sind zähe Wirbel als Wirbelschleppen hinter Großraumflugzeugen bekannt und können besonders für nachfliegende Leichtflugzeuge gefährlich werden, wenn die Vertikalwindänderungen längs der Spannweite zu hohen Rollgeschwindigkeiten führen.

Dieser Term beschreibt die instationären, d.h. zeitlich veränderlichen Windänderungen an einem festen Beobachtungspunkt, die in der Natur z.B. durch Zähigkeitseinflüsse, Temperaturveränderungen usw. hervorgerufen werden können (BILD 31).

Auch die statistisch verteilten Böen sind an dieser Stelle einzuordnen, sofern sie mit Hilfe der TAYLORschen Hypothese [94] aus den zumeist örtlichen Messungen, etwa aus Flugmessungen, in eine zeitabhängige Darstellung gebracht wurden.

---

Kap. 3.2: Einbeziehung der Scherwindparameter

---

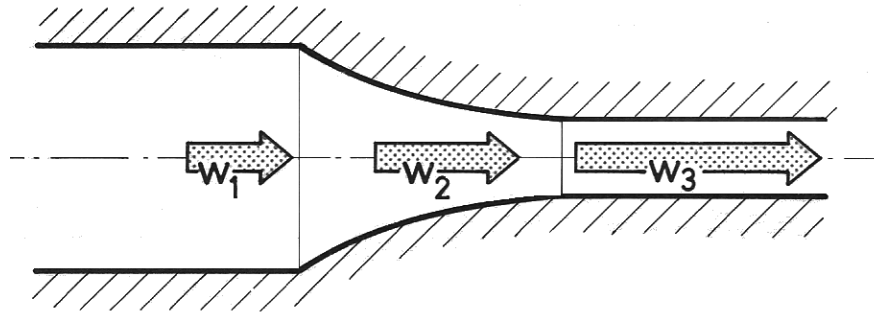


BILD 32: Beispiel für eine konvektive Beschleunigung (nach [93]).

In einem sich verjüngenden Kanal erfährt eine reibungslose Strömung  $w_1$  eine axiale konvektive Beschleunigung auf  $w_3$  entsprechend der Kontinuitätsgleichung. Die entstehenden Stromlinien sind stationär.

Der zweite Summand ist die konvektive Beschleunigung (BILD 32). Er enthält die ortsabhängigen Anteile der Windgeschwindigkeitsänderung, die durch die Ortsänderung des Flugzeugs Einfluss auf den Bewegungsablauf gewinnen. Dieser Term lässt sich ausdrücken als:

$$\frac{d}{dt}(\underline{V}_W) = \frac{d}{dr}(\underline{V}_W) \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\underline{r}) . \quad (54)$$

Dabei ist entsprechend Gl.(3):

$$\frac{d}{dr}(\underline{V}_W) = \text{grad}(\underline{V}_W) . \quad (55)$$

Für den Ortsvektor  $\underline{r}$  des Flugzeugs gilt allgemein:

$$\underline{r} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} , \quad (56)$$

woraus sich durch Differentiation nach der Zeit ergibt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\underline{r}) = \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} = \underline{V}_K = f(t) . \quad (57)$$

Die ortsabhängige konvektive Beschleunigung (Gl.(54)) ist somit das Produkt aus den örtlichen Windgradienten und der Ortsänderung des Fluggerätes, die wiederum eine Funktion der Zeit ist.

Im allgemeinen ist das Windgradientenfeld inhomogen, so dass die Windgradienten selbst wieder vom Ort abhängig sind. In unserem Fall sind die Windgradienten bei Verwendung des Gewitterfallwindmodells aus Abschnitt 2.4 konstant, also orts- und zeitunabhängig (vgl. Anmerkung (1) am Ende des Abschnitts 2.4).



---

*Kap. 3.2: Einbeziehung der Scherwindparameter*

---

Beschränkt man sich auf Betrachtungen in der Längsebene, so reduziert sich Gl.(54) auf:

$$\frac{d}{dt}(\underline{V}_W) = \text{grad}(\underline{V}_W) \cdot \underline{V}_K = \begin{vmatrix} u_{Wx} & u_{Wz} \\ w_{Wx} & w_{Wz} \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Z} \end{pmatrix} \quad (58)$$

Ebenso wie die Komponenten des Windes werden auch die Einzelanteile von  $\text{grad}(\underline{V}_W)$ , die Scherwindgradienten, üblicherweise im geodätischen Bezugssystem angegeben.

Mit den Definitionen

$$\dot{\underline{V}}_{Kk} = \begin{pmatrix} \dot{u}_{Kk} \\ -u_{Kk} \cdot \dot{\gamma} \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$\dot{\underline{V}}_a = \begin{pmatrix} \dot{u}_a \\ -u_a \cdot \dot{\gamma}_a \end{pmatrix} \quad (60)$$

$$\dot{\underline{V}}_{Wg} = \begin{pmatrix} \dot{u}_{Wg} \\ \dot{w}_{Wg} \end{pmatrix} \quad (61)$$

lässt sich Gl.(49) unter Beachtung der erforderlichen Koordinatentransformationen im Bahnachsensystem komponentenweise schreiben als:

$$\dot{u}_{Kk} = \dot{u}_a \cos \alpha_W + u_a \dot{\gamma}_a \sin \alpha_W + \dot{u}_{Wg} \cos \gamma - \dot{w}_{Wg} \sin \gamma, \quad (62)$$

$$-u_{Kk} \cdot \dot{\gamma} = \dot{u}_a \sin \alpha_W - u_a \dot{\gamma}_a \cos \alpha_W + \dot{u}_{Wg} \sin \gamma + \dot{w}_{Wg} \cos \gamma. \quad (63)$$

In den Komponenten des Windbeschleunigungsvektors (Gl.(61)) sind sowohl die räumlichen als auch die zeitlichen Abhängigkeiten des Windes zusammengefasst:

$$\dot{u}_{Wg} = \frac{\partial u_{Wg}}{\partial t} + u_{Wx} \dot{X}_g + u_{Wz} \dot{Z}_g \quad (64)$$

$$\dot{w}_{Wg} = \frac{\partial w_{Wg}}{\partial t} + w_{Wx} \dot{X}_g + w_{Wz} \dot{Z}_g \quad (65)$$

mit  $\dot{X}_g = u_{Kk} \cos \gamma$  (66)

und  $\dot{Z}_g = -u_{Kk} \sin \gamma$  (67)

Unter Einbeziehung der Gln.(66, 67) lässt sich zusammenfassen:

$$\dot{u}_{Wg}(t) = \frac{\partial u_{Wg}}{\partial t} + u_{Kk}(t) \cdot [u_{Wx} \cos \gamma(t) - u_{Wz} \sin \gamma(t)] \quad (68)$$

$$\dot{w}_{Wg}(t) = \frac{\partial w_{Wg}}{\partial t} + u_{Kk}(t) \cdot [w_{Wx} \cos \gamma(t) - w_{Wz} \sin \gamma(t)]. \quad (69)$$

Durch Integration lassen sich daraus die orts- und zeitveränderlichen Windkomponenten  $u_{Wg}(x,z,t)$  und  $w_{Wg}(x,z,t)$  bestimmen. Voraussetzung dafür ist allerdings, dass die Funktionsverläufe der lokalen Windbeschleunigungen und der Windgradienten bekannt sind.

### 3.3. Nichtlineare Differentialgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung unter Berücksichtigung ortsabhängiger Kräfte (Windeinfluss)

Das als starrer Körper betrachtete Flugzeug, dessen Masse wir uns im Schwerpunkt (SP) konzentriert als Punktmasse vorstellen, besitzt in seiner Symmetrieebene (x-z-Ebene, Längsebene) drei Freiheitsgrade, zwei translatorische in x- und z-Richtung und einen rotatorischen um die y-Achse (Quer- oder Nickachse). Aus den aufgestellten Vektorbeziehungen (Gln.(46,47)) lassen sich zur Beschreibung der Flugzeugbewegung in der Längsebene drei Differentialgleichungen 2. Ordnung bzw. 6 Differentialgleichungen 1. Ordnung gewinnen. Im allgemeinen sind dann auch 6 Zustandsgrößen erforderlich, um die Bewegung vollständig zu charakterisieren, und es ergeben sich bei der Stabilitätsanalyse des linearisierten Systems ebenfalls 6 Eigenwerte.

In der Flugmechanik ist es üblich, die Weg- bzw. Höhenabhängigkeiten der am Flugzeug angreifenden äußeren Kräfte und Momente (z.B. den mit der Höhe abnehmenden Einfluss der Gravitation) zu vernachlässigen, da sie gegenüber den anderen Anteilen in den meisten Anwendungsfällen von untergeordneter Größenordnung sind. Damit entfallen die Zustandsgrößen Weg und Höhe, und die Anzahl der Eigenwerte reduziert sich auf vier, in der Regel jeweils zwei konjugiert komplexe Polpaare. Die zugehörigen Eigenschwingungsformen sind die Anstellwinkelschwingung und die langsame Bahnschwingung oder *Phygoide*.

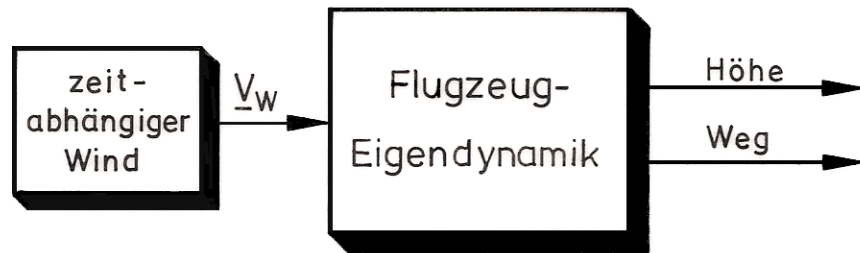
Es sind jedoch Aufgabenstellungen möglich, bei denen die höhen- oder wegabhängigen Einflüsse in den Differentialgleichungen berücksichtigt werden müssen, etwa wenn große Höhenänderungen während der Flugmission auftreten oder wenn infolge großer Steig- oder Sinkgeschwindigkeiten die Höhenabhängigkeit der Luftdichte eine zunehmende Rolle spielt. In einigen Arbeiten werden diese Einflüsse diskutiert [100] [101] [102] [130]. In diesen Fällen sind jeweils fünf Zustandsgrößen für die Beschreibung der Bewegung erforderlich, und die Anzahl der Eigenwerte des linearisierten Differentialgleichungssystems der Flugzeug-Längsbewegung beträgt ebenfalls fünf. Dabei treten neben den obengenannten Eigenschwingungsformen je nach Art des Einflusses der Ortskoordinaten eine weitere *Höhenwurzel* oder eine *Wegwurzel* auf, also zusätzliche aperiodische Bewegungsformen.

Die meteorologisch bedingten, örtlich veränderlichen Windverhältnisse führen in analoger Weise zu einer Veränderung der dynamischen Eigenschaften eines Flugzeugs, die der Pilot beim Flug in diesen Windbedingungen feststellen und gegebenenfalls korrigieren kann. Die Gln. (68, 69) zeigen, dass die zeitlichen Änderungen der Windgeschwindigkeit neben den instationären Termen einerseits von den lokalen Windgradienten abhängen, andererseits von den zeitvariablen Flugzustandsgrößen. Durch die Verknüpfung der ortsabhängigen Windscherungen mit den Bahnkoordinaten des Flugzeugs werden flugzeugbezogene Windstörungen induziert, die sich als Funktion der zeitabhängigen Parameter des Flugzeugsystems verändern. Es entstehen auf diese Weise ortsabhängige (Luft-) Kräfte.

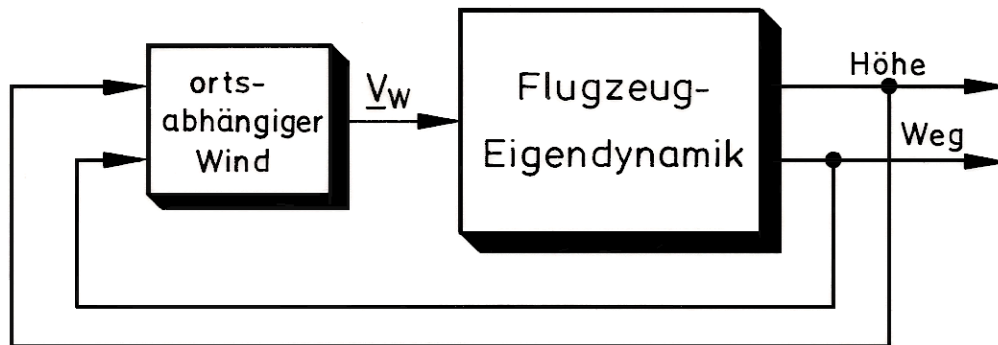
Gleichzeitig stellt die Abhängigkeit der (flugzeugbezogenen) Windstörungen von den Zustandsparametern des fliegenden Systems regelungstechnisch betrachtet eine Rückkoppelung der Systemausgänge auf die Störeingänge dar, die mit einer nachhaltigen Veränderung der Stabilitätseigenschaften des geschlossenen Kreises verbunden ist (BILD 33b). Diese Auswirkung einer äußeren Störung ist im flugmechanischen Sinne neu.

Bisher ging man davon aus, die Reaktionen eines Flugzeugs auf eine Windbö mit guter Näherung durch die bekannten Differentialgleichungen mit inhomogener Störfunktion beschreiben zu können, wobei die Bö als reine Zeitfunktion aufgefasst wird, also unabhängig von den Flugzustandsparametern.

Kap.3.3: Nichtlineare DGL der Flugzeug-Längsbewegung mit Windeinfluss



a) Üblicher Ansatz: Flugzeugsystem mit Störfunktion



b) Geschlossener Kreis mit Rückführungen bei Berücksichtigung eines ortsabhängigen Windeinflusses.

BILD 33: Berücksichtigung des Windeinflusses in der Flugzeugdynamik

Das Flugzeug führt in einem solchen Fall eine Bewegung aus, die bekanntlich aus einer Überlagerung einer freien Eigenbewegung und einer durch die Störung erzwungenen Bewegung besteht (BILD 33a). Bei der Betrachtung linearer Differentialgleichungen für die Flugzeugbewegung können beide Bewegungsanteile getrennt bestimmt (homogene und partikuläre Lösung) und zur allgemeinen Lösung der vollständigen (inhomogenen) Gleichung linear überlagert werden. In keinem Fall aber werden die eingepprägten Eigenwerte des linearen homogenen Gleichungssystems durch eine derartige zeitabhängige Störfunktion verändert. Da wir uns im folgenden mit den Auswirkungen der Windänderungen auf die dynamischen Eigenschaften des Flugzeugs beschäftigen wollen, können wir nach dem oben Gesagten die zeitvariablen Windänderungen außer acht lassen, beispielsweise die jeweils ersten Summanden in den Gln. (68,69).

Die in Gl. (46) aufgestellte Vektorbeziehung für die Kräfte in der Flugzeug-Symmetrieebene lässt sich im bahnfesten Koordinatensystem komponentenweise schreiben als:

$$m \dot{u}_{kk} = A \sin \alpha_w - W \cos \alpha_w + F \cos (\alpha - \alpha_w) - G \sin \gamma = \Sigma X_k, \quad (70)$$

$$-m u_{kk} \dot{\gamma} = -A \cos \alpha_w - W \sin \alpha_w + F \sin (\alpha - \alpha_w) + G \cos \gamma = \Sigma Z_k. \quad (71)$$

Hierbei wird der Schubeinstellwinkel zu Null angenommen, so dass der Triebwerksschub parallel zur flugzeugfesten  $x_f$ -Achse wirkt. Weiterhin gilt die Nickmomentengleichung

$$I_y \cdot \ddot{\theta} = M^A + r_F \cdot F, \quad (72)$$

die aus der Momentengleichung (47) gewonnen werden kann und auf der rechten Seite das aerodynamische Nickmoment  $M^A$  und das infolge einer Triebwerkshoch- bzw. Tieflage entstehende Schubmoment  $r_F \cdot F$  enthält.

Wir erhalten mit den Gleichungen (70, 71, 72) der symmetrischen Flugzeug-Längsbewegung ein System von hochnichtlinearen Differentialgleichungen. Dies System ist im Prinzip lösbar, z.B. mit Hilfe einer numerischen Integration in einem digitalen Simulationsprogramm. Im Abschnitt 4 wird der instationäre Bahnverlauf beim Einflug in eine plötzlich einsetzende Windscherung auf diese Weise untersucht. Einer analytischen Lösung, die z.B. bei der Untersuchung der einzelnen Einflüsse der Windscherparameter erwünscht ist, sind die Gleichungen jedoch nicht zugänglich.

Die Bestimmung detaillierter Bewegungsverläufe ist in vielen Fällen nicht unbedingt erforderlich. Viel wichtiger sind qualitative Aussagen über generelle Eigenschaften der Bewegung, beispielsweise über die Stabilität bestimmter Systemparameter beim Auftreten äußerer Störungen, über die Dämpfung und Schwingungsdauer der Eigenschwingungen usw. Solche Aussagen können getroffen werden, ohne die Differentialgleichungen exakt zu lösen. In den Abschnitten 5 und 6 soll dazu die gebräuchliche *Perturbationsmethode* oder auch *Methode der kleinen Störungen* [91] angewendet werden.

Dabei bietet die numerische Integration der vollständigen nichtlinearen Differentialgleichungen der Flugzeugbewegung die willkommene Gelegenheit, bestimmte Annahmen und Vereinfachungen, die bei der Anwendung der Störungsrechnung getroffen werden müssen, zu überprüfen und zu werten. Es lassen sich auf diese Weise für vorgegebene Aufgabenstellungen ausreichend genaue Ingenieurmodelle entwickeln, die z.B. Bewegungsverläufe im wesentlichen zutreffend wiedergeben, aufgrund ihres einfachen Aufbaues aber gleichzeitig eine analytische Behandlung des Problems erlauben. Oft tragen diese vereinfachten Ansätze auch entscheidend dazu bei, komplizierte physikalische Zusammenhänge durchschaubar werden zu lassen.

Die Nickmomentengleichung (72) verdient besondere Erwähnung. Die orts- und zeitvariablen Strömungsvorgänge haben hier im Wesentlichen zwei Einflüsse:

a) **Stationärer Einfluss:** Im Zusammenhang mit der räumlichen Ausdehnung eines Flugzeugs entlang der drei Achsenrichtungen (Rumpflänge, Spannweite, z-Abstand zwischen dem Momentenbezugspunkt – meist Flugzeug-Schwerpunkt – und dem Höhenleitwerk) muss in Betracht gezogen werden, dass sich beim Auftreten von Windscherungen örtlich unterschiedliche Windgeschwindigkeiten an den jeweiligen Bauteilen ergeben.

Da alle Teile des Flugzeugs unter der Voraussetzung eines konstanten Bahnverlaufes (also  $\dot{\gamma} = 0$ ) dieselbe Translationsgeschwindigkeit  $\underline{V}_K$  haben, entstehen infolge der Windgeschwindigkeitsdifferenzen örtlich unterschiedliche Anströmungen, die zu ungleichförmigen Auftriebs- und Widerstandsverteilungen und zu aerodynamischen Momenten um die Körperachsen führen.

So werden etwa bei einem angenommenen höhenabhängigen Horizontalwind, der durch den linearen Gradienten  $u_{wz}$  charakterisiert werden soll, Tragflügel und Höhenleitwerk (z.B. T-Leitwerk mit Hochlage  $\Delta Z_H$ ) unterschiedlich angeströmt um den Anteil (BILD 34)

$$\Delta V = u_{wz} \cdot \Delta Z_H .$$

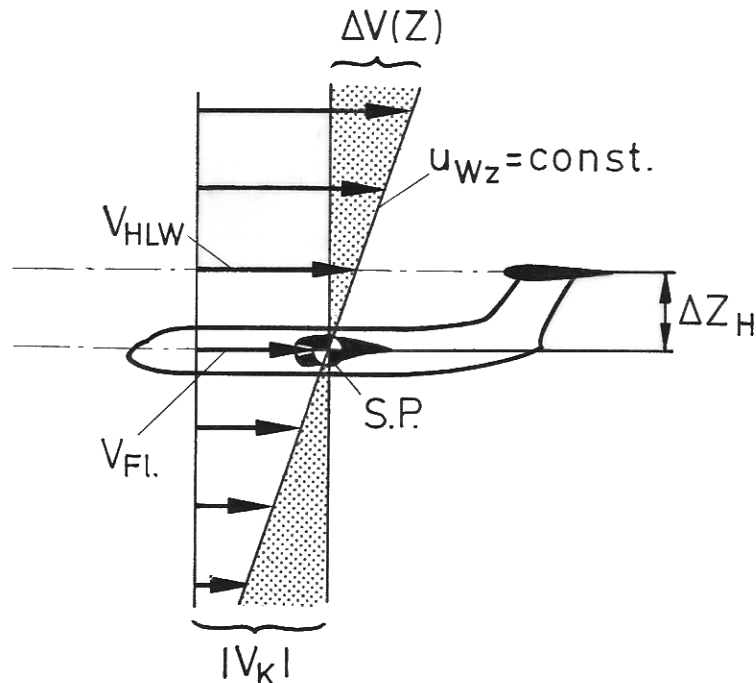


BILD 34: Örtlich unterschiedliche aerodynamische Anströmung an den Bauteilen des Flugzeugs in einer Windscherung.

Beispiel: Lineare höhenabhängige Scherung des Horizontalwindes, Flugzeug im Horizontalflugzustand. Die Wirkung der  $u_{wz}$ -Scherung in horizontaler Richtung ist mit derjenigen einer aerodynamischen Relativedrehung  $q_w$  eines mit dem Flugzeug fortschreitenden Wirbels zu vergleichen.

Geben wir beispielsweise einen Gradientenwert  $u_{wz} = 0,25 \text{ s}^{-1}$  und einen Abstand  $\Delta Z_H = 10 \text{ m}$  vor (das entspricht den Abmessungen des Flugzeugmusters BAC VC 10), so errechnet sich daraus ein Wert von  $\Delta V = 2,5 \text{ m/s}$ . Das sind in einem typischen Landeanflug mit  $V_R = 1,3 V_S = 70 \text{ m/s}$  etwa 4 % der Strömungsabriß-Geschwindigkeit  $V_S$ . Die daraus resultierenden Änderungen der aerodynamischen Kräfte am Höhenleitwerk müssen durch einen zusätzlichen Höhenruderausschlag kompensiert werden, um ein Vertrimmen des Nickmomentengleichgewichts in der Windscherung zu verhindern.

Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass die Nichtdiagonalelemente der Gradienten des Windvektors (Gl. (3)) jeweils paarweise der Wirkung einer aerodynamischen Relativedrehung, also einer Rotation der Luftmasse relativ zum Flugzeug, gleichgesetzt werden können [91]. So lässt sich die Wirkung des Gradienten  $u_{wz}$ , aber auch von  $-w_{wx}$ , einer Drehgeschwindigkeit  $q_w$  eines mit dem Flugzeug fortschreitenden Wirbels vergleichen. Quantitative Untersuchungen der Auswirkungen der örtlich verteilten, unterschiedlichen aerodynamischen Anströmungen an den Bauteilen eines Flugzeugs sind bisher nicht bekannt geworden. Sie werden in der Folge nicht weiter berücksichtigt, indem wir das Flugzeug zu einer idealisierten Punktmasse schrumpfen lassen, die keine räumliche Ausdehnung mehr haben soll.

b) **Instationärer Einfluss:** Die Wirkung einer Windstörung, die den Tragflügel eines Flugzeugs zu einem bestimmten Zeitpunkt trifft, erreicht infolge des instationären Strömungsaufbaues am Flügel als Abwindanteil das Leitwerk erst nach einer gewissen Zeitverzögerung [113]. Dieser Effekt ist anschaulich dadurch zu erklären, dass die veränderte Zirkulation des Tragflügels mit der Anströmgeschwindigkeit  $V$  stromabwärts getragen wird und bei einem Höhenleitwerksabstand  $r_H$  (= Abstand zwischen den Neutralpunkten von Flügel und Leitwerk) am Höhenleitwerk erst nach der Zeit

$$\Delta t = r_H / V$$

wirksam wird. Infolge der Veränderung der Anströmbedingungen am Höhenleitwerk entsteht ein zusätzlicher instationärer Einfluss auf den Nickmomentenhaushalt, der sich besonders stark bemerkbar macht, wenn die höherfrequenten Böenstörungen im Bereich der Frequenz der schnellen Anstellwinkelschwingung liegen.

Eine genaue Erfassung dieses Effekts würde aufwendige Methoden der instationären Aerodynamik erfordern, die jedoch hier nicht verwendet werden sollen. Als Begründung für eine Nichtberücksichtigung der Nickmomentenänderung mag der Hinweis dienen, dass wir uns im folgenden hauptsächlich mit niederfrequenten Vorgängen befassen wollen, so dass die entsprechenden totzeitbehafteten Anstellwinkeländerungen am Höhenleitwerk klein bleiben. Eine spätere, genauere Untersuchung bietet sich jedoch an.

Bei den nachfolgenden Betrachtungen wird davon ausgegangen, dass sich infolge der natürlichen Anstellwinkelstabilität des Beispielflugzeugs Störungen des Anstellwinkels innerhalb sehr kurzer Zeit abbauen. In diesem Fall können wir die allgemein übliche Annahme verwenden, dass sich die Eigenschwingungsformen Anstellwinkelschwingung und Phygoide wegen ihrer sehr unterschiedlichen Frequenzbereiche nur unwesentlich gegenseitig beeinflussen. Zur Abschätzung der dynamischen Stabilität des Flugzeugs in Scherwindbedingungen reicht es dann aus, nur die Bewegung des Massenschwerpunktes zu beschreiben.

Wir bedienen uns dazu der Widerstandsgleichung (70) und der Auftriebsgleichung (71) und können auf die Verwendung der Nickmomentengleichung (72) verzichten. Hierdurch reduziert sich das System der möglichen Eigenwerte auf maximal vier. Durch den Fortfall der Momentengleichung können Aussagen über die Orientierung des Flugzeugs in der Vertikalebene nicht mehr aus einer zweifachen Integration der Nickbeschleunigung  $\ddot{\theta}$ , sondern nur noch aus der kinematischen Winkelbeziehung Gl. (38) gewonnen werden.

Mit der oben getroffenen Annahme, dass die Anstellwinkelschwingung bei der Untersuchung der Flugzeugbewegung im Scherwind vernachlässigt werden kann, schaffen wir uns eine idealisierte physikalische Situation, die mit den üblichen mathematischen Methoden analysiert und veranschaulicht werden kann. Eine Bestätigung für die Gültigkeit des verwendeten Ansatzes wird später durch einen Vergleich mit Simulationsrechnungen gegeben, die unter Benutzung des vollständigen nichtlinearen Gleichungssystems durchgeführt wurden.

Wie im Fall des im Abschnitt 2.4 aufgestellten Gewitter-Fallwindmodells müssen wir uns auch hier darüber im Klaren sein, dass:

- die Beschreibung der dynamischen Flugzeugbewegung durch die getroffenen Annahmen und Einschränkungen auf das Wesentliche orientiert ist und vorrangig die Hauptphänomene wiedergeben soll;
- die Anwendungsgrenzen unseres Modellansatzes folglich beschränkt sind;
- die Anzahl der eingehenden Parameter reduziert ist.

Wir finden in dieser Aufstellung somit die typischen Charakteristika eines *technischen Modells* wieder [114]. Die Zusammenstellung der Vereinfachungen und Annahmen muss schließlich noch um die Festlegungen vervollständigt werden, die wir hinsichtlich der Darstellung der Flugleistungen eines Beispielflugzeuges in einem digitalen Simulationsprogramm notwendigerweise treffen müssen.

Wir beschränken uns auf die Verwendung eines einzigen Flugzeugmusters, dessen Flugleistungen und Flugeigenschaften allerdings für die Klasse der Kurz- und Mittelstrecken-Großraumflugzeuge als typisch anzusehen sind.

Wie wir weiterhin sehen werden, lassen sich die Ergebnisse der nachfolgenden Untersuchungen ohne Schwierigkeiten auch auf andere Flugzeuge übertragen, da in vielen Flugabschnitten aufgrund anderweitiger Anforderungen (Flugführung, Flugsicherung, direkte Betriebskosten u.ä.) standardisierte Referenzflugzustände eingehalten werden müssen, die für alle Flugzeuge gleichermaßen gelten.

In der Regel sind die dabei vorgeschriebenen Flugzustandsparameter auch diejenigen Größen, die als wesentliche Bestimmungsgrößen in unsere Betrachtungen eingehen (Beispiel: Fluggeschwindigkeit  $V$ , Bahnwinkel  $\gamma$ ). Eine detaillierte Beschreibung des verwendeten Flugzeugmusters ist im Anhang A4 angegeben, so dass wir uns an dieser Stelle auf wenige Stichworte beschränken können.

Das Beispielflugzeug besitzt die folgenden charakteristischen Eigenschaften bzw. Modellparameter:

- typisches Großraum-Verkehrsflugzeug für Kurz- und Mittelstrecken entsprechend dem AIRBUS A300;
- linearisierte Aerodynamik unter Ansatz konstanter Derivativa im jeweiligen Betriebspunkt;
- zwei Fan-Triebwerke mit entsprechender Abhängigkeit des Schubes von der Fluggeschwindigkeit und hängender Triebwerksanordnung.

## 4. Analyse des Phänomens „Flugunfälle infolge Windscherung“

### 4.1. Grundsätzliche Problembeschreibung.

Flugunfälle im Flughafen-Nahbereich, so lehrt die Erfahrung, ereignen sich in den meisten Fällen, weil trotz vorhandener Grenzsituationen, die vielgestaltig sein können und eigentlich den Abbruch des Starts oder der Landung erfordern würden, das eingeleitete Flugmanöver weiter fortgeführt wird. Selten ist dabei das Erreichen nur einer Grenzbedingung (z.B. der Ausfall beider Triebwerke eines zweimotorigen Flugzeugs) im Spiel. Vielmehr ist es oft die Verkettung mehrerer, auch ganz verschiedener Faktoren, die in der Summe ihrer ungünstigen Wirkungen zu einer Katastrophe führen.

Zu den Haupteinflussfaktoren, die immer wieder in den Unfallanalysen genannt werden, sind zu zählen:

- 1) Wetterbedingungen (Wind und Windänderungen, Turbulenz, Wolken, Sicht, Niederschläge, Temperatur, Vereisung);
- 2) die dynamische Reaktion des Flugzeugs als Ganzes auf äußere Störungen sowie von Flugzeug-Teilsystemen (Teilausfälle infolge technischer Störungen, dynamisches Zeitverhalten des Triebwerksschubes, aeroelastische Effekte);
- 3) das Verhalten des/der Piloten bzw. – im automatischen Flug – des Flugreglers.

Im letztgenannten Punkt ist eine Reihe von antropotechnischen Gesichtspunkten angesprochen, die beachtet werden müssen, wie:

- Aufmerksamkeit des Piloten, die im wesentlichen beeinflusst wird vom körperlichen Befinden (Müdigkeit, Stress);
- fliegerische Ausbildung und Erfahrung (Gesamtflugstundenzahl, Mustererfahrung, Vorbereitung auf Ausnahmesituationen im Flugsimulatortraining);
- Cockpitinstrumentierung (Fehlen bestimmter Anzeige Größen wie z.B. Wind oder Übergrundgeschwindigkeit, Ablesegewohnheiten, sog. „Scanning“ der Instrumente).

Handelt es sich hingegen um die Untersuchung eines automatisch geregelten Fluges, so müssen die dynamischen Reaktionen des Flugregelsystems in die Überlegungen eingeschlossen werden. In der Vergangenheit sind die Auswirkungen von dynamischen Windänderungen bei der Aufstellung der in den Regelkreisen realisierten Gesetzmäßigkeiten nicht ausreichend berücksichtigt worden. In der vorliegenden Arbeit werden die Einflüsse, die der Punkt drei beschreibt, jedoch nicht behandelt. Wir gehen statt dessen von dem Grundgedanken aus, dass bereits die Betrachtung der ungesteuerten Flugbahn – also unter Ansatz fester Stellgliedaus schläge ohne Eingriff von Pilot oder Autopilot – eine große Aussagekraft in bezug auf die Flugsicherheit von Flugzeugen in Windscherungen hat.

Am Beispiel des New Yorker Flugzeugabsturzes [7] lässt sich diese These belegen. Aus den Untersuchungsunterlagen ist zu entnehmen, dass beide Piloten in der letzten Phase des manuell geflogenen Landeanfluges damit beschäftigt waren, Sichtkontakt zur Landebahn herzustellen. Dadurch war die Aufmerksamkeit der Piloten derart abgelenkt, dass die immer steiler werdende Flugbahn nicht rechtzeitig erkannt und korrigiert wurde: Der kurz vor dem endgültigen Aufschlag auf den Boden gesetzte Maximalschub wurde viel zu spät gegeben, so dass ein Durchstart nicht mehr möglich war.



Aus diesen Fakten ist zu folgern, dass bei dem hier betrachteten Unfall die Stellgliederausschläge (hauptsächlich Schubhebelstellung und Höhenruderausschlag) im letzten Teil der Landung nahezu konstant gehalten wurden. Man kann daher davon ausgehen, dass das Flugzeug auf der Absturzbahn eine *ungesteuerte Eigenbewegung* ausführte.

Auch in anderen Fällen haben vielfach ungünstige Umstände (schlechte Sicht infolge Regens oder Nebel, Übergang vom automatischen zum manuellen Flug, also von einer Darstellung des Flugzustandes auf Instrumenten zu einer visuell gestützten Orientierung, bei oft gleichzeitigem Passieren der Wolkenuntergrenze und der Durchstart-Entscheidungshöhe) zu einer Ablenkung im entscheidendsten Teil der Landung beigetragen, so dass auch hier keine angemessene Korrektur von Schub und Nicklage erfolgte. Eine Betrachtung der ungesteuerten Flugbahn lässt somit bereits wertvolle Erkenntnisse über den Zusammenhang zwischen dynamischer Windänderung und dynamischer Flugzeugreaktion erwarten.

In jedem Einzelfall muss jedoch sorgfältig abgewogen werden, für welchen ausgetrimmten Anfangszustand das Kräftegleichgewicht am Flugzeug herrschen soll. Je nach Wahl des Flugzeugortes im örtlich veränderlichen Windfeld ergeben sich unterschiedliche Windbedingungen, von denen wiederum die Trimmzustände abhängen. Da die ungesteuerte Flugbahn empfindlich im Hinblick auf die Trimmparameter ist, muss eine gute Übereinstimmung mit den tatsächlichen Gegebenheiten z.B. eines zu untersuchenden Flugunfalls gewährleistet sein.

## 4.2. Zusammenhang zwischen Windeinflüssen und erforderlichem Schub.

Am Beispiel eines Landeanfluges durch eine Scherschicht entsprechend BILD 6 seien die grundsätzlichen Auswirkungen des Windes auf die geodätisch bezogenen Flugleistungen eines Flugzeugs entwickelt. Es wird davon ausgegangen, dass die derzeitige Philosophie angewandt wird, den Landeanflug längs eines geodätisch festgelegten Gleitpfades (z.B. ILS-glide slope) mit konstanter Fluggeschwindigkeit  $V$  durchzuführen, die i.a. um 30 % über der Strömungsabrisßgeschwindigkeit  $V_s$  liegt. Daraus erwächst neben der Forderung nach einer genauen Bahnhaltung die Notwendigkeit, entsprechend Gl. (37) die Bahngeschwindigkeit  $\underline{V}_k$  mit der Windgeschwindigkeit  $\underline{V}_w$  derart im Einklang zu halten, dass die Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$  und der Auftriebsbeiwert  $C_A$  konstant bleiben. Da hierbei wiederum der Anstellwinkel  $\alpha$  und letztlich der Höhenruderausschlag  $\eta$  konstant gehalten werden müssen, steht als Regelgröße zur Lösung der Bahnführungsaufgabe, speziell auch beim Auftreten von Windscherungen, im Wesentlichen nur der Schub  $F$  zur Verfügung [99].

Setzen wir nach dem oben Gesagten einen stationären Landeanflug mit  $\dot{V} = 0$  und  $\dot{\gamma} = 0$  voraus, so erhalten wir durch Vereinfachung der Auftriebsgleichung (71) zu  $A \approx G$ , eingesetzt in die Widerstandsgleichung (70), die Näherungsbeziehung für den erforderlichen Schub [95]:

$$F \approx G [ (\gamma + C_W/C_A) + (\dot{u}_{kk}/g - \alpha_w) ] . \quad (73)$$

Nach Gl. (62) bestimmt sich die zeitliche Änderung der Bahngeschwindigkeit, wenn wir gleichzeitig die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Vereinfachungen beim Auftreten kleiner Bahnwinkel verwenden, zu:

$$\dot{u}_{kk} \approx \dot{u}_{wg} - \dot{w}_{wg} \cdot \gamma$$

Nach Gl. (45) gilt für den Windanstellwinkel  $\alpha_w$  näherungsweise:

$$\alpha_w \approx - (u_{wg} \cdot \gamma + w_{wg}) / V .$$

Kap.4: Analyse des Phänomens „Flugunfälle infolge Windscherung“

Der erste Klammerausdruck in Gl. (73) entspricht dem stationären Schubanteil, der zum Einhalten eines vorgegebenen Gleitpfades und eines bestimmten aerodynamischen Referenzzustandes erforderlich ist. In der zweiten Klammer in Gl. (73) ist der erste Summand der zeitlichen Änderung der Windkomponenten proportional, während der zweite Summand von den stationären Windgeschwindigkeiten beeinflusst wird.

Im BILD 35 sind die windabhängigen Anteile des erforderlichen Schubes zum Einhalten eines konstanten Gleitpfades und einer konstanten Fluggeschwindigkeit aufgetragen. Als Beispiel wurde ein höhenabhängiges Windprofil gewählt, das von einer Rückenwindkomponente in größerer Höhe innerhalb einer Scherschicht linear auf eine Gegenwindkomponente übergeht (Gradient  $u_{Wz} < 0$ , sog. *Gegenwindscherung* in einem Landeanflug).

Dem Bild ist zu entnehmen, dass der Schubanteil ②, der der zeitlichen Windänderung  $\dot{u}_W(t)$  proportional ist, betragsmäßig wesentlich größer ist als die Schubkomponente ①, die den Betrag des Windvektors berücksichtigt. Der notwendige Schub ergibt sich durch die Überlagerung dieser sehr unterschiedlichen, teilweise gegenläufigen Anteile mit den obengenannten Schubanteilen zum Einhalten der konstanten Referenzbedingungen ohne Windeinfluss.

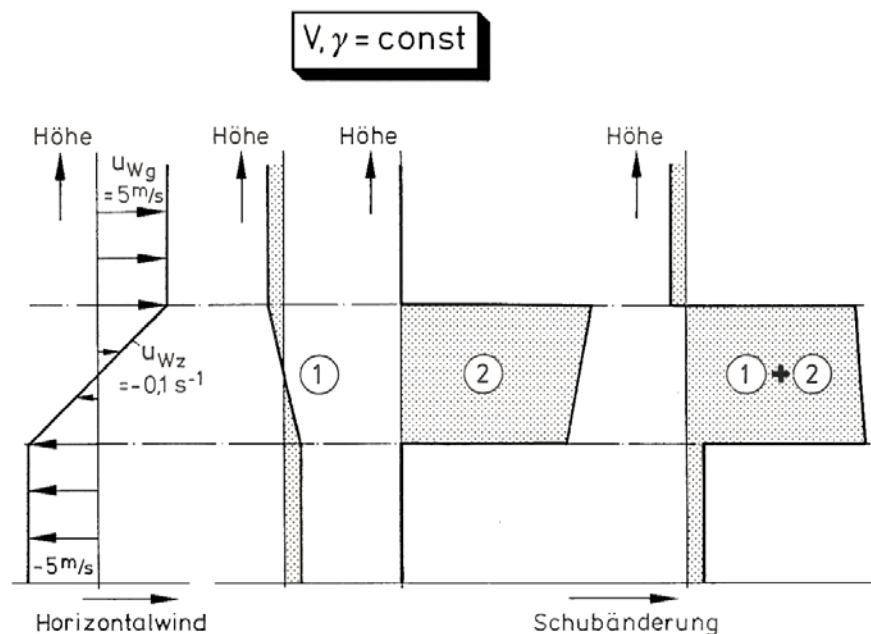


BILD 35: Windabhängige Schubanteile zum Einhalten eines konstanten Gleitpfades und einer konstanten Fluggeschwindigkeit in einer linearen, höhenabhängigen Horizontalwindscherung.

Anteil ① ist proportional zum stationären Horizontalwind, Anteil ② hängt von der zeitlichen Windänderung ab. Rechts ist die Summe beider Anteile dargestellt.

Bei einer Änderung der Windbedingungen, für die das Flugzeug auf dem Gleitpfad ursprünglich ausgetrimmt war, lassen sich zwei unterschiedliche Auswirkungen beschreiben:

- Werden weiterhin die Stellgliederauslässe konstant gehalten, wie dies im vorherigen Abschnitt dargelegt wurde, so wird sich der Bahnwinkel  $\gamma$  auf der rechten Seite der Gleichung solange verändern, bis wieder ein Kräftegleichgewicht hergestellt ist (ungesteuerte Eigenbewegung);
- Wird der Schub auf der linken Seite der Gleichung exakt und ohne zeitlichen Verzug an die neuen Windverhältnisse angepasst, so bleiben die Werte im ersten Klammerausdruck der Gl.(73) erhalten, insbesondere also auch der Bahnwinkel  $\gamma$  (gesteuerte bzw. geregelte Bewegung).

Kap.4.2: Zusammenhang zwischen Windeinflüssen und erforderlichem Schub.

Während im zweiten Fall die vorgegebene Flugbahn genau eingehalten wird, verlässt das Flugzeug bei der ungesteuerten Eigenbewegung je nach Art der Windänderung den Gleitpfad nach oben oder nach unten. Vor allem im letzten Teil der Landung, wenn sich das Flugzeug bereits in Bodennähe befindet, sind derartige Bahnablagen unter keinen Umständen annehmbar und müssen unbedingt durch geeignete Maßnahmen vermieden werden.

Mit Hilfe von Gl.(43) lässt sich der Zusammenhang zwischen dem stationären Bahnwinkel  $\gamma$  und den aerodynamischen Größen  $V$  und  $\gamma_a$  sowie den Horizontal- und Vertikal-komponenten des Windes ermitteln.

Es gilt:

$$\gamma = \arctan \left( \frac{V \sin \gamma_a - w_{wg}}{V \cos \gamma_a + u_{wg}} \right). \quad (74)$$

Diese Beziehung lässt sich anschaulich in der Geschwindigkeitspolare darstellen (BILD 36). Der Betriebspunkt auf der Polaren beschreibt die aerodynamischen Zustände des Flugzeuges gegenüber der (als ruhend betrachteten) umgebenden Luft, während der zugehörige geodätische Bahnwinkel  $\gamma$  erst nach Berücksichtigung der Windkomponenten bestimmt werden kann. Hierbei hängt der Polarenpunkt vom eingestellten Schubniveau bzw. beim antriebslosen Segelflug von der beabsichtigten Mission ab.

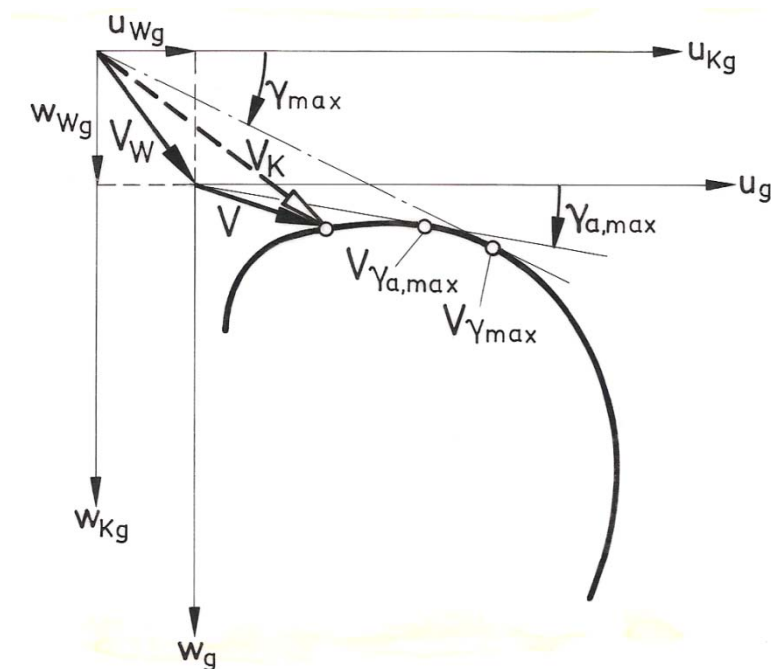


BILD 36: Geschwindigkeitspolare eines Segelflugzeugs unter Berücksichtigung des Windeinflusses.

Am Beispiel dieser Segelflugpolare lässt sich verdeutlichen, dass bereits geringe Aufwinde zu positiven Bahnwinkeln führen können. Dieselben Einflüsse treten jedoch auch in den Geschwindigkeitspolaren angetriebener Flugzeuge auf.

Gl.(74) lässt sich dazu verwenden, den neuen Bahnwinkel  $\gamma_\infty$  zu berechnen, der sich als stationärer Endwert einstellt, wenn bei konstant gehaltenen Stellgliederauslägen ein Flugzeug einen Scherbereich wieder verlassen hat, und wenn nach dem Verlassen andere stationäre Windverhältnisse vorliegen als vor dem Einfliegen. Dabei ist der stationäre Bahnwinkel offensichtlich völlig unabhängig von noch so verwickelten Vorgängen innerhalb des Scherbereichs, sofern sich konstante Windbedingungen außerhalb des Bereichs einstellen.

Wichtige Randbedingung für diese Aussage ist allerdings, dass der aerodynamische Referenzzustand nicht verändert wird, etwa durch eine andere Trimmstellung des Höhenruders oder des Schubhebels.

Während bereits Vertikalwindgeschwindigkeiten von  $w_{wg} = -0,5 \div -3$  m/s ausreichen, um einen stationären Bahnwinkel  $\gamma_{\infty} > 0$  zu erreichen (wichtig im Segelflug), ist dieser Wert bei einem Horizontalwind theoretisch nur für  $u_{wg} \rightarrow \infty$  zu berechnen. In der Praxis ist somit ein stationärer Endzustand nicht möglich, bei dem das Flugzeug infolge eines Horizontalwindes zu einem Verweilen in konstanter Höhe nach Verlassen des Scherbereichs gebracht wird, ohne dass die beteiligten Kräfte und Momente geändert werden.

Bemerkenswert ist die Tatsache, dass bei Vorliegen derselben Windverhältnisse vor und nach der Scherung keine Änderung des zum Gleichgewichtszustand gehörigen Bahnwinkels entsteht ( $\gamma_0 \equiv \gamma_{\infty}$ ). Innerhalb des Scherbereichs würde es in diesem Fall ausreichen, Fahrt und Bahn nur mit Hilfe des Höhenruders einzuhalten, wobei allerdings die aerodynamischen Begrenzungen  $V_S$  bzw.  $\alpha_{max}$  zu beachten wären. Ein solches Flugbetriebsverfahren lässt sich gefahrlos jedoch nur dann durchführen, wenn die Windverhältnisse bereits im Voraus und an jedem Ort der Bahn bekannt sind. Außer in digitalen Simulationsprogrammen dürfte diese Forderung aber nicht zu erfüllen sein.

### 4.3. Einflüsse von Windscherungen auf die Flugzeugbewegung

Windscherungen infolge mesoskaliger Strömungsvorgänge werden naturgemäß umso gefährlicher für ein startendes oder landendes Flugzeug, je niedriger sie auftreten. Man geht davon aus, dass bei Windscherungen, die in Flughöhen über 2.000 ft (600 m) auf das Flugzeug einwirken, keine ernsthafte Gefährdung zu erwarten ist, da ein ausreichend großer Sicherheitsabstand zum Erdboden gegeben ist [115]. Ändert sich jedoch der Wind unvermutet in niedriger Flughöhe, so muss bedacht werden:

- Je nach Art der Windscherung weicht das Flugzeug über oder unter die Bahn ab, wenn keine geeigneten Gegenmaßnahmen ergriffen werden;
- Abweichungen über die beabsichtigte Bahn sind weniger gefährlich, da in der Regel ein Durchstart eingeleitet werden kann;
- Weicht das Flugzeug dagegen nach unten von der vorgesehenen Bahn ab, so wird die Situation ungleich gefährlicher. Ohne angemessenen Eingriff des Piloten bzw. Autopiloten kann es innerhalb kurzer Zeit zu sehr großen Höhenabweichungen unter den Gleitpfad kommen, die nicht mehr toleriert werden können.
- Von entscheidender Bedeutung ist der Flugbahnverlauf, der sich infolge der angeregten Eigenbewegung des Flugzeugs ergibt.

Eine Vielzahl von Einflussgrößen bestimmt den Flugbahnverlauf:

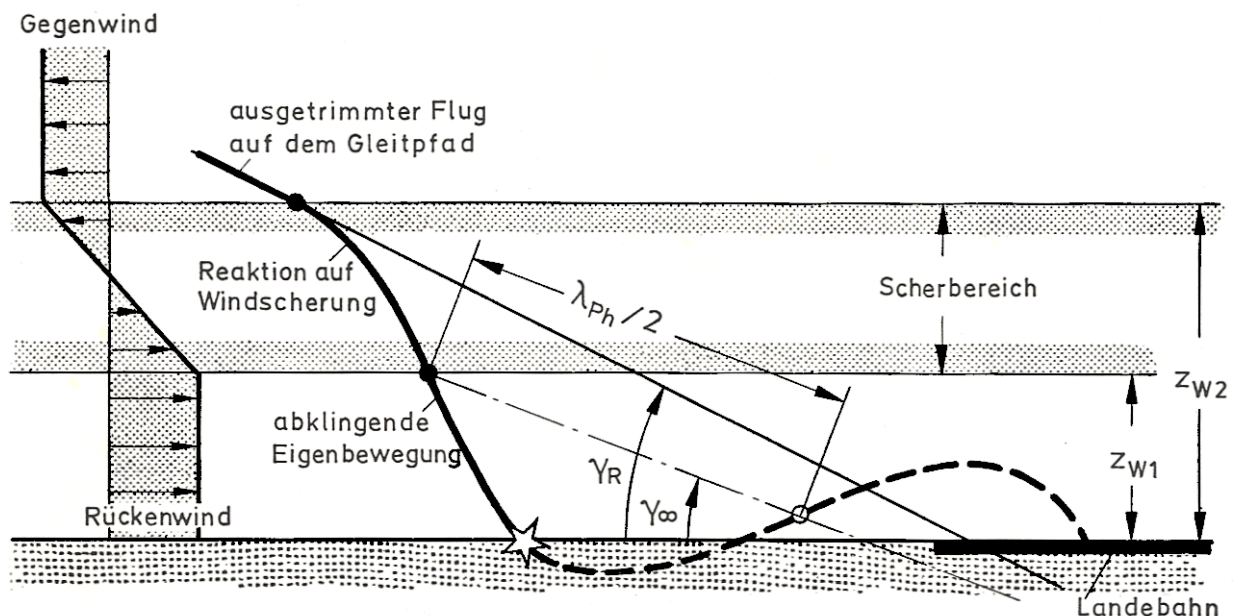


BILD 37: Maßgebliche Parameter bei einer typischen ungesteuerten Flugbahn infolge einer Rückenwindscherung.

## 1) Geometrische und flugdynamische Parameter (BILD 37):

- Anfangshöhe  $z_{w2}$  und hauptsächlich Endhöhe  $z_{w1}$  (bzw. bei wegabhängigen Windscherungen die entsprechenden Flugstrecken) als Begrenzungen des Scherbereichs;
- die Wellenlänge  $\lambda_{ph}$  der Phygoidschwingung, die von der Fluggeschwindigkeit  $V$  und der Schwingungsdauer  $T_{ph}$  der Phygoide nach der Beziehung  $\lambda_{ph} = V \cdot T_{ph}$  abhängt.

## 2) Flugbetriebliche und meteorologische Randbedingungen:

- Fluggeschwindigkeit  $V$ ;
- Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand (*aerodynamische Güte*);
- Eigenschaften der Triebwerke (Fahrtabhängigkeit des Schubes, dynamische Parameter des Schub-Zeit-Verhaltens);
- Referenzbahnwinkel  $\gamma_R$ , stationärer Endwert  $\gamma_\infty$ ;
- Trimmzustände bzw. Art und Umfang der vom Piloten bzw. automatischen Flugregler aufgetragenen Änderungen der Stellgliederauslässe;
- Windgeschwindigkeitskomponenten vor und nach der Scherung;
- charakteristische Parameter der Windänderung, z.B. die Windgradienten.

Angesichts dieser großen Anzahl von Parametern ist an eine allgemeingültige Definition, unter welchen Randbedingungen eine vorliegende Windscherung für ein bestimmtes Flugzeug gefährlich werden kann, nicht zu denken. In der jüngsten Zeit wurde versucht, zumindest bei Teilaspekten eine gewisse Parameterabhängigkeit zu beschreiben. So zeigt z.B. die Arbeit von McCARTHY, BLICK und BENSCH [43], dass die Phygoidamplituden eine deutliche Resonanzüberhöhung aufweisen, wenn die Anregung durch eine harmonische Horizontalwindänderung im Bereich der Phygoidfrequenz erfolgt.

Vom schwingungstechnischen Standpunkt betrachtet ist diese Erkenntnis nicht überraschend. Es muss in diesem Fall jedoch die kritische Frage gestellt werden, ob es sich bei den sehr kurzfristig verlaufenden Antworten eines Flugzeugs im letzten Teil der Landung bereits um einen *ingeschwungenen Zustand* handeln kann, der in der obengenannten Veröffentlichung vorausgesetzt wird. Geht man von TABELLE 1 aus, so haben sich die Flugzeuge, die in einen *Downburst* gerieten, im Durchschnitt nur etwa 20 bis 50 Sekunden in diesem Strömungsfeld befunden, was einer Flugstrecke von ca. 1.500 bis 3.500 m entspricht. Das bedeutet, dass bei einer typischen Phygoidwellenlänge von etwa 3.000 m nur eine halbe bis höchstens eineinhalb Phygoidschwingungen innerhalb des Gewitterabwinds stattgefunden haben können. Für diese kurzen Zeiträume kann sicherlich noch nicht von einem abgeschlossenen Einschwingvorgang gesprochen werden. Die in [43] angegebenen Werte für Höhen- und Fahrtabweichungen müssen daher kritisch gewertet werden.

Anhand der Ergebnisse von digitalen Simulationsrechnungen seien die Bewegungsabläufe beim Einfliegen eines unregelmäßigen Flugzeugs in eine Gegenwind- und eine Rückenwindscherung näher untersucht. Wir beschränken uns dabei auf eine höhenabhängige Scherung des Horizontalwindes (Gradient  $u_{wz}$ ).

Im Anhang A3 ist eine vollständige Analyse aller vier Windgradienten ( $u_{wx}$ ,  $u_{wz}$ ,  $w_{wx}$ ,  $w_{wz}$ ) angegeben.

Kap.4.3: Einflüsse von Windscherungen auf die Flugzeugbewegung

Wir betrachten wiederum ein Flugzeug in einem stationären Landeanflug mit der Flugeschwindigkeit  $V_R = 1,3 V_S$  und dem Bahnwinkel  $\gamma_R$ . Die zum ausgetrimmten Referenzflugzustand gehörigen Stellgliederauslässe (Schubhebelstellung, Höhenruderausschlag und Klappenstellung) werden für die gesamte Dauer der Betrachtung konstant auf den Werten des ungestörten Ausgangsflugzustandes gehalten.

Das Flugzeug fliegt gemäß den Anfangsbedingungen stationär, d.h. unbeschleunigt in den Scherbereich ein ( $\underline{V}_k(t) = \underline{0}$ ), wobei die stationären Windverhältnisse oberhalb des Scherbereichs berücksichtigt sein sollen (BILD 38).

Zu Beginn der Störung gilt dann nach Gl. (51) mit  $w_w = \dot{w}_w = 0$ :

$$\dot{\underline{V}}(t) = -\dot{\underline{V}}_w(t), \text{ wobei hier } \underline{V}_w(t) = \left( \frac{\dot{u}_w}{0} \right) \text{ ist.}$$

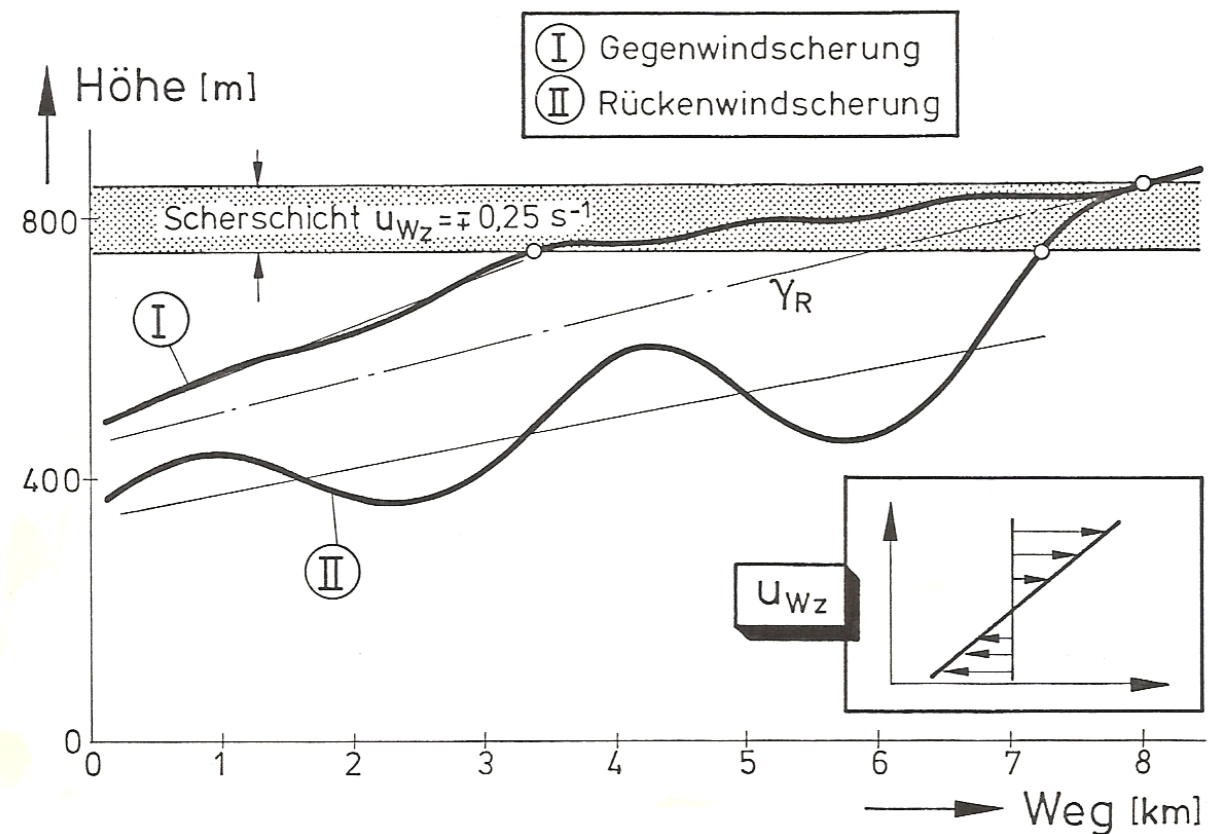


BILD 38: Flugbahnverlauf in einer höhenabhängigen Scherung des Horizontalwindes.

Das Flugzeug ist auf die stationären Windverhältnisse oberhalb der Scherschicht ausgetrimmt und fliegt mit konstanten Stellgliederauslässen weiter.

Die zeitliche Änderung des Windes setzt sich nach Gl. (68) unter Vernachlässigung der lokalen Windänderungen zusammen aus:

$$\dot{u}_{Wg}(t) = u_{Kk}(t) \cdot [u_{Wx} \cos \gamma(t) - u_{Wz} \sin \gamma(t)] \quad (75)$$

**a) Gegenwindscherung:**

Eine Gegenwindscherung wird gekennzeichnet durch eine zeitliche Windänderung

$$\dot{u}_{wg}(t) < 0. \quad (76)$$

Im Landeanflug mit  $\gamma < 0$  erfüllen wir in einer linearen Horizontalwindscherung diese Bedingung mit einem Gradienten  $u_{wz} < 0$ .

Der Bewegungsablauf lässt sich qualitativ wie folgt beschreiben:

Nach Einfliegen in den Scherbereich nimmt der Gegenwind zu. Infolge der Massenträgheit des Flugzeugs, das zunächst von keiner äußeren Zusatzkraft beschleunigt wird, verändert sich die inertielle Bahngeschwindigkeit  $\underline{V}_k$  anfänglich nicht. Da die Windänderungen somit schneller ablaufen, als das träge Flugzeug folgen kann, entsteht eine Zusatz-Relativbewegung zwischen dem Flugzeug und der umgebenden Luft, die sich entsprechend Gl.(51) als Änderung  $\dot{\underline{V}}$  der Fluggeschwindigkeit  $\underline{V}$  bemerkbar macht. Der daraus im Verlauf der Zeit entstehende  $\Delta \underline{V}$ -Fehler verändert den Staudruck, was im wesentlichen zu Abweichungen des Auftriebs führt. Das hat folgende Ursachen:

Im Landeanflug befindet sich das Flugzeug in einer Konfiguration, die durch entsprechend ausgefahrene Landeklappen einen hohen Auftrieb bei gleichzeitig hohem Widerstand gewährleistet, um auf diese Weise mit möglichst geringer Fluggeschwindigkeit und damit verbunden geringer kinetischer Energie einen vorgegebenen Bahnwinkel einzuhalten. Trotz des im Vergleich zum Reiseflug großen Widerstandes fliegt das Flugzeug i.a. mit einer Fluggeschwindigkeit, bei der der für diese Konfiguration minimale Widerstand erzeugt wird (BILD 39). Vergrößert sich, beispielsweise infolge einer Gegenwindscherung, die Fluggeschwindigkeit, so wird dadurch zwar der Auftrieb vergrößert, der Widerstand bleibt jedoch nahezu gleich groß. Durch die Auftriebsänderung (Größenordnung  $\Delta A/G \approx 8-10\%$  für  $u_{wz} = -0,25 \text{ s}^{-1}$  wie in BILD 38) wird das Kräftegleichgewicht in z-Richtung nachhaltig gestört. Die resultierenden Beschleunigungskräfte haben zunehmende Höhen- und Bahngeschwindigkeitsabweichungen sowie eine Anregung der Eigenbewegung des Flugzeugs zur Folge.

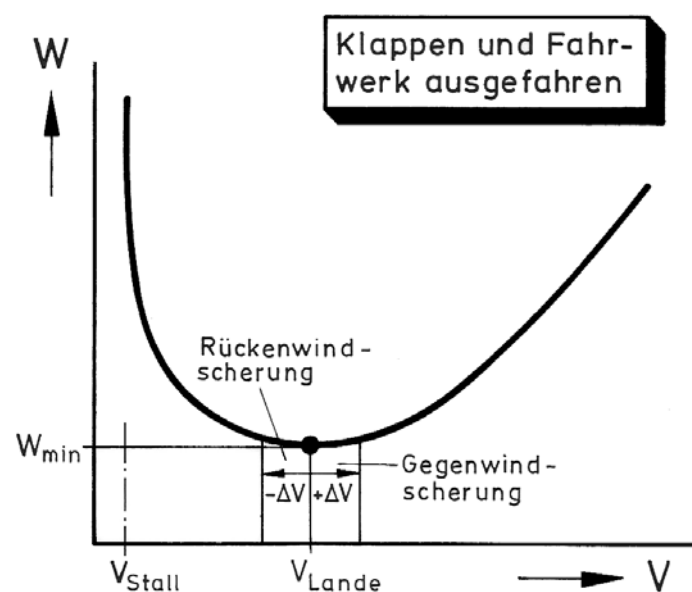


BILD 39: Abhängigkeit des Widerstandes von der Fluggeschwindigkeit am Beispiel eines Landeanfluges.



Eine Gegenwindscherung bewirkt einen flacher werdenden mittleren Bahnwinkel innerhalb der Scherung, wobei je nach Art und Stärke der Windscherung im Verlauf der Bewegung sogar Werte  $\gamma > 0$  auftreten können (Kurve (I) in BILD 38). Bedingt durch diese Veränderung des Bahnwinkels  $\gamma$  und durch die abnehmende Bahngeschwindigkeit  $u_{KK}$  wird entsprechend Gl.(75) die am Flugzeug wirksame Windänderung  $\dot{u}_W(t)$  kleiner, d.h. infolge der dynamischen Reaktion des Flugzeugs verringert sich der Einfluss der äußeren Störung. An dieser Stelle wird die bereits im Abschnitt 3.3 beschriebene Rückkoppelung der Flugzustandsgrößen auf den Störeingang deutlich.

Der Verlauf der Flugbahn ist durch die Phygoidbewegung geprägt, die wegen der nichtausgeglichenen Kräfte angeregt wird. Wie ein Vergleich des Bahnverlaufs innerhalb und unterhalb der Scherschicht zeigt, sind in Abhängigkeit der Windverhältnisse unterschiedliche Schwingungseigenschaften des Flugzeugs vorhanden, die im folgenden näher analysiert werden. So hat beispielsweise die Bahnschwingung innerhalb der Scherschicht eine kleinere Wellenlänge als nach Verlassen der Windscherung. Es ist weiterhin zu beachten, dass das Bewegungsverhalten in der Scherung als *Einschwingverhalten* dargestellt werden kann, das sich aus freier Eigenbewegung und durch die Windänderung erzwungener Bewegung zusammensetzt. Nach Verlassen des Scherbereichs stellt sich in einem typischen *Ausschwingvorgang* in einer freien Schwingung wieder ein stationäres Kräftegleichgewicht ein. Der zugehörige stationäre Bahnwinkel gehorcht dann der Gl.(74), und die Zeitverläufe von Höhe und Bahngeschwindigkeit lassen sich unter Zugrundelegung eines konservativen Systems physikalisch anschaulich mit Hilfe von Energiebetrachtungen beschreiben (Austausch zwischen potentieller und kinetischer Energie, vgl. z.B. [95]).

Auf die veränderten dynamischen Eigenschaften des Flugzeugs unter der Einwirkung eines bestimmten Schergradienten wird im Abschnitt 6 ausführlich eingegangen.

#### b) Rückenwindscherung:

Charakteristischer Wert einer flugzeugbezogenen Rückenwindscherung ist eine Horizontalwindänderung

$$\dot{u}_{Wg}(t) > 0. \quad (77)$$

Für negative Bahnwinkel wird diese Forderung unter Verwendung von Gl.(75) durch einen höhenabhängigen Horizontalwind mit dem Gradienten  $u_{Wz} > 0$  erfüllt.

Im Gegensatz zu den Abläufen bei einer Gegenwindscherung verkleinert eine Rückenwindscherung die aerodynamische Anströmung  $\underline{V}$ , wodurch der Bahnwinkel  $\gamma$  steiler wird. Da die zeitliche Windänderung  $\dot{u}_{Wg}(t)$  gem. Gl.(75) vom Bahnwinkel abhängig ist, verstärkt sich in diesem Fall infolge des zunehmenden Bahnwinkels die Wirkung des Windgradienten weiter, d.h. das Flugzeug induziert sich gleichsam selbst eine immer größere Windstörung. Dadurch weicht das ungesteuerte Flugzeug, wie die Kurve (II) in BILD 38 zeigt, innerhalb der Windscherung immer mehr von der ursprünglichen Bahn ab. Stationäre Verhältnisse können sich nicht wieder einstellen, solange die Scherung andauert.

Aus der dynamischen Flugzeugreaktion auf eine Rückenwindscherung resultieren beim Verlassen des Scherbereichs zumeist größere Störungen der Flugzustandsgrößen als bei einer Gegenwindscherung, so dass der sich anschließende Ausschwingvorgang der freien Phygoidbewegung größere Amplituden in Fahrt und Bahn liefert als im vorherigen Abschnitt.

Verbleibt dem Flugzeug genügend Raum bzw. Flugzeit, so kann sich nach Abklingen der Phygoide wiederum ein stationärer Bahnwinkel  $\gamma_\infty$  entsprechend den herrschenden Windbedingungen einstellen (Gl.(74)). Tritt jedoch die Windscherung in zu geringer Höhe über dem Erdboden bzw. in zu geringer Entfernung zum Flughafen auf, so kann das Flugzeug allein aufgrund der Eigenbewegung nicht wieder einen stabilen Gleichgewichtszustand einnehmen. Greift der Pilot bzw. automatische Flugregler in dieser Situation nicht oder nur unzureichend (z.B. zeitverzögert) in das Geschehen ein, so entstehen unvermeidlich als Bahnkurven die typischen Absturzprofile der sog. *short landings* mit Aufschlagstellen des Flugzeugs meist in unmittelbarer Nähe der Landebahn [99].

Eine Analyse des Scherwindeinflusses auf das Bewegungsverhalten eines Flugzeugs wäre unvollständig ohne eine Beurteilung der Flugeigenschaften, die das Fluggerät aufgrund der veränderten bzw. neu auftretenden Stabilitätskriterien hat. Nach [104] sind *Flugeigenschaften* diejenigen Eigenschaften und Kenngrößen eines Flugzeugs, die die Arbeitslast und das Leistungsvermögen des Systems – Pilot / Flugzeug – bei der Erfüllung der gestellten Aufgaben maßgeblich beeinflussen.

Im vorliegenden Fall müssen wir uns folgender Probleme bewusst sein:

- Ein quantitatives Maß für die Angabe von Flugeigenschaften ist oft nicht vorhanden, so dass als Kriterien meistens bestimmte Mindestforderungen verwendet werden, die aufgrund von Flugversuchen und Pilotenbeurteilungen sowie Simulationsrechnungen ermittelt wurden [97]. Besonders detailliert sind die Flugeigenschaftsrichtlinien, die für Militärflugzeuge erstellt wurden, z.B. die *Military Specifications: Flying Qualities for Piloted Aircraft* [104] [105].

Da für Verkehrsflugzeuge keine derart ausführlichen Spezifikationen zur Verfügung stehen, werden wir versuchen, einige Kriterien aus [104], die ursprünglich für Flugzeuge der Typklasse III („große schwere Flugzeuge von niedriger bis mittlerer Manövrierbarkeit“) vorgesehen sind, unter Beachtung bestimmter Randbedingungen auch auf unsere Problemstellungen zu übertragen. Dabei müssen wir auf jeden Fall dem Umstand Rechnung tragen, dass die Belastungen, die dem in [104] zur Debatte stehenden fliegenden Personal und Material zugemutet werden, u.U. höher sind als in der Verkehrsfluffahrt. Unter diesem Vorbehalt sind alle im Folgenden aufgeführten Übertragungen von Flugeigenschaftskriterien zu lesen.

- Die Spezifikationen in [104] enthalten keine Ergebnisse, die aus Flugversuchen bzw. Simulationen unter Einbeziehung von Scherwindbedingungen gewonnen wurden. Weiterhin wird bei der Behandlung der Flugzeug-Längsstabilität (von Böenstörungen abgesehen) nicht zwischen den Flugzustandsgrößen „Fluggeschwindigkeit  $V$ “ und „Bahngeschwindigkeit  $V_K$ “ unterschieden, also die Windgeschwindigkeit  $V_W = 0$  gesetzt.

Die auf diese Weise erstellten Kriterien sagen möglicherweise nichts oder nur wenig über das Verhalten von Flugzeugen unter Bedingungen aus, in denen Wind bzw. Windänderungen maßgeblichen Einfluss haben. Eine gesonderte Beachtung und Bewertung der in diesen Situationen zusätzlich erwachsenden Probleme ist daher erforderlich (vgl. z.B. die Forderung nach statischer Geschwindigkeitsstabilität, Abschnitt 6.2.1).

## 5. Der Scherwindeinfluss im linearisierten Gleichungssystem

### 5.1. Festlegung des Referenzzustandes

Im Abschnitt 4 sowie ergänzend im Anhang A3 sind die Ergebnisse digitaler Simulationsrechnungen unter Verwendung der nichtlinearen Differentialgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung dargestellt worden. Wie weiter gezeigt wurde, lassen sich stationäre Flugzustände wie z.B. der stationäre Endzustand nach Abklingen der Phygoidschwingung in konstanten Windverhältnissen gut mit Hilfe analytischer Beziehungen berechnen (z.B. Gl.(74)). Das dynamische Antwortverhalten des Flugzeugs innerhalb der Windscherung ist jedoch auf analytische Weise nicht zu ermitteln, da allgemeine Methoden zur Integration der Differentialgleichungen (70,71,72) nicht bekannt sind.

Gute Dienste leistet hier die bereits zuvor erwähnte *Methode der kleinen Störungen*, nach der die Bewegungsgleichungen linearisiert und dadurch einer analytischen Betrachtung zugänglich gemacht werden. Im Folgenden soll diese Methode zur Untersuchung der Schwingungseigenschaften eines Flugzeugs unter dem Einfluss von Windscherungen und zur Beurteilung der Stabilität der auftretenden Bewegungen angewandt werden.

Es wird angenommen, dass sich das Flugzeug nur geringfügig aus einem vorgegebenen Referenzzustand (Index R), der noch näher beschrieben werden muss, entfernt. Für diese kleinen Abweichungen werden alle beteiligten Kräfte in TAYLORreihen entwickelt [96]. So gilt z.B. für den Auftrieb:

$$A = \left\{ A_R + \frac{\partial A}{\partial V} \delta V + \frac{\partial A}{\partial \alpha} \delta \alpha + \dots \right\}_R. \quad (78)$$

In den linearisierten Kräftegleichungen treten also die Referenzwerte im Bezugsflugzustand und die linearen Ableitungen nach allen Variablen auf, die in diesem sog. Betriebspunkt von Bedeutung sind. Nach den linearen Gliedern werden die Reihenentwicklungen abgebrochen unter dem Gesichtspunkt, dass alle höheren Ableitungen vernachlässigbar klein sind gegenüber den linearen Anteilen.

Der bei der Linearisierung zugrundegelegte ungestörte Gleichgewichtszustand, um den herum die Schwingungen auftreten, wird nach Abklingen der Auslenkungen wieder eingenommen, wenn die Bewegung stabil ist.

Als Bezugsflugzustand wählen wir wie in den vorangegangenen Beispielen einen aerodynamisch ausgetrimmten Landeanflug mit der stationären Fluggeschwindigkeit  $V_R$ , die den 1,3-fachen Wert der Strömungsabrießgeschwindigkeit  $V_S$  haben soll, und dem Bahnwinkel  $\gamma_R$ .

Das Flugzeug fliegt zum Zeitpunkt  $t_0$  mit festgehaltenen Stellgliederausschlägen in die lineare Windscherung ein. Für den Bewegungsablauf gilt zu Beginn der Störung nach Gl.(51):

$$(51): \quad \underline{\dot{V}}_K = 0 \rightarrow \underline{\dot{V}}(t) = -\underline{\dot{V}}_W(t)$$

Dieser Zusammenhang wird im Folgenden dazu benutzt, den eigentlich instationären Vorgang über einen gewissen Zeitraum näherungsweise zu linearisieren. Der Zeitraum, für den dieser Näherungsansatz noch ausreichend genaue Ergebnisse liefert, lässt sich anhand eines Vergleichs der auf diese Weise gewonnenen analytischen Bewegungsverläufe mit den Ergebnissen einer nichtlinearen digitalen Simulation festlegen.

## 5.2. Linearisierung der Bewegungsgleichungen.

Analog zu den in Gl.(78) dargestellten linearisierten Kräften werden auch für die beteiligten Zustandsgrößen Störansätze aufgestellt, die jeweils aus dem ungestörten Referenzwert der Größe und der Störbewegung bestehen, z.B.

$$V(t) = V_R + \delta V(t). \quad (79)$$

Diese Ansätze und die Gleichungen für die linearisierten Kräfte werden in die Differentialgleichungen (70, 71) eingesetzt. Wir erhalten auf diese Weise Beziehungen, aus denen sich die zum Referenzzustand gehörigen Größen wegen der Erfüllung des Kräftegleichgewichts im ungestörten Zustand gerade herausheben. Es verbleiben die linearisierten Differentialgleichungen:

$$\delta \dot{u}_{kk} = X_\gamma \delta \gamma + X_V \delta V + X_{\alpha_W} \delta \alpha_W, \quad (80)$$

$$\delta \dot{\gamma} = Z_\gamma \delta \gamma + Z_V \delta V + Z_{\alpha_W} \delta \alpha_W. \quad (81)$$

Für die Ableitungen der Kräfte nach den relevanten Zustandsgrößen im Betriebspunkt, auch *Derivativa* genannt, gelten die im Anhang A5 angegebenen Abkürzungen. Es ist anzumerken, dass nur solche Abhängigkeiten berücksichtigt werden, die in der Praxis auch tatsächlich von Einfluss sind. So können u.a. die Störungen  $\delta \alpha$ ,  $\delta \dot{\theta}$  nach den im Abschnitt 3.3 getroffenen Annahmen zu Null gesetzt werden.

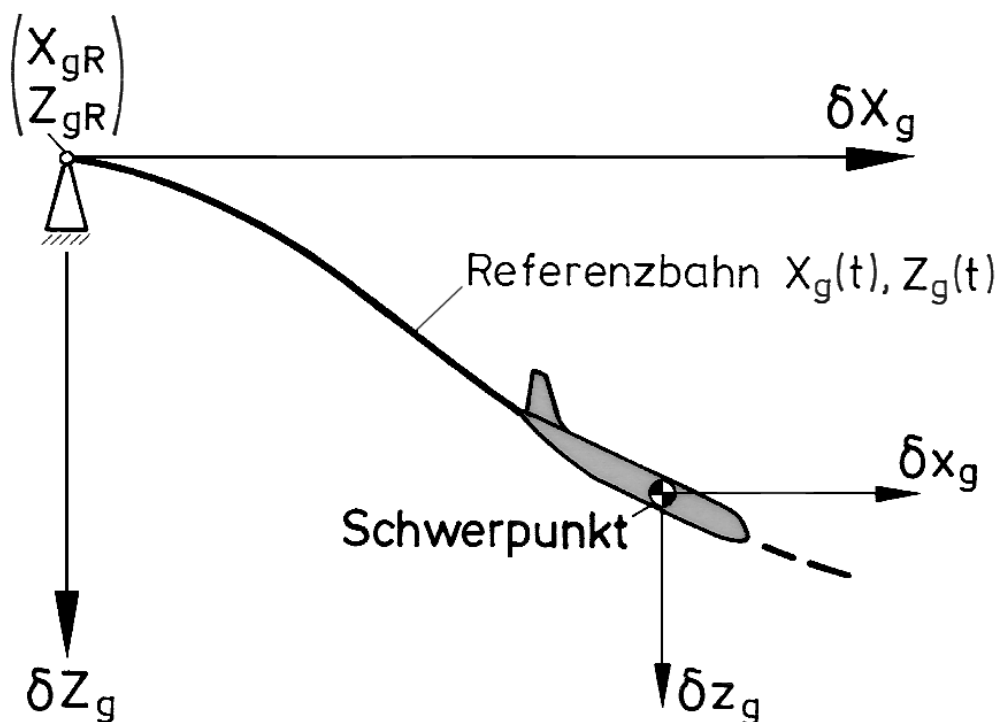


BILD 40: Zur Definition der zur Linearisierung verwendeten Koordinatensysteme.

(  $\delta X_g / \delta Z_g$  = inertiales KS,  $\delta x_g / \delta z_g$  = mitbewegtes KS ).

---

*Kap.5.2: Linearisierung der Bewegungsgleichungen.*

---

Die Ortsveränderung des Flugzeugs in bezug auf das inertielle (ruhende) Koordinatensystem mit dem Ursprung in  $(X_{g,R}, Z_{g,R})$  wird durch die Gleichungen beschrieben (BILD 40):

$$X_g(t) = X_{g,R} + \delta X_g(t), \quad (82)$$

$$Z_g(t) = Z_{g,R} + \delta Z_g(t). \quad (83)$$

Darin bedeuten zunächst noch nichtlinear

$$\delta X_g(t) = \int u_{Kk}(t) \cos \gamma(t) dt, \quad (84)$$

$$\delta Z_g(t) = -\int u_{Kk}(t) \sin \gamma(t) dt. \quad (85)$$

Wird, wie beschrieben, die Gültigkeit der Gl.(51) vorausgesetzt, so lässt sich für die Bahngeschwindigkeit der Störungsansatz verwenden:

$$u_{Kk}(t) = u_{Kk,R} + \delta u_{Kk}(t). \quad (86)$$

Der Bahnwinkelverlauf über der Zeit wird durch einen gleichartigen Ansatz linearisiert:

$$\gamma(t) = \gamma_R + \delta \gamma(t). \quad (87)$$

Unter Berücksichtigung dieser Ansätze und mit der in Abschnitt 3.1 begründeten Annahme kleiner Winkel  $\delta \gamma_R, \delta \gamma$  ergibt sich für den linearisierten Flugbahnverlauf:

$$\delta X_g(t) = u_{Kk,R} t + \delta x_g(t) dt, \quad (88)$$

$$\delta Z_g(t) = -u_{Kk,R} \gamma_R t + \delta z_g(t) dt. \quad (89)$$

Während die ersten Summanden jeweils die Referenzbahn des Flugzeugs beschreiben, enthalten die zweiten Terme die örtlichen Abweichungen von dieser Bahn (unter Vernachlässigung der Produkte der Störgrößen):

$$\delta x_g(t) = \int u_{Kk}(t) dt - u_{Kk,R} \cdot \gamma_R \cdot \int \delta \gamma(t) dt, \quad (90)$$

$$\delta z_g(t) = -\gamma_R \cdot \int u_{Kk}(t) dt - u_{Kk,R} \cdot \int \delta \gamma(t) dt. \quad (91)$$

Aus den Gln.(88-91) folgt durch Differenzieren nach der Zeit für die Komponenten der Bahngeschwindigkeit im geodätischen Bezugssystem:

$$\delta \dot{x}_g(t) = u_{Kk,R} - u_{Kk,R} \gamma_R \delta \gamma(t) - \delta u_{Kk}(t), \quad (92)$$

$$\delta \dot{z}_g(t) = -u_{Kk,R} \gamma_R - u_{Kk,R} \delta \gamma(t) - \gamma_R \delta u_{Kk}(t). \quad (93)$$

---

*Kap.5.2: Linearisierung der Bewegungsgleichungen.*

---

Für die Größen  $\delta V$  und  $\delta \alpha_w$  erhalten wir aus den Gln.(42,43):

$$\delta V = \delta u_{Kk} - \delta u_w - \gamma_R \delta w_w + (u_{wR} \gamma_R + w_{wR}) \delta \gamma - V_R \alpha_{wR} \delta \alpha_w, \quad (94)$$

$$\delta \alpha_w = -\frac{\gamma_R}{V_R} \delta u_w - \frac{1}{V_R} \delta w_w - \frac{u_{wR} - w_{wR} \gamma_R}{V_R} \delta \gamma + \frac{u_{wR} \gamma_R + w_{wR}}{V_R^2} \cdot \delta V. \quad (95)$$

Die ortsveränderlichen Windkomponenten haben unter Verwendung der Gln.(88,89) nach der Linearisierung die Gestalt:

$$\delta u_w(t) = (u_{wx} - u_{wz} \gamma_R) u_{Kk,R} t + u_{wx} \delta x_g + u_{wz} \delta z_g, \quad (96)$$

$$\delta w_w(t) = (w_{wx} - w_{wz} \gamma_R) u_{Kk,R} t + w_{wx} \delta x_g + w_{wz} \delta z_g. \quad (97)$$

Die ersten Summanden in den Gln.(96, 97) entsprechen einem linear mit der Zeit anwachsenden Windeinfluss (Rampe), der die Grundkomponenten des Windes entlang der in BILD 40 angedeuteten Referenzbahn beschreibt. Die restlichen Summanden geben die Windänderungen wieder, die infolge kleiner örtlicher Abweichungen von der Referenzbahn als Störung auf das Flugzeug wirken.

Wir erhalten schließlich durch Einsetzen dieser Beziehungen in die linearisierten Differentialgleichungen (80,81) und Umordnen, wobei die Windgrößen auf der rechten Seite zusammengefasst werden (Bedeutung der Abkürzungen im Anhang A5):

$$\delta \dot{u}_{Kk} - K_T \delta u_{Kk} - K_U \delta \gamma = K_A \delta u_w + K_B \delta w_w \quad (98)$$

$$- K_V \delta u_{Kk} + \dot{\gamma} - K_W \delta \gamma = K_C \delta u_w + K_D \delta w_w. \quad (99)$$

Mit Hilfe der in diesem Abschnitt angegebenen Beziehungen entsteht aus dem ursprünglich hochnichtlinearen Differentialgleichungssystem der Flugzeug-Längsbewegung ein lineares System von Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.

Besonderheit der vorliegenden linearisierten Bewegungsgleichungen gegenüber den in der Fachliteratur bisher verwendeten ist es, dass die Windstörterme  $\delta u_w$  und  $\delta w_w$  neben einer linearen Abhängigkeit von der Zeit  $t$  auch eine Abhängigkeit von den Ortskoordinaten  $\delta x_g$  und  $\delta z_g$  des Flugzeugs enthalten (vgl. dazu [97]).

### 5.3. LAPLACE-Transformation und Entkopplung des Systems < Flugzeug / niederfrequente Windänderung >

Die gesuchten Lösungen des linearisierten Ersatzsystems für die Flugzeug- Längsbewegung in Windscherungen können z.B. mit Hilfe der LAPLACE-Transformation im Bildbereich ermittelt werden [98]. Durch die Transformation der linearen Differentialgleichungen (98, 99) aus dem Zeit- in den Bild- bzw. Frequenzbereich erhalten wir ein System algebraischer Gleichungen mit konstanten Koeffizienten. Aus den Lösungen der Koeffizientendeterminante können direkt die charakteristischen Eigenschaften der Flugzeugbewegung wie Schwingungsdauer, Eigenfrequenz, Dämpfung usw. berechnet werden, während bekanntlich die Grenzwertsätze zu Aussagen über das Systemverhalten für  $t \rightarrow 0$  und  $t \rightarrow \infty$  führen, ohne dass der vollständige Funktionsverlauf durch Rücktransformation in den Zeitbereich ermittelt werden muss.

Führen wir eine Rücktransformation der Lösungen des linearen Gleichungssystems aus dem Bild- in den Zeitbereich durch, so lassen sich die Zeitverläufe für das linearisierte Differentialgleichungssystem bestimmen, von dem wir ausgegangen waren (Gln.(98, 99)). Die transformierten Größen werden im weiteren Text durch ein  $\hat{\cdot}$ -Symbol gekennzeichnet, z.B.:

$$\hat{u}_{Kk}(s) = \mathcal{L} \{u_{Kk}(t)\} . \quad (100)$$

Aus dem linearisierten Differentialgleichungssystem entsteht dann in Matrizenschreibweise folgendes System:

$$\begin{bmatrix} s - K_T & -K_U \\ -K_V & s - K_W \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{u}_{Kk} \\ \hat{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_A & K_B \\ K_C & K_D \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{u}_W \\ \hat{w}_W \end{pmatrix} \quad (101)$$

Wir unterscheiden zwischen der *Systemmatrix* auf der linken und der *Störmatrix* auf der rechten Seite. Die Transformation der linearisierten Windgleichungen (96,97) liefert für die Windvektorkomponenten im Bildbereich:

$$\hat{u}_W = (u_{Wx} - u_{Wz} \gamma_R) u_{Kk,R} \frac{1}{s^2} + u_{Wx} \hat{x} + u_{Wz} \hat{z} , \quad (102)$$

$$\hat{w}_W = (w_{Wx} - w_{Wz} \gamma_R) u_{Kk,R} \frac{1}{s^2} + w_{Wx} \hat{x} + w_{Wz} \hat{z} . \quad (103)$$

In diesen Gleichungen können die Größen  $\hat{x}$  und  $\hat{z}$  noch ersetzt werden. Durch Linearisieren und Transformation der Beziehungen (90,91) ergibt sich:

$$\hat{x} = (\hat{u}_{Kk} - u_{Kk,R} \gamma_R \hat{\gamma}) \frac{1}{s} , \quad (104)$$

$$\hat{z} = (\hat{u}_{Kk} \gamma_R - u_{Kk,R} \hat{\gamma}) \frac{1}{s} . \quad (105)$$

Mit diesen Beziehungen lautet der LAPLACE-transformierte Windvektor :

$$\hat{v}_w = \begin{bmatrix} u_{wx} - u_{wz} \gamma_R \\ w_{wx} - w_{wz} \gamma_R \end{bmatrix} \cdot \frac{u_{kk,R}}{s^2} + \begin{bmatrix} u_{wx} - u_{wz} \gamma_R \\ w_{wx} - w_{wz} \gamma_R \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{s} - \begin{bmatrix} u_{wx} \gamma_R + u_{wz} \\ w_{wx} \gamma_R + w_{wz} \end{bmatrix} \cdot u_{kk,R} \frac{1}{s} \hat{\gamma} \quad (106)$$

Der erste Summand ist bereits die in den Gln.(96,97) beschriebene Rampenfunktion der Grundströmung des Windes, die näherungsweise die niederfrequente Windänderung wiedergibt. Die beiden anderen Terme hängen von den Funktionen  $\hat{u}_{kk}$  und  $\hat{\gamma}$  ab, also von den Systemzustandsgrößen der linken Seite von Gl.(101). Die Windstörungen der rechten Seite sind damit eindeutig mit dem Eigenverhalten des Systems verkoppelt.

Zur Entkopplung der Gleichungen fassen wir die Terme, die von den Zustandsgrößen des Flugzeugs abhängig sind, jeweils auf der linken Seite der Gleichungen zusammen. Mit der Abkürzung für die Rampenfunktion des Windes

$$\hat{w} = \begin{bmatrix} u_{wx} - u_{wz} \gamma_R \\ w_{wx} - w_{wz} \gamma_R \end{bmatrix} \frac{u_{kk,R}}{s^2} \quad (107)$$

und der Einführung weiterer Abkürzungen (s. Anhang A5) erhalten wir aus Gl.(101) nach der Entkopplung auf der linken Seite die *erweiterte Systemmatrix*, während die rechte Seite von der nur noch von  $s$  abhängigen Störgröße  $\hat{w}$  und der zugehörigen Eingangsmatrix gebildet wird. Die erweiterte Systemmatrix beschreibt die durch den Wind beeinflusste Eigenbewegung.

Wir erhalten nach beidseitiger Multiplikation mit  $s$  das endgültige Gleichungssystem in Matrizenschreibweise:

$$\begin{bmatrix} s^2 - K_T s - K_M & -K_U s + K_O u_{kk,R} \\ -K_V s - K_N & s^2 - K_W s - K_P u_{kk,R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{u}_{kk} \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_A & K_B \\ K_C & K_D \end{bmatrix} \cdot s \hat{w} \quad (108)$$

$$= \begin{bmatrix} K_M \\ K_N \end{bmatrix} s \frac{u_{kk,R}}{s^2}$$

### Entkoppeltes System der Bewegungsgleichungen



## 5.4. Die charakteristische Gleichung der Flugzeugbewegung in Windscherung

Durch die Berechnung der Determinante der erweiterten Systemmatrix aus Gl.(108) erhalten wir die charakteristische Gleichung, deren Wurzeln die Eigenwerte der Bewegung eines Flugzeugs in einer Windscherung sind. Es entsteht eine algebraische Gleichung 4. Grades der allgemeinen Form

$$s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0. \quad (109)$$

Die Berücksichtigung der Wind- und Scherwindeffekte führt dazu, dass der charakteristischen Gleichung der ursprünglichen Systemmatrix (Gl.(101)), die vom 2. Grade war, zwei weitere Eigenwerte hinzugefügt werden, die bereits im Abschnitt 3.3 als **Höhenwurzel** bzw. **Wegwurzel** eingestuft wurden.

Gl. (109) lässt sich nach Zerlegung in Linearfaktoren auch schreiben als:

$$(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)(s - s_4) = 0. \quad (110)$$

Fassen wir die Wurzeln  $s_1$  und  $s_2$  als die erfahrungsgemäß zu erwartenden, konjugiert komplexen Wurzeln der (windbeeinflussten) Phygoide auf, während  $s_3$  der Eigenwert des Horizontalwindanteils und  $s_4$  der Eigenwert des Vertikalwindanteils sein sollen, so ergibt sich aus Gl.(110):

$$(s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2)(s - s_3)(s - s_4) = 0 \quad (111)$$

mit den Substitutionen:

$$2 D \omega_0 = -(s_1 + s_2), \quad (112)$$

$$\omega_0^2 = s_1 s_2. \quad (113)$$

In den nachfolgenden Abschnitten wird untersucht, welche Eigenwerte sich bei bestimmten Wind- und Scherwindverhältnissen ergeben. Insbesondere ist die Frage zu klären, ob die zusätzlich entstehenden Eigenwerte  $s_3$  und  $s_4$ , über die hier noch keine weiteren Aussagen getroffen wurden, unabhängig voneinander auftreten, also als reelle Wurzeln zweier aperiodischer Bewegungen, oder ob sie miteinander verkoppelt sind und unter Umständen zu einer neuen Eigenschwingungsform neben der Phygoide (und der außer acht gelassenen Anstellwinkelschwingung) führen.

---

Kap.5.4: Die charakteristische Gleichung der Flugzeugbewegung in Windscherung

---

Nach dem VIETAschen Wurzelsatz gelten folgende Zusammenhänge für die Wurzeln und die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms (Gl. (109)):

$$s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = -a_3 . \quad (114)$$

$$\begin{aligned} s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_1 s_4 \\ + s_2 s_3 + s_2 s_4 \\ + s_3 s_4 = a_2 , \end{aligned} \quad (115)$$

$$s_1 s_2 s_3 + s_1 s_2 s_4 + s_2 s_3 s_4 = -a_1 , \quad (116)$$

$$s_1 s_2 s_3 s_4 = a_0 . \quad (117)$$

Diese Beziehungen werden in der Mathematik zur Lösung algebraischer Gleichungen n-ten Grades mit ganzzahligen Koeffizienten benutzt und eignen sich im vorliegenden Fall vorzüglich zum Auffinden von Näherungslösungen für die Eigenwerte des Systems *Flugzeug / niederfrequente Windscherung* .

So lassen sich die Gln.(114-117) wesentlich vereinfachen, wenn z.B. ein Eigenwert zahlenmäßig sehr klein gegenüber den anderen und damit für die Bewegung ohne Bedeutung ist. Setzt man diesen Eigenwert in den obigen Gleichungen zu Null, so führen die verbleibenden Beziehungen zu einfachen Bestimmungsgleichungen für die nicht zu vernachlässigenden Eigenwerte.

Wie im folgenden gezeigt wird, können auf diese Weise die Einflüsse der einzelnen Windgradienten auf die Eigenwerte der Flugzeugbewegung untersucht und die maßgeblichen Auswirkungen sichtbar gemacht werden.

## 6. Untersuchung des Scherwindeinflusses auf die Stabilität

### 6.1. Einfluss stationärer Windkomponenten

Bevor der Einfluss der Gradienten des Windes auf die Stabilität der Flugzeug-Längsbewegung behandelt wird, sei zunächst untersucht, in welcher Weise das Windniveau, also der Anteil der stationären Windkomponenten, die Lage der Eigenwerte verändert.

#### 6.1.1. Konstanter Horizontalwind

Setzen wir in den der Gl.(108) zugrundeliegenden Gleichungen die Vertikalwindkomponente  $w_{wg}$  und alle Gradienten ( $u_{wx}$ ,  $u_{wz}$ ,  $w_{wx}$ ,  $w_{wz}$ ) zu Null, so sind die im Anhang A5 erklärten Ausdrücke  $K_M$ ,  $K_N$ ,  $K_O$ ,  $K_P$  ebenfalls Null. Gl.(111) reduziert sich damit auf eine Gleichung zweiten Grades und liefert die von der Horizontalwindkomponente beeinflussten Eigenwerte der Phygoide. Diese stehen mit Gl.(108) in folgendem Zusammenhang:

$$\begin{aligned} (108): \quad & (s - K_T) (s - K_W) - K_U K_V \\ & = s^2 + s (-K_T - K_W) + (K_T K_W - K_U K_V) = 0, \end{aligned} \quad (118)$$

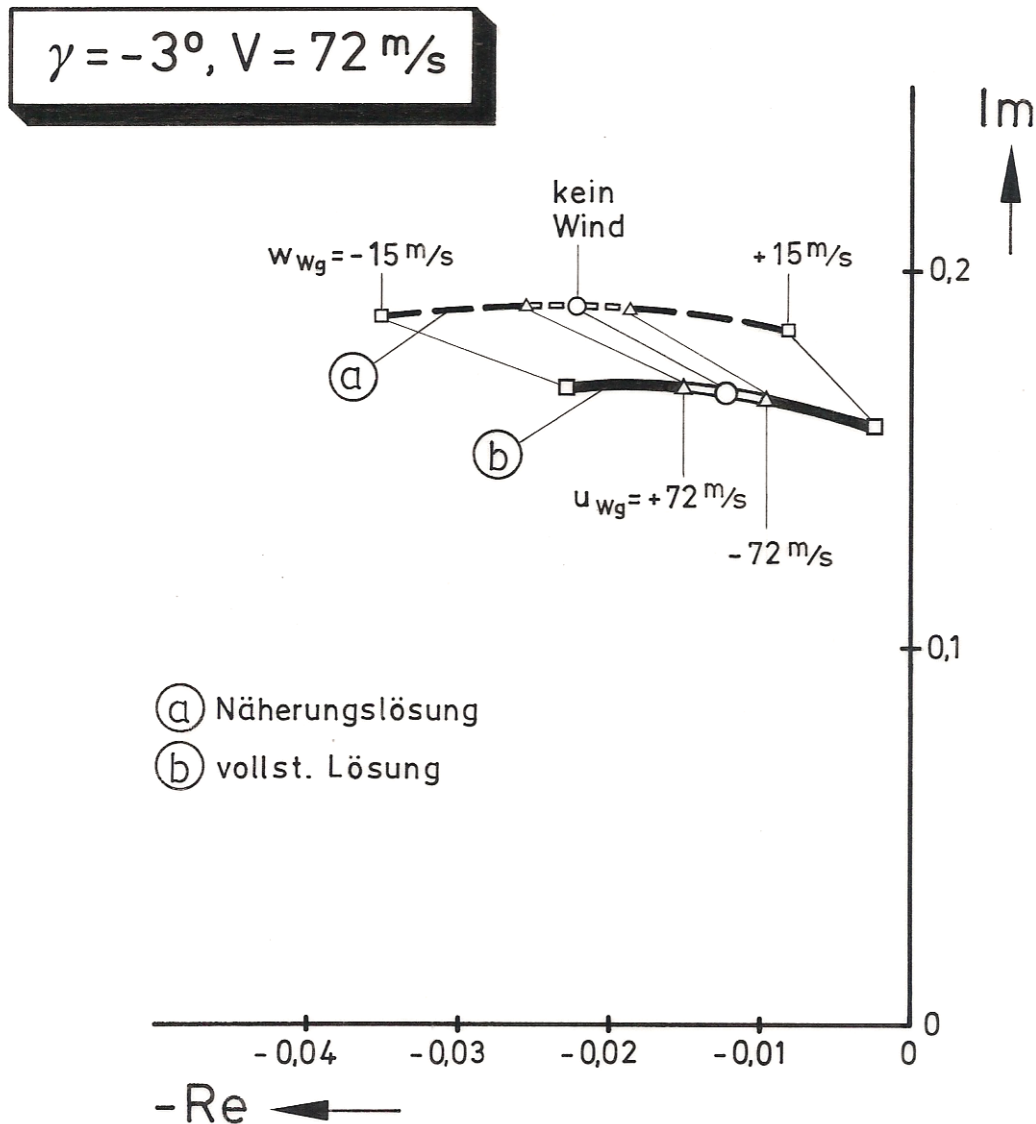
$$(111): \quad s^2 + s (2 D \omega_0) + \omega_0^2 = 0. \quad (119)$$

Durch Koeffizientenvergleich der Gln.(118) und (119) und Ersetzen der Abkürzungen ergibt sich für die Kreisfrequenz der zugehörigen ungedämpften Schwingung in Abhängigkeit vom Horizontalwind  $u_{wg}$ :

$$\omega_0^2 (K_T K_W - K_U K_V) = (X_V Z_\gamma - Z_V X_\gamma) \cdot (1 + u_{wg}/V). \quad (120)$$

Die beiden Derivativa  $Z_V$  und  $Z_\gamma$  sind der Bahngeschwindigkeit  $V_K$  umgekehrt proportional. Für kleine Bahnwinkel  $\gamma$  können wir die Vereinfachung nach Gl.(44) benutzen, um den zweiten Klammerausdruck der rechten Seite von Gl.(120) herauszukürzen. Näherungsweise ist damit die Eigenfrequenz  $\omega_0$  der Phygoide unabhängig vom Horizontalwind  $u_{wg}$  (vgl. auch BILD 41). Mit Hilfe linearisierter Bewegungsgleichungen können wir auf diese Weise selbst den Sonderfall behandeln, dass die Horizontalwindkomponente die Stärke der Fluggeschwindigkeit erreicht und das Flugzeug somit gegenüber der Erde stillsteht (das entspricht den Bedingungen in einem Windkanal):

$$u_{wg} = -V \rightarrow V_K = 0.$$

BILD 41: Einfluss der stationären Windkomponenten  $u_{wg}$  und  $w_{wg}$  auf die Phygoide im Landeanflug

Im BILD 41 ist die Verschiebung der Phygoidwurzeln unter dem Einfluss einer konstanten Horizontalwindkomponente im Bereich

$$-V \leq u_{wg} \leq +V \quad (V=72 \text{ m/s})$$

für den untersuchten Fall eines Landeanfluges mit  $\gamma_r = -3^\circ$  dargestellt, wobei als Beispielflugzeug ein Großraumflugzeug vom Typ AIRBUS A300 diente (Anhang A4).

Im Bild eingetragen sind die Ergebnisse der Stabilitätsrechnungen mit Hilfe der Näherungsbeziehungen, also unter Vernachlässigung der Momentengleichung, sowie die Wurzelorte unter Berücksichtigung der Anstellwinkelschwingung (vollständige Lösung der linearisierten Differentialgleichungen). Es zeigt sich, dass die Näherungslösungen brauchbare Ergebnisse liefern. Wir erhalten an dieser Stelle eine Bestätigung für die im Abschnitt 3.3 getroffene Annahme, dass die Auswirkungen der Anstellwinkelschwingung bei der Betrachtung der Windinflüsse auf die Flugzeug-Längsbewegung vernachlässigt werden können.

Die Phygoide bleibt im oben angegebenen Horizontalwindbereich stabil. Ein stationärer Horizontalwind hat nur einen geringen Einfluss auf die Frequenz der langsamen Bahnschwingung im Landeanflug, während die Dämpfung gegenüber dem Fall ohne Wind um  $\pm 17\%$  variiert. Dies ist wie folgt zu erklären:

Für den Dämpfungsexponenten  $\delta$  (Abklingkonstante) kann näherungsweise gesetzt werden:

$$\delta = D \cdot \omega_0 \approx X_V / 2, \quad (121)$$

wobei sich für das Derivat  $X_V$  einsetzen lässt:

$$X_V = \rho/2m \cdot V S (2 C_A \sin \alpha_w - 2 C_W \cos \alpha_w) + F_V/m \quad (122)$$

mit  $F_V = \partial F / \partial V$ .

Der Dämpfungsexponent  $\delta$  der Phygoide wird durch zwei Einflüsse verändert:

- zum einen durch den Anteil des Horizontalwindes, der sich infolge der Neigung  $\gamma$  der Flugbahn als bahnbezogene Auf- bzw. Abwindkomponente der Form

$$w_{Wk} = u_{Wg} \sin \gamma = -V \sin \alpha_w \quad (w_{Wg} = 0) \quad (123)$$

im Windanstellwinkel  $\alpha_w$  äußert (BILD 41, vgl. Gl.(45)). Dieser Anteil führt im wesentlichen zu einem Kippen des Auftriebsvektors in oder entgegen der Flugbahnrichtung, wodurch in erster Linie die Kräfteverhältnisse in der Widerstandsgleichung (70) verändert werden. Der erste Summand in Gl.(122) gibt diesen Einfluss wieder;

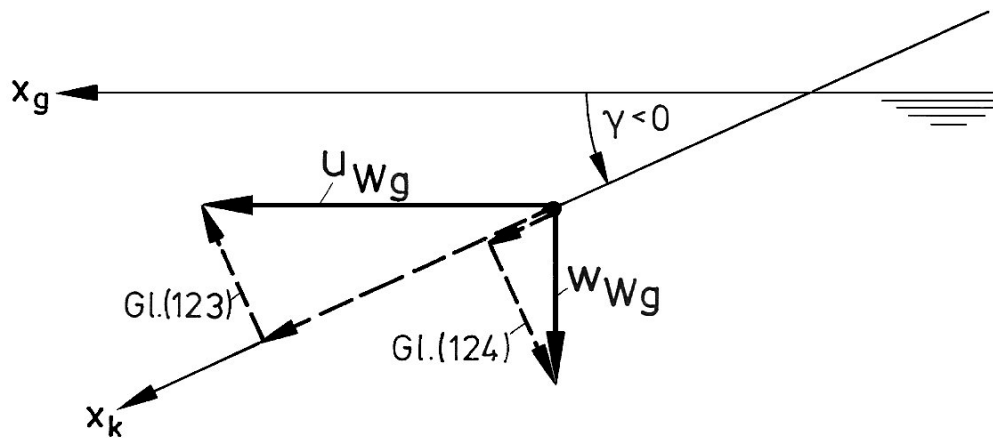


BILD 42: Zur Darstellung der flugbahnbezogenen Vertikalwindkomponente  $w_{Wk}$  entsprechend den Gln.(123,124).

- zum anderen wurden bei der Berechnung der Eigenwerte in allen Fällen dieselben Referenzwerte für  $V_R$  und  $\gamma_R$  zugrundegelegt. Das bedeutet nach den Ausführungen im Abschnitt 4.2, dass sich der Referenzschub proportional zum jeweiligen Windniveau ändern muss. Verwendet man Gl.(39), so lässt sich dieser Einfluss auch als flugleistungsmäßige Angleichung des Flugwindneigungswinkels  $\gamma_a$  beschreiben: Bei konstant gehaltenem Bahnwinkel  $\gamma_R$  wirkt sich ein geänderter Windanstellwinkel  $\alpha_w$  auf  $\gamma_a$  aus:

$$\gamma_a = \gamma_R - \alpha_w.$$

Die Anpassung des Schubes an die Gegenwind- bzw. Rückenwindkomponente schlägt sich im Derivat  $F_V$  nieder. Über die veränderten Flugleistungen entsteht so ein geringer indirekter Einfluss des Horizontalwindes auf die Phygoide.

Beide Effekte treten jedoch nur im Zusammenhang mit einem Bahnwinkel  $\gamma_R \neq 0$  auf, wenn also die Flugbahn einen geodätisch inertialen Bezug erhält. Im Horizontalflug verschwinden diese Einflüsse eines konstanten Horizontalwindes erwartungsgemäß. In diesem Fall handelt es sich bei dem Flugwindachsensystem um ein gleichförmig gegenüber der Erdoberfläche bewegtes Koordinatensystem, dass also ebenfalls ein inertiales Bezugssystem darstellt.

Es leuchtet ein, dass die Eigenwerte der Phygoide nicht von der Wahl des Koordinatensystems, in dem sie ermittelt und beschrieben werden, abhängig sein können. Erst wenn auch im Horizontalflug ein bestimmter Ort zu einem bestimmten Zeitpunkt eingehalten werden soll (räumlich: *4D-Navigation*), ändern sich diese Voraussetzungen, so dass eine Abhängigkeit der Phygoideigenwerte vom Horizontalwind zu erwarten ist.

Geht man von realistischen Werten für den stationären Horizontalwind aus ( $|u_{wg}| < 30 \text{ m/s}$ ), so kann der Einfluss auf die Phygoide mit guter Genauigkeit vernachlässigt werden. Wir be-  
gehen somit keinen großen Fehler, wenn wir zur Vereinfachung der Rechnungen setzen:

$$u_{wg,R} = 0 .$$

### 6.1.2. Konstanter Vertikalwind

BILD 41 enthält weiterhin die Wurzelorte der Phygoidbewegung unter dem Einfluss einer konstanten Vertikalwindkomponente, die variiert wurde im Bereich

$$-15 \text{ m/s} \leq w_{wg} \leq +15 \text{ m/s} .$$

Auch hier ist ein nennenswerter Einfluss nur bei der Dämpfung  $D$  der Phygoide festzustellen. Wie im Fall des stationären Horizontalwindes lassen sich zwei Dämpfungsanteile unterscheiden, die von der Windkomponente abhängen:

- der Windanstellwinkel  $\alpha_w$  ist dem Anteil des Vertikalwindes senkrecht zur Bahnachsenrichtung proportional (BILD 42):

$$w_{wk} = w_{wg} \cos \gamma = -V \sin \alpha_w \quad (u_{wg} = 0) \quad (124)$$

Bei kleinen Bahnwinkeln und auch bei  $\gamma_R = 0$  besteht somit eine starke Abhängigkeit dieses Winkels von der Auf- bzw. Abwindkomponente;

- Zum Einhalten einer vorgegebenen Fahrt  $V_R$  und eines Bahnwinkels  $\gamma_R$  muss der stationäre Schub entsprechend der Vertikalwindkomponente verändert werden. Über das Derivat  $F_V$  gelangt dieser Schubeinfluss in die Gleichung für den Dämpfungsexponenten.

Aufgrund der bestehenden flugleistungsmäßigen Randbedingungen (maximaler bzw. minimaler Schub, maximal erreichbarer Widerstand im Landeanflug) können die vorgegebenen Werte für Fahrt und Bahn nur in einem begrenzten Vertikalwindbereich stationär erfolgen werden (A300:  $-15 \text{ m/s} \leq w_{wg} \leq +4 \text{ m/s}$ ). Bei größeren stationären Aufwinden müsste der Widerstand vergrößert werden, im Landeanflug z.B. mit Hilfe der Spoiler oder durch Umkehrschub, während größere Abwindkomponenten nur mit Hilfe stärkerer Triebwerke überwunden werden können.

Wegen der geringen Änderungen der Phygoidwurzeln können beim Vorliegen realistischer Auf- bzw. Abwinde ( $|w_{wg}| \leq 4 \text{ m/s}$ ) die Einflüsse stationärer Vertikalwindkomponenten auf die langsame Bahnschwingung näherungsweise vernachlässigt werden, zumindest im hier untersuchten Landeanflug mit dem Bahnwinkel  $\gamma_R = -3^\circ$ .

Tritt bei einem Steigflug, also mit Bahnwinkeln  $\gamma_R > 0^\circ$ , ein Abwind auf, so überlagert sich dem bekannten destabilisierenden Effekt des positiven Bahnwinkels zusätzlich der entdämpfende Einfluss des Vertikalwindes. Für die nachfolgenden Betrachtungen lässt sich daher ohne großen Fehler zur Vereinfachung der Rechnungen ansetzen:

$$w_{wg,R} = 0 .$$

## 6.2. Einfluss einer Scherung des Horizontalwindes

Untersucht man jeweils einzeln die Auswirkung der Elemente des Gradienten des Windvektors in der x-z-Ebene,

$$\text{grad} (V_w) = \begin{vmatrix} u_{wx} & u_{wz} \\ w_{wx} & w_{wz} \end{vmatrix},$$

so lassen sich zwei Fälle unterscheiden:

- a) Eine Einzeluntersuchung unter Verwendung der Hauptdiagonalelemente  $u_{wx}$  bzw.  $w_{wz}$  bei gleichzeitigem Nullsetzen der anderen drei Gradienten zeigt, dass der Koeffizient  $a$  der charakteristischen Gleichung (109) Null wird, da der erste Klammerausdruck in jedem Fall verschwindet:

$$a_0 \sim (u_{wz} w_{wx} - u_{wx} w_{wz}) (1 - \gamma_R^2).$$

Das charakteristische Polynom reduziert sich damit um einen Grad ( $s_4 = 0$ ) auf:

$$s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1 = 0 \quad (125)$$

bzw. entsprechend der Schreibweise in Gl.(111):

$$(s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2) (s - s_3) = 0. \quad (126)$$

Neben der durch den Windeinfluss veränderten Phygoide tritt in diesem Fall jeweils ein weiterer aperiodischer Eigenwert auf.

- b) Eine Einzelbetrachtung der Nebendiagonalelemente  $u_{wz}$  bzw.  $w_{wx}$  von  $\text{grad} (V_w)$  ergibt, dass außer dem Koeffizienten  $a_0$  auch der Koeffizient  $a_1$  in Gl.(125) verschwindet, so dass lediglich die Gleichung für die veränderte Phygoide verbleibt:

$$(s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2) = 0. \quad (127)$$

Wird die Windänderung durch Nebendiagonalelemente charakterisiert, so existiert also keine *Wegwurzel* bzw. *Höhenwurzel*.

Eine physikalische Erklärung dieser unterschiedlichen Auswirkungen wird in der Folge noch angegeben.

Wir werden im folgenden zunächst die Auswirkungen jedes einzelnen Gradienten (unter Nullsetzen der jeweils anderen drei Gradienten) auf das dynamische Bewegungsverhalten eines ungesteuerten Flugzeugs untersuchen. Gegenüber den in Abschnitt 4 verwendeten linearen Windscherungen gehen wir im vorliegenden Fall davon aus, dass die Scherungen nicht auf einen bestimmten Bereich begrenzt sind, sondern von einem Anfangszeitpunkt  $t_0$  an beliebig lange wirken. Dabei werden sowohl Horizontal- als auch Vertikalwindscherungen mit konstanten Gradienten betrachtet.

Im Abschnitt 6.4 wird dann auf das in Abschnitt 2.4 entwickelte technische Modell eines Gewitterfallwindes zurückgegriffen und ein ungesteuerter Flug durch ein Strömungsfeld analysiert, das durch eine Kombination aus den beiden konstanten Gradienten  $u_{wx}$  und  $w_{wz}$  charakterisiert wird.

Um die entstehenden Bahnkurven untereinander vergleichen zu können, setzen wir den Beginn des Scherbereichs einheitlich auf den Bahnpunkt fest, an dem das Flugzeug auf einem vorgegebenen  $-3^\circ$ -Gleitpfad die Flughöhe  $H = 2.000$  m passiert (Abstand zum Gleitpfadsender:  $X = -38.162$  m). Der Referenzgleitpfad ist in allen Darstellungen als Bezugsflugbahn eingetragen.



### 6.2.1. Einfluss des Gradienten $u_{wx}$

Als erstes wird die Änderung des Horizontalwindes längs des Flugweges,  $\partial u_{wg} / \partial x = u_{wx}$ , betrachtet; die übrigen Gradienten  $u_{wz}$ ,  $w_{wx}$  und  $w_{wz}$  seien Null. Der Horizontalwind hängt damit von dem Weg ab, den das Flugzeug zurücklegt, so dass auf diese Weise die in BILD 33b angedeutete Wegrückführung auf den Störeingang des Flugzeugs realisiert wird. Als zusätzlich entstehender Eigenwert ist die aperiodische Wegwurzel zu erwarten.

Als Beispiel für ein meteorologisches Szenarium mit einem über größere Strecken (bzw. Zeiten) konstanten Gradienten  $u_{wx}$  können wir die in Abschnitt 2.4 behandelten Strömungsvorgänge in einem Gewitterfallwind angeben, wo allerdings  $u_{wx}$  in Kombination mit einem Gradienten  $w_{wz}$  auftritt (die Auswirkungen dieser Gradientenkombination werden später analysiert).

Fliegt ein Flugzeug längere Zeit in konstanter Höhe, wie z.B. bei Start im Fall IV des Anhangs A2, so kommt die bestehende Höhenabhängigkeit des Vertikalwindes nicht zum Tragen ( $\Delta z = 0$ ), und eine Änderung des Windvektors entsteht allein aufgrund des wegabhängigen Horizontalwindes.

In der analytischen Untersuchung wurde der Gradient  $u_{wx}$  im Bereich  $-0,1 < u_{wx} < +0,1 \text{ s}^{-1}$  variiert. In der Natur dürften Werte von  $-0,04 < u_{wx} < +0,04 \text{ s}^{-1}$  als realistisch anzusehen sein (vgl. TABELLE 1 und die gemittelten Maximalwerte absoluter Windscherungen in Gewitter-Böenfronten in BILD 25).

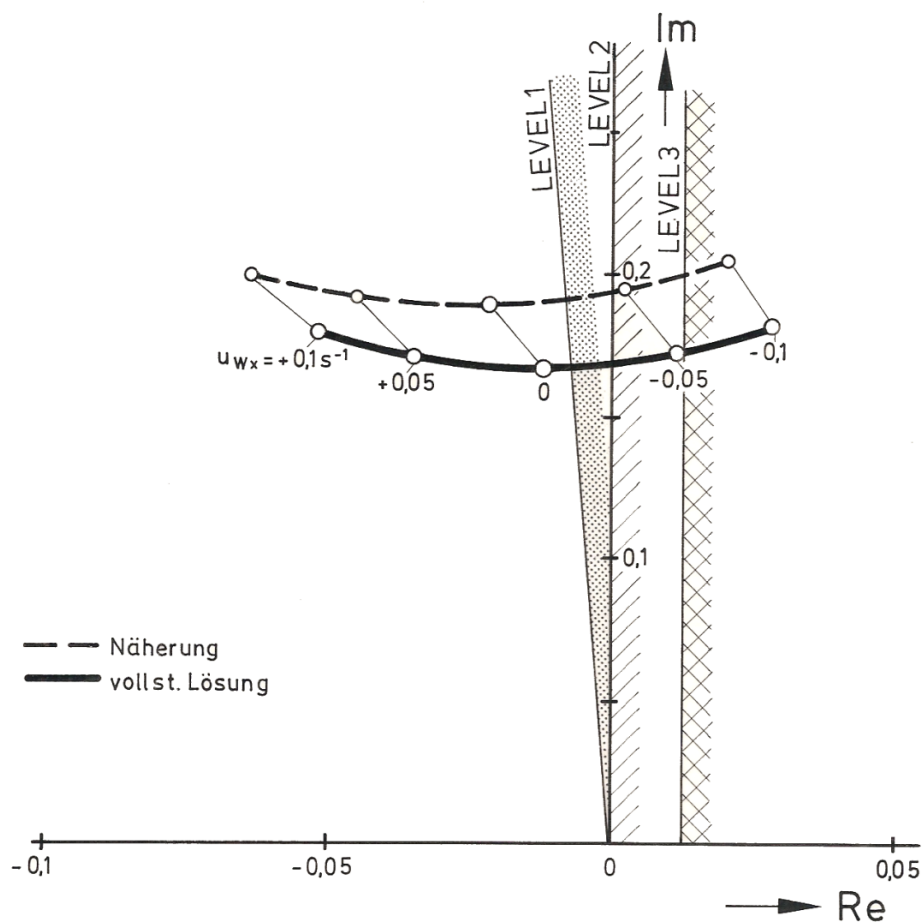


BILD 43: Verlauf der Wurzelorte der Phygoide in Abhängigkeit vom Gradienten  $u_{wx}$  einer wegabhängigen Scherung des Horizontalwindes.

Eine Erläuterung der eingetragenen Flugeigenschafts-LEVEL ist auf S. 100 zu finden.

In BILD 43 ist der Verlauf der Wurzelorte der Phygoide bei Variation der Gradientenwerte  $u_{wx}$  dargestellt, in BILD 44 die Lage der zugehörigen Wegwurzeln. In beiden Bildern sind sowohl die Ergebnisse der Näherungsbeziehungen (80,81) als auch die Verläufe unter Berücksichtigung der Momentengleichung (Einbeziehung der Anstellwinkelschwingung) wiedergegeben.

Aus BILD 44 bzw. unter Verwendung der in Abschnitt 5.4 angegebenen VIETAschen Wurzelsätze lässt sich ermitteln, dass der Verlauf der reellen Wurzel  $s_3$  in Abhängigkeit vom Parameter  $u_{wx}$  zumindest im obengenannten Hauptwertebereich, mit guter Näherung durch die einfache Beziehung

$$s_3 = u_{wx} \quad (128)$$

beschrieben werden kann. Danach erzeugen negative Horizontalwindgradienten  $u_{wx}$  (Gegenwindscherung entsprechend Abschnitt 4.3a) aperiodisch gedämpfte Wegwurzeln, während positive Gradienten (Rückenwindscherung entsprechend Abschnitt 4.3b) aperiodisch angefachte, also instabile Wurzeln liefern.

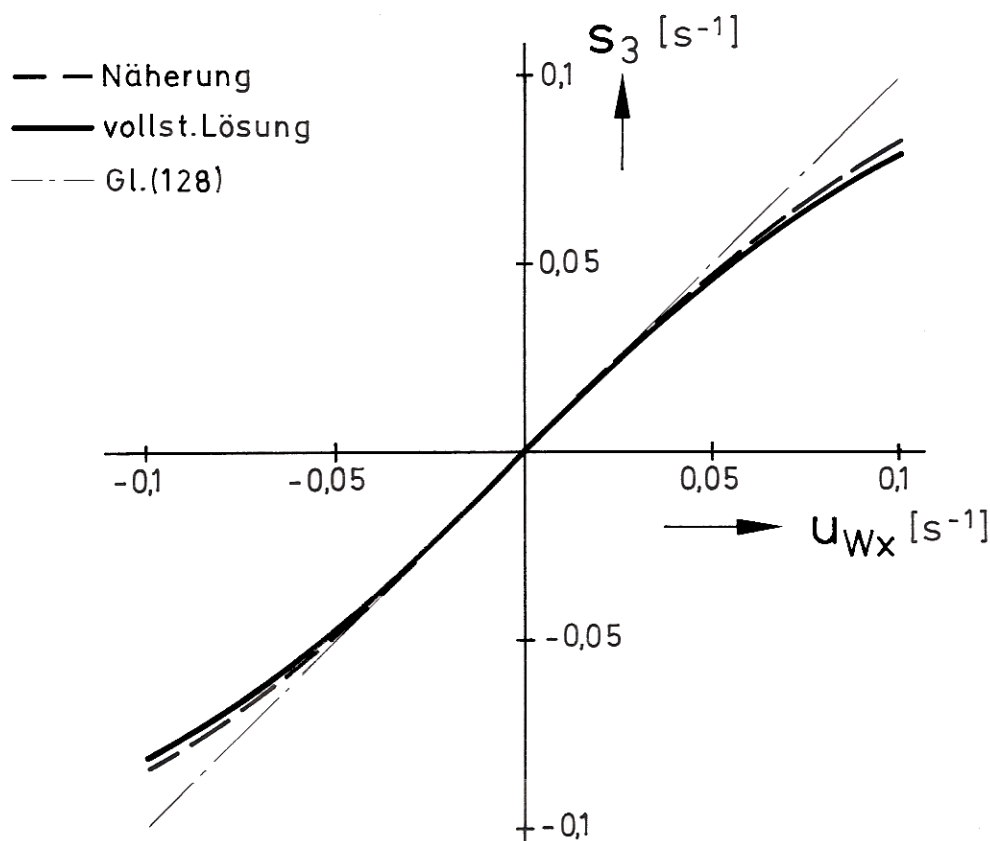


BILD 44: Abhängigkeit der reellen Wegwurzel vom Gradienten  $u_{wx}$  einer wegabhängigen Scherung des Horizontalwindes.

Zur Erklärung dieser Wegwurzeln sind in BILD 45 die Zeitverläufe der Geschwindigkeiten  $u_{Kk}$  und  $V$  bei einem Flug durch einen Scherbereich mit dem zeitlich unbegrenzt wirkenden Gradienten  $u_{Wx}$  dargestellt. Die Ergebnisse stammen aus nichtlinearen digitalen Simulationsrechnungen. Während die Bahngeschwindigkeit  $u_{Kk}$ , offensichtlich einer e-Funktion gehorchend, ständig anwächst, stellt sich die aerodynamische Anströmgeschwindigkeit  $V$  mit abklingender Phygoidbewegung wieder auf den ursprünglichen Referenzzustand ein.

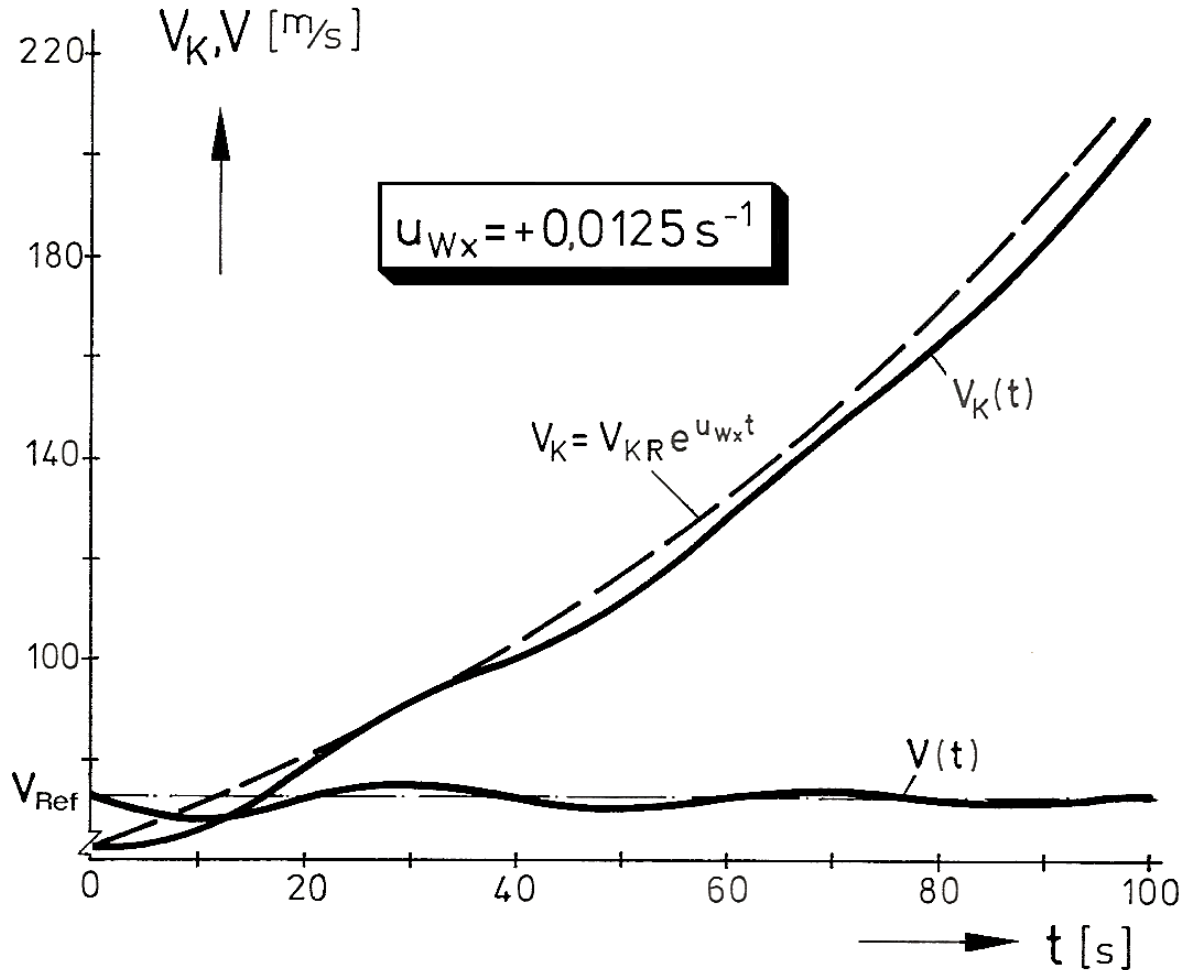


BILD 45: Zeitliche Verläufe der nichtlinear simulierten Bahngeschwindigkeit  $V_K(t)$  und der Fluggeschwindigkeit  $V(t)$  sowie der aperiodischen Wegwurzel nach Gl.(132) (Langzeitverhalten).

Berücksichtigen wir dieses Bewegungsverhalten für große Zeiten (*Langzeitverhalten*) in der Gleichung für die Bahnbeschleunigung (Gl.(62)), indem wir setzen:

$$\dot{V} \rightarrow 0 \quad \text{für } t \rightarrow \infty ,$$

und vernachlässigen den Ausdruck  $(V \dot{\gamma}_a \alpha_w)$  als klein gegenüber den anderen Ausdrücken in Gl.(62), so erhalten wir als gesuchte Differentialgleichung für die *aperiodische Wegwurzel*:

$$\dot{u}_{Kk} = \dot{u}_{Wg} \cos \gamma \quad \text{für } t \rightarrow \infty . \quad (130)$$

Mit  $\cos \gamma \approx 1$  und unter Verwendung von Gl.(75) vereinfacht sich die Bewegungsgleichung für die der Phygoide überlagerten aperiodischen Bewegung zu:

$$\dot{u}_{KK} - u_{KK} u_{Wx} = 0 \quad (131)$$

mit der Lösung dieser einfachen Differentialgleichung:

$$u_{KK} = u_{KK,R} \cdot e^{u_{Wx} \cdot t} = V_K(t). \quad (132)$$

In BILD 45 ist dieser Verlauf für einen Gradienten  $u_{Wx} > 0$  gestrichelt eingetragen. Es ist eine gute Übereinstimmung zwischen dem Langzeitverhalten des analytischen Verlaufes nach Gl.(132) und dem nichtlinear berechneten Geschwindigkeitsverlauf festzustellen.

Da der Geschwindigkeitsverlauf nach Gl.(132) bereits eine Bahnbeschleunigung  $\dot{u}_{KK}$  für den Zeitpunkt  $t = 0$  einschließt (vgl. Gl.(131)), das träge Flugzeug tatsächlich aber aus einer gleichförmigen Bewegung heraus beschleunigt wird, entsteht in der nichtlinearen Zeitantwort ein Schleppfehler. Gleichzeitig ist im letztgenannten Zeitverlauf erwartungsgemäß der Schwingungscharakter der langsamen Bahnschwingung zu finden, den die vereinfachte Gleichung (132) nicht wiedergeben kann.

Bei positiven  $u_{Wx}$ -Gradienten wächst die Bahngeschwindigkeit über alle Grenzen, wenn der Gradient zeitlich unbegrenzt wirkt. Da in bezug auf diese Zustandsgröße kein Beharrungszustand erreicht wird, ist das Bewegungsverhalten als instabil zu bezeichnen.

Am Beispiel eines Gradienten  $u_{Wx} < 0$  seien die analytischen Gleichungen entwickelt, die zur Beschreibung der Flugbahn für große Zeiten ( $t \rightarrow \infty$ , Langzeitverhalten) verwendet werden können.

Für negative  $u_{Wx}$ -Gradienten führt die Wegwurzel dazu, dass die Bahngeschwindigkeit immer weiter abgebaut wird, bis sie schließlich als Grenzwert Null erreicht. Zu diesem (sehr theoretischen) Fall gehört dann die Windgeschwindigkeit  $u_{Wg} = -V \cos \gamma_a$  sowie entsprechend Gl.(74) der stationäre Bahnwinkel  $\gamma = -90^\circ$ . Da die Bewegung in Richtung auf den Gleichgewichtszustand  $V_{K\infty} = 0$  erfolgt, ist die Wegwurzel für negative Gradienten als stabil einzustufen.

Untersuchen wir das in BILD 46 dargestellte Zeitverhalten von Bahngeschwindigkeit und Bahnwinkel, wobei wir uns auf den mittleren Verlauf konzentrieren und die aus der Phygoidebewegung stammenden schwingungsförmigen Verläufe der Zustandsgrößen nicht weiter diskutieren wollen, so können wir feststellen:

- Der Bahngeschwindigkeitsverlauf lässt sich gut mit Hilfe der Gl.(132) beschreiben. Der Grenzwert dieser Gleichung strebt allerdings für  $t \rightarrow \infty$  gegen Null und charakterisiert damit genaugenommen die Bahngeschwindigkeitskomponente  $u_{Kg} = \dot{X}_g$ , während der nichtlineare Verlauf von  $V_K$  erkennen lässt, dass sich die Bahngeschwindigkeit mit zunehmend steiler werdender Bahn schließlich an der Wert des *polaren Eigensinkens*

$$\dot{H}_R = V_R \sin \gamma_{aR} = V_{KR} \sin \gamma_R \quad (w_{Wg} = 0) \quad (133)$$

annähert. Auf diesen Wert war das Flugzeug vor Beginn der Scherung ursprünglich ausgetrimmt, so dass es flugphysikalisch anschaulich, wenn das Eigensinken auch im langfristigen Bewegungsverlauf erhalten bleibt.

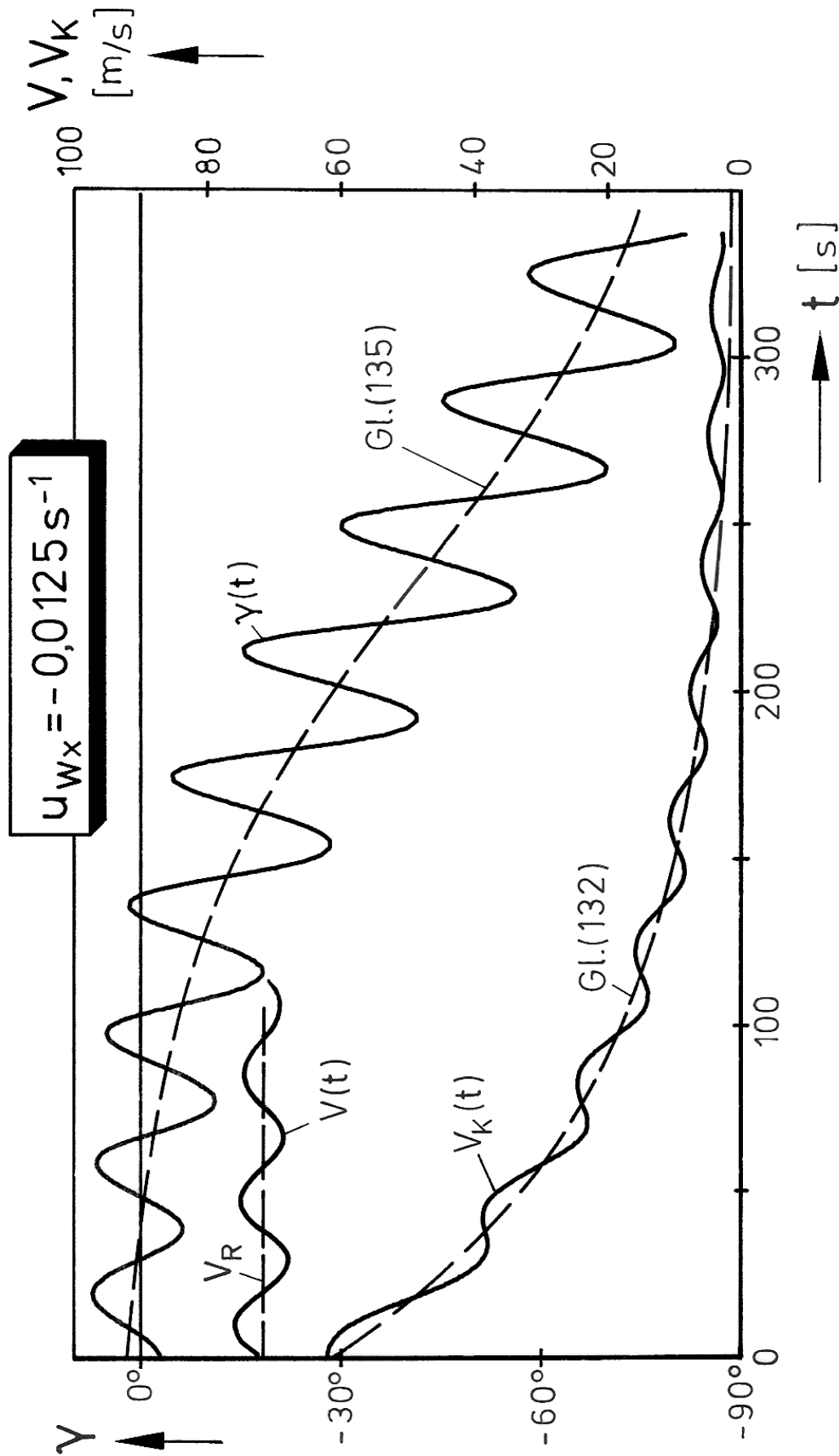


BILD 46: Zeitverläufe von Bahnwinkel, Bahngeschwindigkeit und Fluggeschwindigkeit in einer wegabhängigen Scherung des Horizontalwindes ( $u_{Wx}$ ). Aus Übersichtlichkeitsgründen ist nur ein Teil des  $V(t)$ -Verhaltens dargestellt.

- Der Bahnwinkel wird beim Einfliegen in den Scherbereich zunächst flacher und erreicht positive Werte, so dass das Flugzeug über den vorgegebenen Gleitpfad abweicht. Mit weiter andauernder  $u_{wx}$ -Scherung und abnehmender Bewegung in  $x_g$ -Richtung (BILD 47) wird die Bahn wieder steiler, und der Bahnwinkel nähert sich schließlich dem bereits oben genannten Grenzwert von  $-90^\circ$ . Aus Gl.(132) lässt sich näherungsweise durch Integration und Grenzwertbildung der nach Eintritt in die Scherung maximal in  $x_g$ -Richtung zurückzulegende Weg ermitteln:

$$x_g(t \rightarrow \infty) = -V_{KR} / u_{wx} \text{ mit } V_{K\infty} \rightarrow 0, x_0 = 0. \quad (134)$$

Dieser Grenzwert ist in BILD 47 eingetragen.

Eine näherungsweise Beschreibung des Bahnwinkelverlaufs gewinnen wir aus einer Betrachtung des Leistungsgleichgewichts für den vorliegenden Landeanflug (Anhang A6). Es ergibt sich

$$\gamma(t) = \arctan(\tan \gamma_R e^{-u_{wx} t} - V_R u_{wx} / g) \quad (135)$$

Setzen wir diesen analytischen Verlauf sowie das Zeitverhalten der Bahngeschwindigkeit nach Gl.(132) in die Gln.(66,67) ein, so erhalten wir nach Integration den in BILD 47 gestrichelt eingetragenen mittleren Bahnverlauf. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der nichtlinearen Simulation und den Näherungsrechnungen gegeben, selbst im Zeitbereich kurz nach Einflug in die Scherung. Gehen wir davon aus, dass heutige Flugregler die in den letzten Bildern zu erkennende Phygoidbewegung ohne weiteres unterdrücken können, so ist zu erwarten, dass sich bei fehlender Scherwindkompensation auch im automatischen Flug ein entsprechender mittlerer Bahnverlauf einstellt.

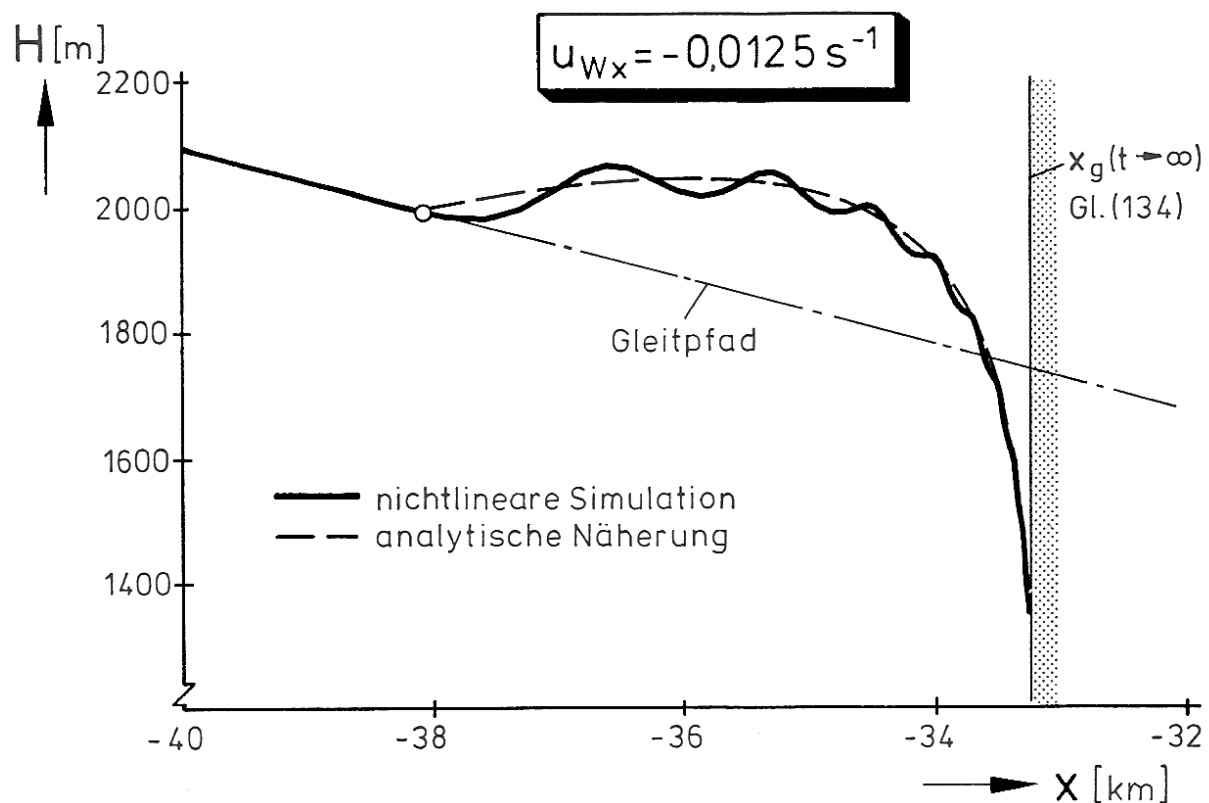


BILD 47: Bahnverlauf eines ungesteuerten Flugzeugs in einer wegbabhängigen Scherung des Horizontalwindes ( $u_{wx}$ ).

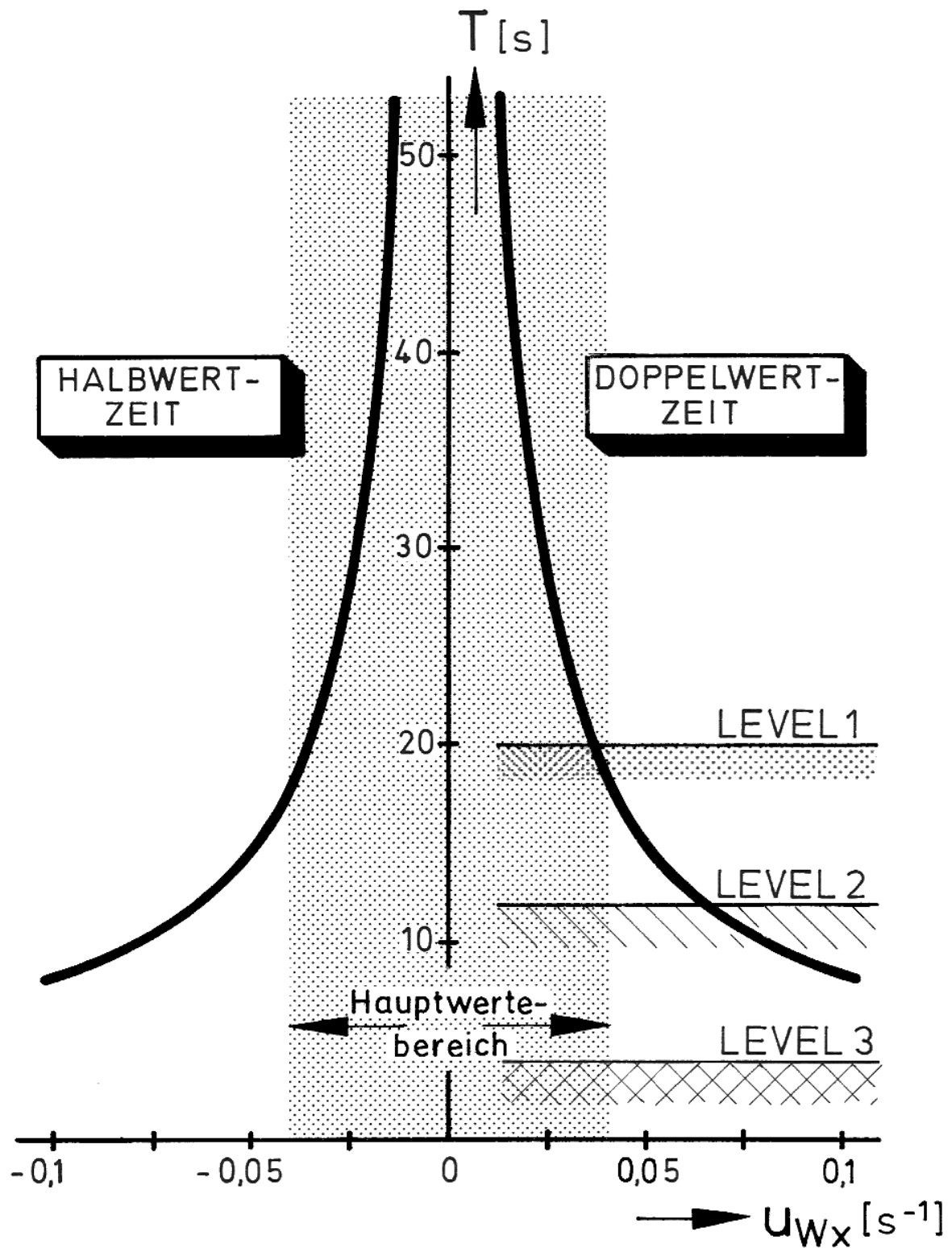


BILD 48: Halbwertszeiten und Doppelwertzeiten der aperiodischen Wegwurzel als Funktion eines wegabhängigen Horizontalwindes ( $u_{Wx}$ ).

Die eingetragenen Flugeigenschaftsforderungen entsprechen den Kriterien für Spiralstabilität nach [104].

Wie wir den Gln. (132) und (135) entnehmen können, hängt die Größe der Bahnabweichungen außer von dem Gradienten  $u_{wx}$  nur noch von der Fluggeschwindigkeit  $V_R$  und in geringem Maße vom Referenzbahnwinkel  $\gamma_R$  ab: Je größer die Fluggeschwindigkeit gewählt wird, umso größere Bahnabweichungen sind zu erwarten.

Die aperiodische Veränderung der Bahngeschwindigkeit lässt sich im Hauptwertebereich von  $u_{wx}$  als langsamer Vorgang charakterisieren, der mit dem in BILD 48 dargestellten Halbwerts- bzw. Doppelwertzeiten abläuft. Es liegt nahe, die aperiodische Wurzel mit der statischen Stabilität des Flugzeugs in Zusammenhang zu bringen, ähnlich den Überlegungen in [103]. Wie jedoch der Fahrtverlauf in BILD 45 bzw. BILD 46 zeigt, ist die statische Geschwindigkeitsstabilität weiterhin vorhanden, zumindest bei der aerodynamischen Anströmgeschwindigkeit, der für das Kräftegleichgewicht maßgeblichen Größe. Andererseits hängt das stationäre Gleichgewicht der Kräfte nicht von der Bahngeschwindigkeit  $V_K$  ab, so dass mit anwachsendem bzw. abnehmendem Horizontalwind ein unterschiedliches dynamisches Verhalten von Fluggeschwindigkeit und Bahngeschwindigkeit möglich wird, wie es in BILD 45 und BILD 46 zum Ausdruck kommt.

Neben der Auswirkung auf die Wegwurzel hat der  $u_{wx}$ -Gradient auch Einfluss auf die Lage der Phygoidwurzeln. In BILD 43 ist ein hyperbelförmiger Verlauf der Wurzeln der langsamen Bahnschwingung in der GAUSSschen Zahlenebene zu erkennen, wobei im wesentlichen die Dämpfung der Phygoide verändert wird. Dabei kann das System sogar entdämpft werden, allerdings beim vorliegenden Beispielflugzeug erst bei den bereits recht ungewöhnlichen Gradientenwerten von  $u_{wx} < -0.03 \text{ s}^{-1}$ . Auf die Parameterabhängigkeit dieses Zahlenwertes wird im folgenden noch eingegangen.

Wenden wir die Näherungslösung Gl.(128) auf das charakteristische Polynom in der Schreibweise nach Gl.(126) an, so können wir für die Phygoidwurzeln den Näherungsansatz ermitteln:

$$s^2 + s(u_{wx} - X_V - Z_\gamma) + (X_V Z_\gamma - Z_V X_\gamma) + u_{wx}(u_{wx} + X_V - Z_\gamma) = 0. \quad (136)$$

Daraus erhalten wir für die vom Windeinfluss veränderte Phygoide:

$$\text{die Abklingkonstante} \quad \delta_{ph} = \delta_R + 0.5 u_{wx}, \quad (137)$$

$$\text{die Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung} \quad \omega_{0ph}^2 = \omega_{0R}^2 + u_{wx}(u_{wx} + X_V - Z_\gamma) \quad (138)$$

mit der Abklingkonstanten  $\delta_R$  und der Kreisfrequenz  $\omega_{0R}$  der zugehörigen ungedämpften Schwingung ohne Windeinfluss.

Die Abklingkonstante  $\delta_{ph}$  (Realteil der Phygoidwurzel) ist linear von  $u_{wx}$  abhängig, wobei der Gradientenanteil in Gl.(137) den Anteil  $\delta_R$  der ursprünglichen Phygoiddämpfung übertreffen kann. Als Grenzwert für das Erreichen der *absoluten Stabilitätsgrenze* ( $\delta_{ph} = 0$ ) ermitteln wir aus Gl.(137) den Gradienten:

$$u_{wx,grenz} = X_V + Z_\gamma = 2 \delta_R (\delta_{ph} = 0). \quad (139)$$



Der Gl.(122) entnehmen wir, dass das Derivat  $X_v$  im wesentlichen vom aerodynamischen Referenzzustand bestimmt wird ( $\sim V$ ,  $C_A$ ,  $C_W$ ), während das Derivat  $Z_\gamma$  (Anhang A5) dem Bahnwinkel und der Bahngeschwindigkeit proportional ist. Durch eine höhere Fluggeschwindigkeit  $V$  bzw. einen größeren Widerstandsbeiwert  $C_W$  lässt sich der Gradientenwert  $u_{Wx}$ , für den die Phygoide entdämpft wird, zu höheren Absolutwerten verschieben. Für das Beispielflugzeug ergibt sich ein Wert von  $u_{Wx, \text{grenz}} = -0.04 \text{ s}^{-1}$ . Dieser Näherungswert liefert ein brauchbares Maß für die Abschätzung der Gradienteneinflüsse.

Der hyperbelähnliche Verlauf der Wurzelorte der Phygoide lässt sich mit Hilfe der Gleichung für die Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung erklären. Ersetzen wir unter Benutzung von Gl.(137) den Windgradienten  $u_{Wx}$  in Gl.(138) und dividieren durch  $\omega_{0R}^2$ , so erhalten wir nach Umordnen die Gleichung einer Hyperbel:

$$\frac{\omega_{0Ph}^2}{\omega_{0R}^2} = \frac{4 (\delta_{Ph} - \delta_R)^2 + 2 (\delta_{Ph} - \delta_R) (X_V - Z_\gamma)}{\omega_{0R}^2} = 1 \quad (140)$$

Im oben angegebenen Hauptwertebereich ist der Einfluss des Windgradienten  $u_{Wx}$  gegenüber dem Anteil der ursprünglichen Phygoidfrequenz ohne Wind von untergeordneter Bedeutung.

Zur Beurteilung der Flugeigenschaften, die aus dem veränderten dynamischen Bewegungsverhalten des Flugzeugs erwachsen, ziehen wir, wie in Abschnitt 4.3 bereits angedeutet wurde, die Spezifikation [104] heran. Für Flugzeuge der Größenklasse III (Schwere Transportflugzeuge/Frachtflugzeuge u.ä.) gelten im Hinblick auf die Längsstabilität die folgenden Bedingungen:

Flugzeuge mit dynamisch instabiler Phygoide (Realteil  $\delta_{Ph} > 0$ ) werden in gewissen Grenzen als fliegar bezeichnet, wobei allerdings Pilotenkommentare gegeben werden wie:

*„Das Flugzeug verlangt ständige Aufmerksamkeit...“, „...ist schwierig zu trimmen“.*

Die **MIL-Flugeigenschaftsforderungen** spezifizieren für bemannte Flugzeuge folgende Flugeigenschaftsstufen:

**a) LEVEL 1** (uneingeschränkte Flugeigenschaften zur vollständigen Erfüllung der Flugmission):

$$\text{Dämpfungsgrad } D = \frac{\delta}{\omega_0} < -0.04 \text{ s}^{-1}; \quad (141)$$

**b) LEVEL 2** (angemessene Flugeigenschaften zur Erfüllung der Flugaufgabe, jedoch erhöhte Pilotenbelastung oder schlechtere Aufgabenerfüllung oder beides):

$$\text{Dämpfungsgrad } D < 0; \quad (142)$$

**c) LEVEL 3** (ausreichende Flugeigenschaften zur sicheren Beherrschung des Flugzeugs, jedoch außergewöhnliche Pilotenbelastung oder nicht ausreichende Erfüllung der Flugaufgabe):

$$\text{Doppelwertzeit der Phygoidealituden: } T_2 = \frac{\ln 2}{\delta_{Ph}} > 55 \text{ s}. \quad (143)$$

Diese in BILD 48 eingezeichneten Mindestanforderungen wurden aus Flugversuchen mit einem Flugzeug vom Typ T-33 mit variabler Stabilität ermittelt. Sie werden in [105] als konservative Grenzen bezeichnet, so dass sie auch auf Flugzeuge anderer Größenklassen und, wie in der vorliegenden Untersuchung, auf Verkehrsflugzeuge übertragen werden können. BILD 48 ist zu entnehmen, dass wegabhängige Rückenwindscherungen zwar zu Flugeigenschaften führen können, die eine erhöhte Belastung des Piloten mit sich bringen, dass sie jedoch keine unüberwindbare Behinderung des Flugbetriebs darstellen. Allerdings erfordern Gradienten des Horizontalwindes von  $u_{wx} < -0.03 \text{ s}^{-1}$  die volle Aufmerksamkeit des Piloten und sollten nur in Ausnahmesituationen durchflogen werden.

Hinsichtlich der statischen Geschwindigkeitsstabilität findet sich in [104] für die Fluggeschwindigkeit  $V$  die Forderung:

*„Die Fluggeschwindigkeit soll keine Tendenz zu aperiodischer Divergenz aufweisen, wenn das Flugzeug mit festgehaltenen oder mit freien Steuerorganen durch eine Störung aus dem ausgetrimmten Zustand gebracht wird.“*

Setzen wir voraus, dass das Flugzeug vor dem Einflug in den Scherbereich diese Bedingung erfüllt, so ist auch beim Auftreten positiver  $u_{wx}$ -Gradienten weiterhin die statische Stabilität der Fluggeschwindigkeit vorhanden, während gleichzeitig die Bahngeschwindigkeit aperiodisch divergiert. Diese Änderung einer Flugzustandsgröße, die aufgrund einer Windänderung entsteht, wurde in [104] nicht untersucht, so dass keine diesbezüglichen Flugeigenschaftsforderungen existieren. Der Pilot kann die zunehmenden Bahngeschwindigkeits-Abweichungen im übrigen nur feststellen, wenn er entweder über ein Instrument verfügt, das die Übergrundgeschwindigkeit direkt anzeigt, oder wenn er auf vorgegebenem und korrekt eingehaltenem Gleitpfad die Sinkgeschwindigkeit beobachtet, die ein Maß für die Bahngeschwindigkeit ist. Da zu beachten ist, dass bestimmte, konstruktiv bedingte Maximalwerte der Sinkgeschwindigkeit nicht überschritten werden dürfen, ist das Auftreten einer aperiodischen Divergenz der Bahngeschwindigkeit nicht risikolos (vgl. Abschnitt 6.4).

Divergente, „schleichende“ Zustandsgrößenverläufe werden besonders dann zu einer Gefahr für die Flugsicherheit, wenn die Aufmerksamkeit des Piloten durch andere Anforderungen und Aufgaben stark beansprucht wird (z.B. Schlechtwetteranflug bei starker Turbulenz, Übergang vom Instrumenten- zum Sichtflug bei tiefhängenden Wolken/Niederschlag/Nebel im letzten Teil des Landeanflugs usw.). In [104] finden wir für die Flugzeug-Längsbewegung kein angemessenes Kriterium, dass auf das vorliegende divergente Verhalten der Bahngeschwindigkeit anwendbar ist. Für die *Spiralbewegung*, ein aperiodisches Bewegungsverhalten der Flugzeug-Seitenbewegung, bestehen hingegen Forderungen, die unter großem Vorbehalt möglicherweise auch auf unser Problem übertragen werden können (letztlich bedarf es hier weiterer Untersuchungen, z.B. in Flugbewegungssimulatoren unter Einbeziehung von Piloten).

Die Forderungen, die für die Spiralstabilität erhoben werden, dienen dem Ziel, zu gewährleisten, dass das Flugzeug nicht zu schnell einen Querneigungswinkel aufbaut, wenn der Pilot abgelenkt ist. In manchen Situationen, speziell im Flughafen-Nahbereich, kann der Pilot der Führung des Flugzeugs nicht seine volle Achtsamkeit widmen, weil er z.B. Karten lesen, Navigationsprobleme lösen, Funkverkehr ausführen oder vielfältige andere Aufgaben erfüllen muss. Das wird ihm jedoch nahezu unmöglich gemacht, wenn die Querneigung des Flugzeugs jedesmal zu divergieren beginnt, sobald er seine Aufmerksamkeit abwendet.

Gehen wir davon aus, dass im Landeanflug bezüglich der Sinkgeschwindigkeit, die wie oben gesagt der Bahngeschwindigkeit proportional ist, eine vergleichbare Situation für den Piloten besteht, so erhalten wir aus [104] für die zulässigen Doppelwertzeiten der aperiodischen Bewegung die Minimalwerte:

	LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
Mittelschwere und schwere Flugzeuge (Klasse II & III)	20 s	12 s	4 s

*TABELLE 2: Flugeigenschaftsforderungen für aperiodische Eigenwerte.*

Diese Anforderungen sind in BILD 48 eingetragen. Auf eine weitergehende Bewertung der Gefährdung, die aus einem Unterschreiten der in TABELLE 2 angegebenen Werte entstehen könnte, sei hier wegen der obengenannten Bedenken verzichtet.

Anzumerken ist jedoch, dass die heutigen Verkehrsflugzeuge in zunehmendem Maße über Warnanzeigen verfügen, die ein Überschreiten der zulässigen Sinkgeschwindigkeit akustisch signalisieren und dadurch den Piloten von Überwachungsaufgaben entlasten.

### 6.2.2. Einfluss des Gradienten $u_{Wz}$ .

Der Gradient  $u_{Wz}$  beschreibt die Änderung des Horizontalwindes mit der Höhe,  $\partial u_W / \partial z$ . Er führt nur dann zu einer veränderlichen  $u_{Wg}$ -Komponente, wenn das Flugzeug mit einem Bahnwinkel  $\gamma \neq 0$  fliegt. In der Natur ist dieser Gradient zu beobachten, wenn vertikal geschichtete Luftschichten mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten vorhanden sind, wie z.B. bei Inversionen und Gewitterausflüssen (vgl. Abschnitte 2.3.3 und 2.3.5).

Der höhenabhängige Gradient des Horizontalwindes wird im Bereich

$$-1.0 < u_{Wz} < +1.0 \text{ s}^{-1}$$

variiert. Bisherige Messungen lassen darauf schließen, dass in der Natur mit Windscherungen der Größenordnung

$$-0.5 < u_{Wz} < +0.5 \text{ s}^{-1}$$

gerechnet werden muss. Es sei angemerkt, dass aus Windmessungen an Bord von Flugzeugen in der Regel nicht unterschieden werden kann, ob es sich bei einer zeitlichen Änderung z.B. des Horizontalwindes um eine höhen- oder wegabhängige Scherung handelt, wenn das Flugzeug mit einem Bahnwinkel  $\gamma \neq 0$  fliegt. Nach Gl.(70) lässt sich ermitteln, wenn man jeweils nur einen Gradienten zulässt:

$$u_{Wx} = \dot{u}_{Wg} / (u_{Kk} \cos \gamma) \quad \text{für } u_{Wz} \equiv 0 \quad (144)$$

bzw.

$$u_{Wz} = \dot{u}_{Wg} / (u_{Kk} \sin \gamma) \quad \text{für } u_{Wx} \equiv 0. \quad (145)$$

Hieraus ergibt sich die mathematische Gleichwertigkeit

$$u_{Wz} = u_{Wx} \cot \gamma, \quad (146)$$

die quantitativ zu denselben zeitlichen Windänderungen führt. In ihrer Wirkung auf den dynamischen Flugbahnverlauf unterscheiden sich jedoch die weg- und höhenabhängigen Gradienten deutlich.

BILD 41 gibt die Wurzelorte der Phygoide als Funktion des Parameters  $u_{Wz}$  wieder. Es wird in erster Linie die Frequenz der langsamen Bahnschwingung beeinflusst. Gegenwindscherungen ( $u_{Wz} < 0$ ) vergrößern die Frequenz und können bei Werten kleiner  $-0.4 \text{ s}^{-1}$  zu einer dynamisch instabilen Phygoide führen. Bei Rückenwindscherungen ( $u_{Wz} > 0$ ) verkleinert sich die Frequenz der Phygoide bis zum aperiodischen Fall. Die ursprünglich vorhandene Bahnschwingungslösung zerfällt in zwei reelle Pole: in einen stark gedämpften Pol und eine Wurzel, die mit zunehmender Entdämpfung aperiodisch instabil werden kann.

Kap.6: Untersuchung des Scherwindinflusses auf die Stabilität

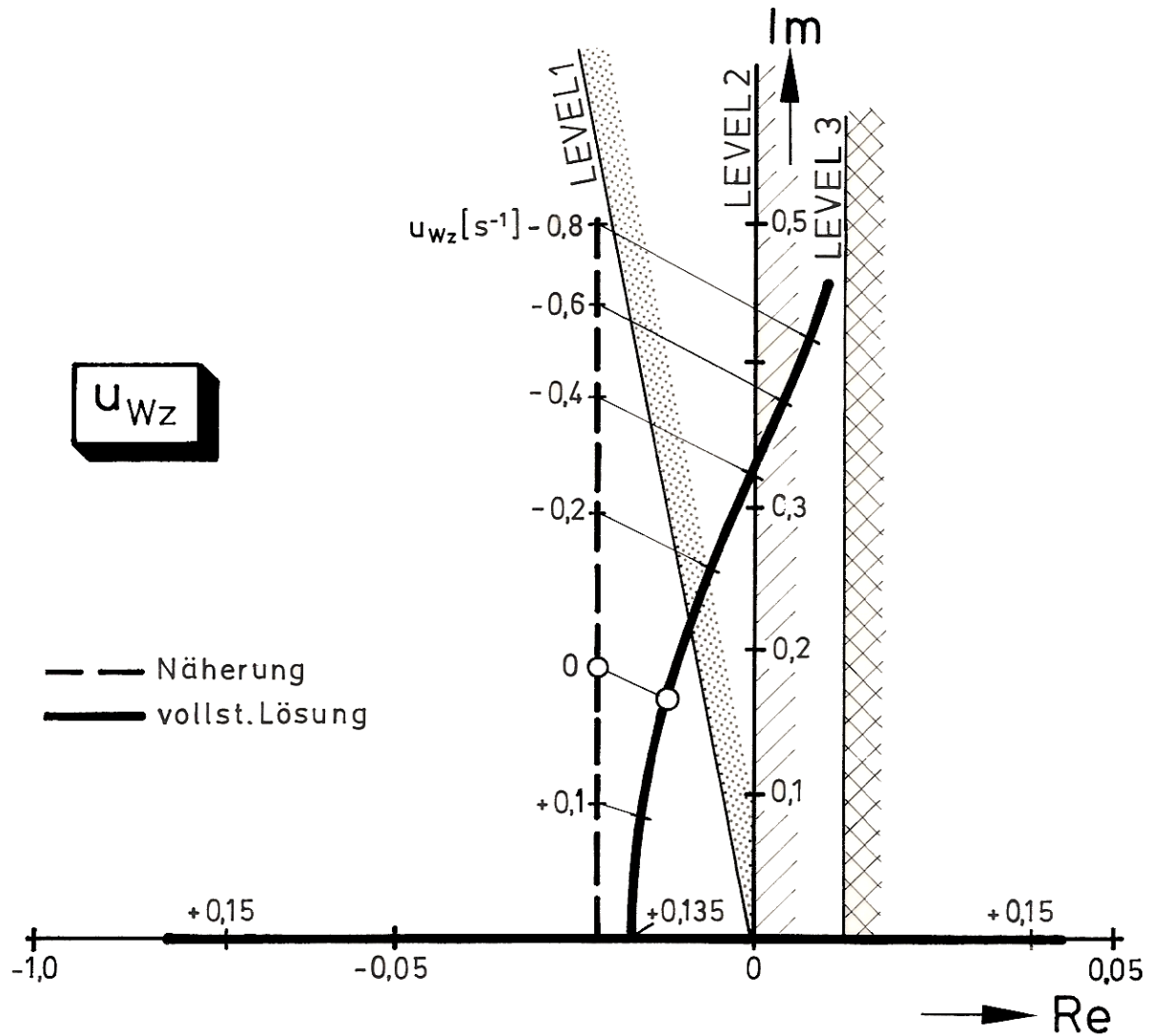


BILD 49: Verlauf der Wurzelorte der Phygoide in Abhängigkeit vom Gradienten  $u_{wz}$  einer höhenabhängigen Scherung des Horizontalwindes.  
Eine Erläuterung der eingetragenen Flugeigenschafts-LEVEL ist auf S.100 zu finden.

Für das charakteristische Polynom erhalten wir unter Vernachlässigung der Anstellwinkelschwingung den Ausdruck:

$$s^2 + s (X_V - Z_\gamma) + (X_V Z_\gamma - Z_V X_\gamma) + u_{Wz} (Z_V V_R + X_V \gamma_R) = 0 . \quad (136)$$

Die Wurzeln dieser Näherungsbeziehung sind in BILD 49 angegeben. Wir stellen fest, dass der Realteil der Phygoidwurzeln (Abklingkonstante  $\sim \delta_{Ph}$ ) unbeeinflusst von einem Gradienten  $u_{Wz}$  bleibt, dass jedoch die Frequenz der langsamen Bahnschwingung stark verändert wird.

Aus Gl.(147) gewinnen wir:

$$\text{die Lösungen} \quad s_{1,2} = \delta_R \pm \sqrt{\delta_R^2 - \omega_{0R}^2 + u_{Wz} (Z_V V_R + X_V \gamma_R)} , \quad (148)$$

$$\text{die Abklingkonstante} \quad \delta_{Ph} = \delta_R + 0.5 (X_V + Z_\gamma) , \quad (149)$$

$$\begin{aligned} \text{die Kreisfrequenz} \\ \text{der ungedämpften Schwingung} \quad \omega_{0Ph}^2 = \omega_{0R}^2 + u_{Wz} (Z_V V_R + X_V \gamma_R) . \end{aligned} \quad (150)$$

Zur Vereinfachung können wir folgende Annahmen treffen [97]:

$$\omega_{0R}^2 = 2 g^2 / V_R^2 , \quad (151)$$

$$Z_V = 2 g / V_R^2 , \quad (152)$$

$$X_V \gamma_R = 0 . \quad (153)$$

Gl.(148) liefert konjugiert komplexe Lösungen, solange der Radikand kleiner als Null ist. Als Grenzwert für das Auftreten aperiodischer Lösungen erhalten wir:

$$u_{Wz,aper.} = \frac{4 \omega_{0R}^2 - (X_V + Z_\gamma)^2}{4 (Z_V V_R + X_V \gamma_R)} . \quad (154)$$

Unter Verwendung der Gln.(151-153) lässt sich Gl.(148) auch schreiben als:

$$s_{1,2} \approx \delta_R \pm \sqrt{\delta_R^2 - (2 g^2 / V_R^2) \cdot (1 - u_{Wz} V_R / g)} . \quad (155)$$

Als Grenzwert für das Auftreten einer aperiodisch entdämpften Wurzel ( $s_1 \geq 0$ ) lässt sich ermitteln:

$$u_{Wz,grenz} = g / V_R . \quad (156)$$

Für das verwendete Beispielflugzeug ergeben sich aus den Gln.(154,156) für den Landeanflug die Zahlenwerte:

$$u_{Wz,aper.} = 0.135 \text{ s}^{-1} ,$$

$$u_{Wz,grenz} = 0.136 \text{ s}^{-1} .$$

Die Eigenwerte der Flugzeug-Längsbewegung sind im Bereich positiver  $u_{Wz}$ -Werte offensichtlich sehr parameterempfindlich. Mit Hilfe der Näherungsbeziehungen lassen sich die kritischen Parameterwerte jedoch mit sehr guter Genauigkeit bestimmen. Einzige Einflussgröße ist die Fluggeschwindigkeit  $V_R$ .

Der kritische Gradient für das Auftreten einer aperiodisch entdämpften Lösung (Gl.(156)) ist umgekehrt proportional zur Referenz-Fluggeschwindigkeit (BILD 50). Wegen der geringeren Fahrt im Landeanflug können Leichtflugzeuge im Vergleich zu Verkehrsflugzeugen nahezu doppelt so starke Horizontalwindscherungen ertragen, ohne dass ein Eigenwert instabil wird. Aus diesem Zusammenhang ließe sich auf den ersten Blick eine Maßnahme ableiten, die bei einer erwarteten höhenabhängigen Scherung des Horizontalwindes die Flugsicherheit verbessert: ein Herabsetzen der Anfluggeschwindigkeit. Dieser Überlegung stehen jedoch andere Sicherheitskriterien im Landeanflug entgegen.

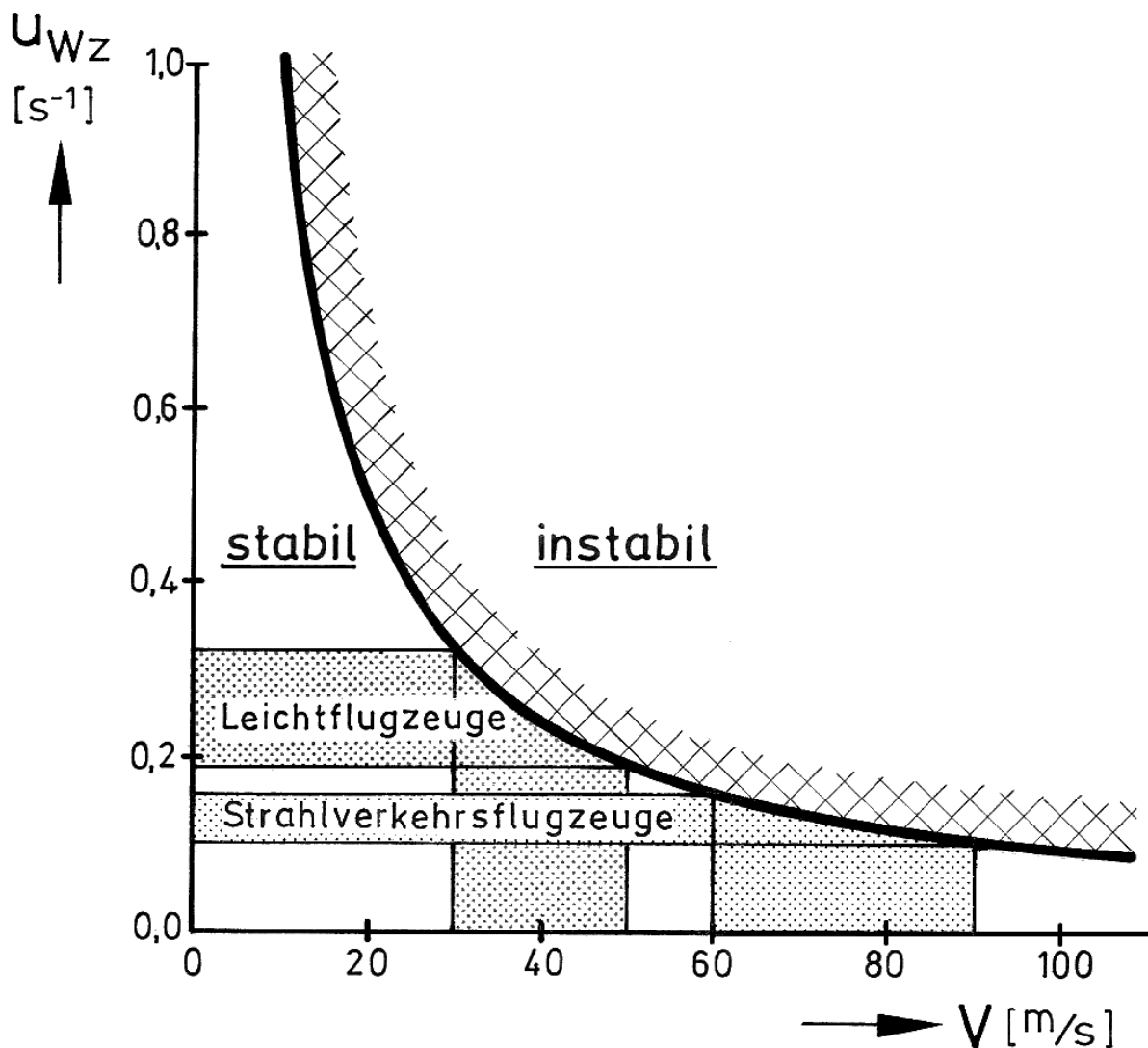


BILD 50: Grenzwert des Gradienten  $u_{Wz}$  als Funktion der Fluggeschwindigkeit  $V$ .  
Gradienten größer als  $u_{Wz,\text{grenz}}$  führen zu einem aperiodisch instabilen Verhalten.

Da die Darstellung der aperiodischen Eigenwerte in der GAUSSschen Zahlenebene wenig anschaulich ist, wird die in BILD 51 gezeigte Form gewählt, die die beiden reellen Wurzeln als Funktion des Windgradienten  $u_{Wz}$  wiedergibt (Ergebnisse der Näherungsbeziehung (148) sowie der Stabilitätsberechnung unter Einbeziehung der Momentengleichung (bezeichnet mit „vollst. Lösung“)). Die in den Gln.(148,155) angegebene Proportionalität der Eigenwerte zu  $u_{Wz}$  ist im Funktionsverlauf deutlich zu erkennen. Die Halbwert- bzw. Doppelwertzeiten der aperiodischen Eigenwerte lassen sich BILD 52 entnehmen, ebenso die Schwingungszeiten der Phygoidbewegung für Gradienten  $u_{Wz} < u_{Wz,aper.}$  und die Zeiten für die Verdoppelung der Phygoidamplitude beim Auftreten aufklingender Bahnschwingungen ( $u_{Wz} < -0.45 \text{ s}^{-1}$ ). Da die Näherungsbeziehungen (148,149) keine Abhängigkeit der Abklingkonstanten von  $u_{Wz}$  liefern, lässt sich der zugehörige Gradient für den Übergang zu konjugiert komplexen Phygoidwurzeln mit positivem Realteil nur unter Verwendung des vollständigen linearisierten Differentialgleichungssystems ermitteln (siehe oben).

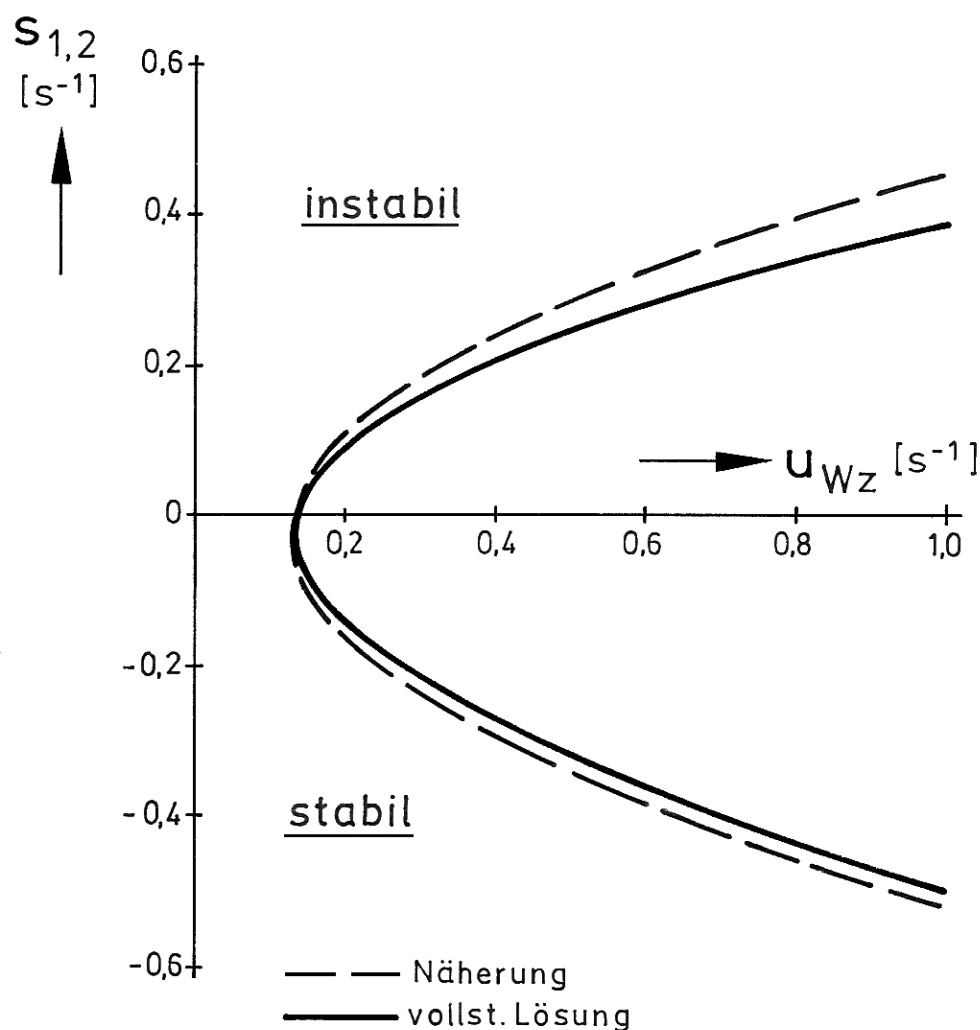


BILD 51: Verlauf der aperiodischen Eigenwerte für  $u_{Wz} > u_{Wz,aper.}$

Als Vergleich zu den Schwingungszeiten der Phygoide, die mit Hilfe der linearisierten Bewegungsgleichungen bestimmt wurden, sind in BILD 52 ergänzend die aus nichtlinearen Simulationsrechnungen stammenden Schwingungsdauern angegeben. Es zeigt sich, dass die linearisierten Betrachtungen hervorragend die charakteristischen Werte des nichtlinearen Systems wiedergeben, wobei relative Fehler von 2-3 % zu verzeichnen sind.



Kap.6: Untersuchung des Scherwindinflusses auf die Stabilität

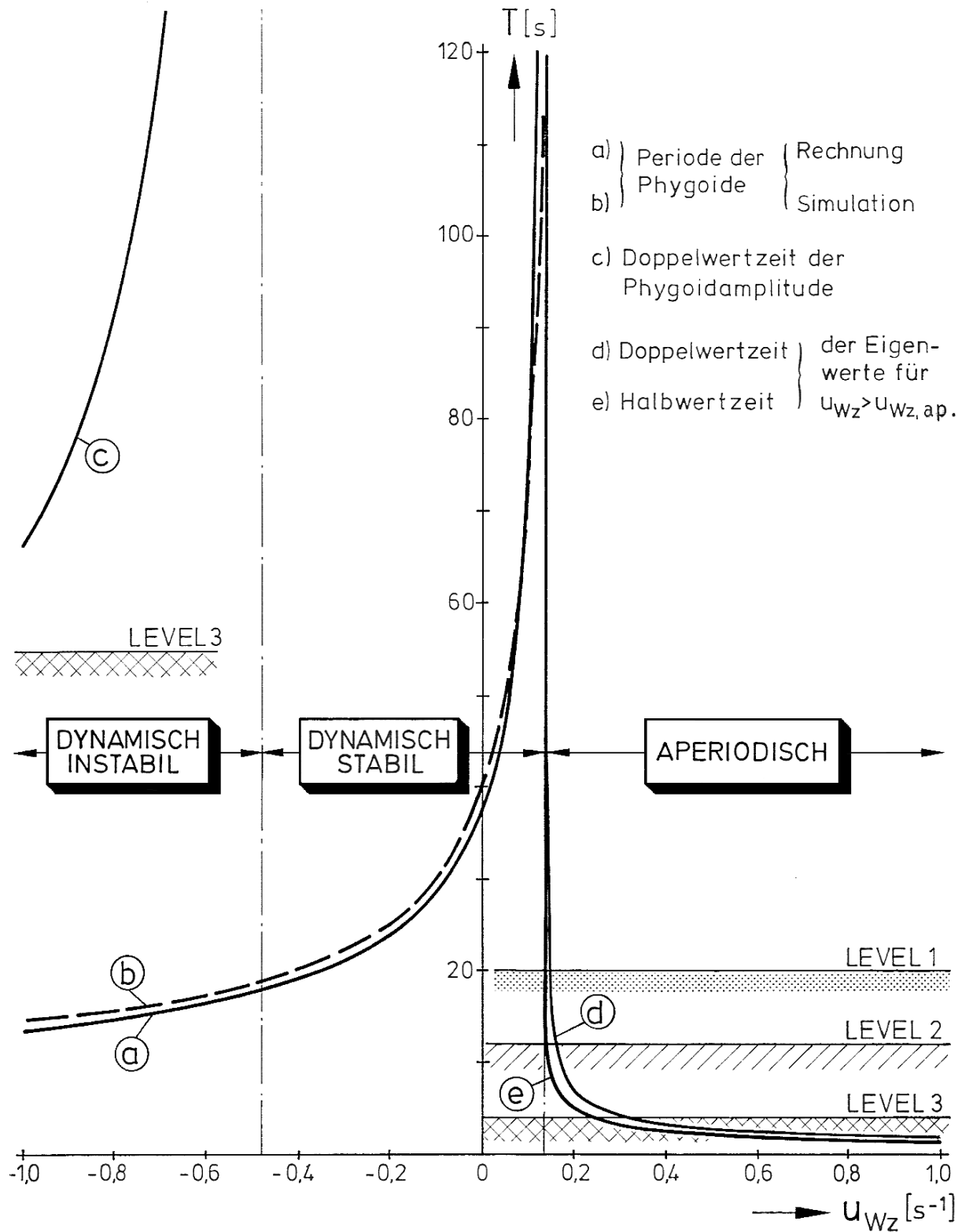


BILD 52: Zusammenstellung der charakteristischen Zeiten der Eigenwerte unter dem Einfluss eines  $u_{WZ}$ -Gradienten.

Referenzzustand:  $V_R = 70 \text{ m/s}$ ,  $\gamma_R = -3^\circ$ .

Im Bereich negativer  $u_{Wz}$ -Gradienten (Gegenwindscherung entsprechend Abschnitt 4.3a) ist die Schwingungsdauer  $T_{Ph}$  der Phygoide kleiner als im Fall ohne Windeinfluss, während sie mit anwachsenden positiven Gradienten des Wertebereichs  $0 < u_{Wz} < u_{Wz,aper.}$  (Rückenwindscherung entsprechend Abschnitt 4.3b) sehr schnell gegen große Werte strebt und vom Piloten dann nicht mehr als Schwingung, sondern in zunehmendem Maße als *nicht ausgetrimmter Zustand* wahrgenommen wird. Ist der Gradient  $u_{Wz}$  der Rückenwindscherung größer als der Gradient  $u_{Wz,aper.}$ , so weisen die beiden aperiodischen Wurzeln Werte für Halbwert- bzw. Doppelwertzeiten auf, die nahezu dieselbe Größenordnung haben und mit anwachsendem  $u_{Wz}$  sehr kleine Zeiten ergeben.

Wegen seiner großen Dämpfung ist dabei der aperiodisch stabile Eigenwert für den gesamten Bewegungsablauf unerheblich, da er innerhalb kurzer Zeit stationäre Zustände liefert.

Demgegenüber wirkt sich die aperiodisch entdämpfte Wurzel unangenehm auf die Flugeigenschaften des Flugzeugs aus. Verwenden wir für die Beurteilung der Flugeigenschaften wiederum wie im Abschnitt 6.2.1 die zulässigen Minimalwerte für die Doppelwertzeiten einer aperiodisch instabilen Spiralbewegung [104] (TABELLE 2) und übertragen sie auf unser Problem, so erhalten wir folgende Grenzwerte:

	LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
Doppelwertzeiten	20 s	12 s	4 s
Gradient $u_{Wz}$	$0.149 \text{ s}^{-1}$	$0.163 \text{ s}^{-1}$	$0.303 \text{ s}^{-1}$

TABELLE 3: Grenzwerte für Rückenwindscherungen zur Erfüllung der Flugeigenschaftsforderungen entsprechend [104].

Der Gradient  $u_{Wz}$  führt demnach in den zu erwartenden Hauptwertebereich, der eingangs bis zu Werten von  $u_{Wz} = +0.5 \text{ s}^{-1}$  angegeben war, zu divergierenden Bewegungen, die vom Piloten nur im äußersten Notfall und mit außergewöhnlichem Aufwand zu beherrschen sind. Zwar sind nach den Ausführungen in [105] aperiodisch divergente Bewegungen mit Doppelwertzeiten von 2-4 s vom Piloten zu kontrollieren. Dies setzt allerdings voraus, dass der Pilot sich ausschließlich auf die Kontrolle des Flugzustandes konzentriert.

Im Landeanflug ist jedoch die Pilotenbelastung aufgrund der zahlreichen erforderlichen Aktivitäten von vornherein hoch. Zitat aus [105]:

*„Es ist daher vollkommen zu verstehen, dass Piloten ein Flugzeug mit einer starken (Spiral-) Divergenz als vortrefflich fliegbar, jedoch völlig unannehmbar bezeichnen.“*

Zur Beurteilung der Flugeigenschaften beim Auftreten negativer  $u_{Wz}$ -Gradienten sind in BILD 52 die Kriterien entsprechend [104] eingetragen, vgl. Abschnitt 6.2.1.

Es ergeben sich die Grenzwerte:

	LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
Gradient $u_{Wz}$	$-0.1 \text{ s}^{-1}$	$-0.45 \text{ s}^{-1}$	$-1.2 \text{ s}^{-1}$

TABELLE 4: Grenzwerte für Gegenwindscherungen zur Erfüllung der Flugeigenschaftsforderungen entsprechend [104].

Gegenwindscherungen sind nach diesen Kriterien selbst bei großen negativen Werten von  $u_{Wz}$  erträglich. Zudem führt eine Gegenwindscherung zu einer Vergrößerung der Anströmgeschwindigkeit und in der Folge zu einem Überschießen des ursprünglichen Gleitpfades. Bei zu großen Abweichungen von der vorgesehenen Flugbahn lässt sich ohne weiteres ein Durchstartmanöver durchführen.

Aus digitalen Simulationsrechnungen unter Verwendung der nichtlinearen Differentialgleichungen der Flugzeug-Längsbewegung lassen sich die Zeitverläufe z.B. für die Geschwindigkeiten und Winkel bestimmen. Für zeitlich unbegrenzt wirkende, höhenabhängige Gegenwindscherungen ( $u_{Wz} < 0$ ) lässt sich im Bereich dynamisch stabiler Phygoidschwingungen die Aussage gewinnen, dass sich der durch  $V$  und  $\gamma_a$  charakterisierte aerodynamische Referenzzustand, über längere Zeiträume betrachtet, nach anfänglicher Störung nahezu richtig wieder einstellt:

$$V, \gamma_a \approx \text{const.} = \bar{V}, \bar{\gamma}_a$$

$$\text{bzw.} \quad \dot{V}, \dot{\gamma}_a \rightarrow 0 \text{ für } t \rightarrow \infty \quad (\text{Langzeitverhalten}). \quad (157)$$

Berücksichtigen wir diesen Zusammenhang in Gl.(62), so erhalten wir die Näherungsbeziehung für das Langzeit-Bewegungsverhalten:

$$\dot{u}_{Kk}(t) = \dot{u}_{Wg} \cos \gamma - u_{Wz} \dot{Z}_g, \quad (158)$$

Ersetzen wir in dieser Gleichung die Höhenänderung  $\dot{Z}_g$  nicht entsprechend Gl.(67), sondern mit Hilfe der ebenfalls gültigen Beziehung (vgl. BILD 29):

$$\dot{Z}_g = -u_{Kk} \sin \gamma = -V \sin \gamma_a - w_{Wg}, \quad (159)$$

so ergibt sich mit  $w_{Wg} = 0$  aus Gl.(158) die während der Bewegung wirkende, nahezu konstante Bahnbeschleunigung

$$\dot{u}_{Kk}(t) = -u_{Wz} \bar{V} \sin \bar{\gamma}_a \approx \text{const.}, \quad (160)$$

Damit lässt sich die Bewegung mit guter Genauigkeit als gleichmäßig beschleunigter Vorgang beschreiben mit dem Bahngeschwindigkeitsverlauf

$$u_{Kk}(t) = u_{Kk,R} - u_{Wz} \bar{V} \sin \bar{\gamma}_a t = V_K(t). \quad (161)$$

Für den zeitlichen Verlauf des Bahnwinkels lässt sich aus Gl.(159) unter Verwendung von Gl.(161) ermitteln:

$$\gamma(t) = \frac{1}{(u_{Kk,R} / \bar{V} \sin \bar{\gamma}_a) - u_{Wz} t}. \quad (162)$$

Die Bahngeschwindigkeit nimmt entsprechend Gl.(161) linear mit der Zeit ab und erreicht bei

$$t_N = u_{Kk,R} / (u_{Wz} \bar{V} \sin \bar{\gamma}_a) \quad (163)$$

theoretisch den Wert Null. Da jedoch zu diesem Zeitpunkt der Bahnwinkel nach Gl.(162) eine Unendlichkeitsstelle hat, darf die Näherungsbeziehung (160) in diesem Bereich nicht mehr angewendet werden.

Die digitale nichtlineare Simulationsrechnung zeigt, dass das Flugzeug zum Zeitpunkt  $t_N$  ein Bahngeschwindigkeitsminimum  $u_{Kk}(t_N) \neq 0$  erreicht, wobei der Bahnwinkel  $\gamma$  seinen Wert um fast  $180^\circ$  ändert, so dass das Flugzeug anschließend mit wieder zunehmender Bahngeschwindigkeit weiterhin abwärts, aber rückwärts fliegt (BILD 53). Das Minimum der Bahngeschwindigkeit entspricht erwartungsgemäß dem Eigensinken, dass sich nach Gl.(159) für  $w_{Wg} = 0$  berechnen lässt.

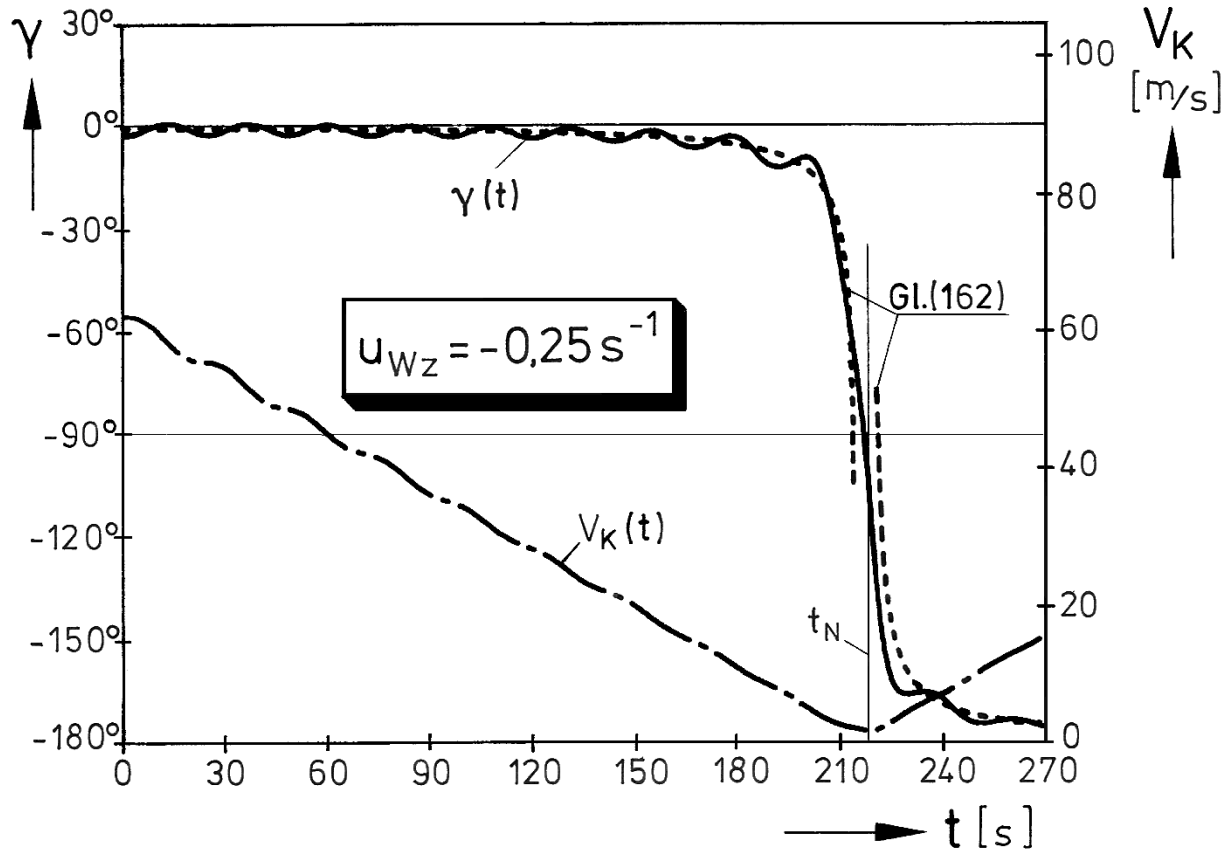


BILD 53: Zeitlicher Verlauf von Bahnwinkel  $\gamma$  und Bahngeschwindigkeit  $V_K$  in einer höhenabhängigen Horizontalwindscherung (Gegenwindscherung).

Zum Vergleich ist neben dem nichtlinear simulierten Verlauf  $\gamma(t)$  auch der linearisierte Bahnwinkelverlauf nach Gl.(162) eingetragen.

Setzen wir die Näherungen der Gln.(161,162) in die Beziehungen nach Gl.(66) und (67) ein, so erhalten wir einen Ausdruck für die Bahn des Flugzeugs in der x-z-Ebene, indem wir über der Zeit integrieren und die unabhängige Variable  $t$  eliminieren.

Es ergibt sich der in BILD 54 eingetragene parabelförmige Verlauf der Bahnkurve, der deutlich den oben beschriebenen Umkehrpunkt aufweist. Zum Vergleich ist in BILD 54 die nicht-linear simulierte Flugbahn mit eingetragen. Die Bahnkurve gehorcht einer Gleichung der Form:

$$X(H) = X_0 + \frac{u_{KkR}}{\bar{V} \sin \bar{\gamma}_a} h - \frac{u_{Wz}}{\bar{V} \sin \bar{\gamma}_a} h^2, \quad (164)$$

wobei  $h = H(t) - H_0$  bedeutet, und  $H_0$  und  $X_0$  die Anfangskoordinaten des Flugzeugs beim Beginn der Scherung ( $t = 0$ ) darstellen.

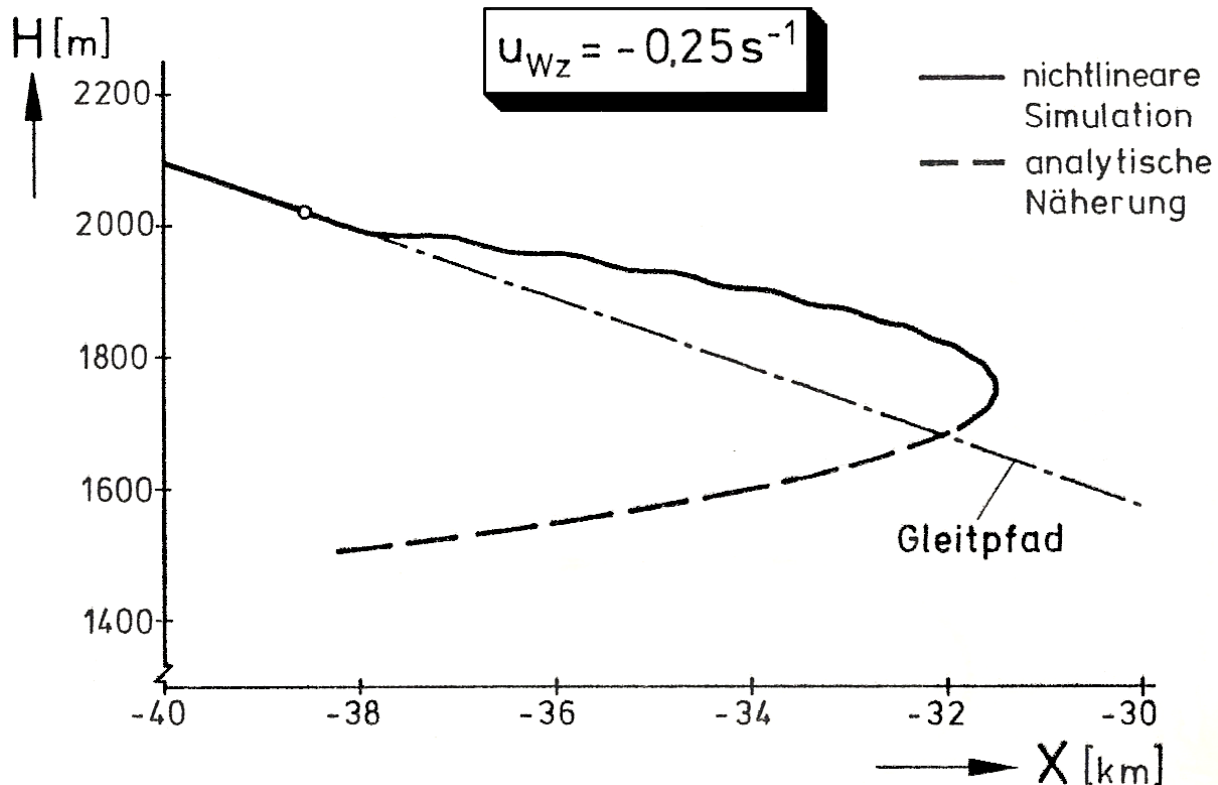


BILD 54: Verlauf der Flugbahn eines ungesteuerten Flugzeugs nach Einsetzen einer fortlaufend wirkenden höhenabhängigen Scherung des Horizontalwindes.

Obwohl in der Natur höhenabhängige Scherungen des Horizontalwindes mit konstanten Gradienten nicht über derart große Höhenbereiche wirken, wie sie von Flugzeugen z. B. in einem typischen Landeanflug innerhalb der nach Gl.(163) zu berechnenden Zeiten durchflogen werden (Größenordnung:  $t_N \approx 200 \text{ s} \rightarrow \Delta H \approx 700 \text{ m}$ ), haben die obigen Ausführungen doch mehr als akademische Aussagekraft.

Zum einen zeigen sie, dass beim Auftreten von  $u_{Wz}$ -Gradienten nicht wie im Fall der wegabhängigen Horizontalwindscherung eine aperiodische Wegwurzel entsteht, die der Phygoidbewegung überlagert ist. Vielmehr folgt die Bahngeschwindigkeit bereits nach kurzer Einschwingzeit direkt proportional der Änderung der Windgeschwindigkeit unter gleichzeitigem Auftreten der Phygoidschwingung, wobei die Frequenz der langsamen Bahnschwingung vom Parameter  $u_{Wz}$  abhängig ist.

Zum anderen gelten gerade wegen des kurzfristig erreichten, gleichmäßig beschleunigten Zustandes die Gln.(158-164) auch für Betrachtungen, die Zeiträume  $t \ll t_N$  umfassen.

Da der aerodynamische Zustand nahezu konstant bleibt, ist auch die statische Geschwindigkeitsstabilität, die hauptsächlich vom Derivat  $X_V$  (Gl.(126)) bestimmt wird, fast unverändert vorhanden.

Wegen der Instabilität der Bewegung sind diese Beziehungen jedoch nicht auf die Vorgänge bei Windgradienten  $u_{Wz} > u_{Wz, \text{grenz}}$  zu übertragen. Wie BILD 55 zeigt, bleibt bei einer Rückenwindscherung die Bahngeschwindigkeit  $V_K$  für etwa 3-5 Sekunden fast konstant. Die Windänderung wirkt sich dementsprechend ohne Verzug auf den Verlauf der Fluggeschwindigkeit  $V$  aus, wobei sich für das kurzfristige Antwortverhalten mit Gl.(51) näherungsweise setzen lässt:

$$(51): \quad \dot{V}_K(t) \approx 0 \rightarrow \dot{V}(t) \approx -\dot{V}_W(t)$$

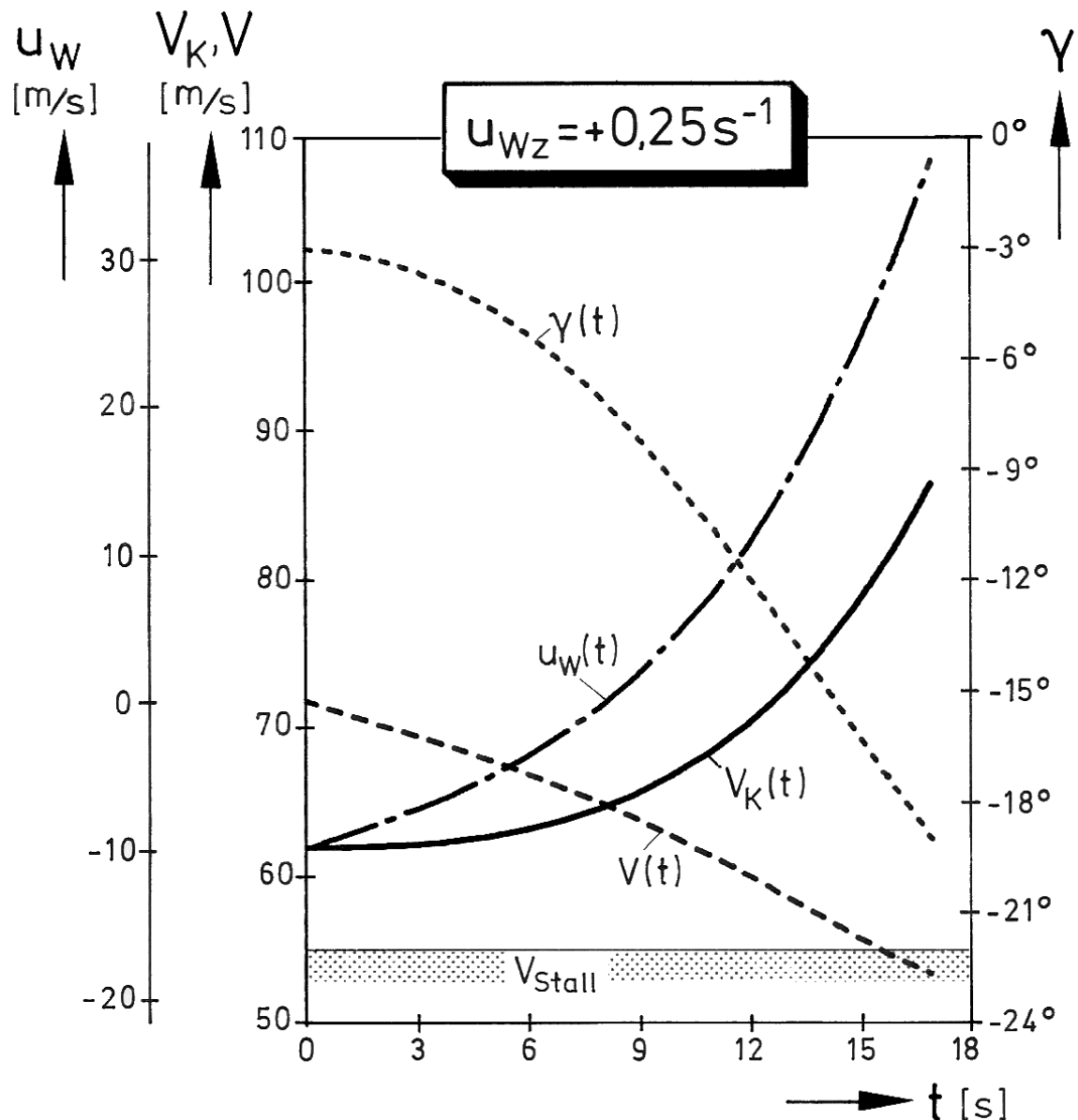


BILD 55: Zeitlicher Verlauf des Bahnwinkels, der Bahngeschwindigkeit, der Fluggeschwindigkeit und der Windgeschwindigkeit bei einer höhenabhängigen Horizontalwindscherung (Rückenwindscherung).

Wie bereits im Abschnitt 4.3b beschrieben wurde, führt ein Gradient  $u_{Wz} > 0$  im Landeanflug ( $\gamma < 0$ ) zu einer Abnahme der Anströmgeschwindigkeit. Infolgedessen nehmen der Auftrieb und in geringem Maße auch der Widerstand ab, und der Bahnwinkel  $\gamma$  wird steiler. Bei statisch stabilen Flugzeugen bewirkt die Anstellwinkelstabilität gleichzeitig eine Vergrößerung des Anstellwinkels. Da die flugzeugbezogene Windänderung nach Gl.(75) dem Bahnwinkel proportional ist, verstärkt sich der Windschereffekt auf das Flugzeug im Verlauf der Bewegung immer mehr.

Dies kann einerseits ein Absinken der Fluggeschwindigkeit unter die Strömungsabrießgeschwindigkeit zur Folge haben, wenn die Windscherung eine Größenordnung von 30 %  $V_{\text{Stall}}$  und mehr erreicht. Dabei durchläuft die Funktion des Auftriebsbeiwertes  $C_A$  in Abhängigkeit vom Anstellwinkel  $\alpha$  ein Maximum ( $C_{A\text{max}}$ ) und nimmt bei weiterer Vergrößerung des Anstellwinkels wieder ab. Es ist nicht zu erwarten, dass diese nichtlinearen Verläufe in geschlossener analytischer Form für größere Zeiträume darstellbar sind. In der verwendeten nichtlinearen digitalen Simulation sind diese Effekte nicht enthalten.

Andererseits wird infolge der steiler werdenden Bahn und der Veränderung des aerodynamischen Kräftehaushaltes auch die Bahngeschwindigkeit verändert, so dass sich ein instationärer Vorgang entsprechend dem Beispiel c im Abschnitt 3.2 einstellt, der charakterisiert wird durch die Beziehung:

$$(49): \quad \dot{V}_K(t) = \dot{V}(t) + \dot{V}_W(t) \text{ mit } \dot{V}_K(t), \dot{V}(t), \dot{V}_W(t) \neq 0.$$

Trotz des instabilen dynamischen Verhaltens der Flugzustandsparameter kann, zumindest für die flugbetrieblich wichtigen Zeiträume von etwa 15-20 Sekunden nach Einsetzen der Rückenwindscherung, eine näherungsweise Beschreibung des Bahnverlaufes angegeben werden, wenn man die folgenden Überlegungen zugrundelegt:

Entsprechend BILD 55 kann für die zeitliche Änderung der Fluggeschwindigkeit  $V$  für ca. 15-20 Sekunden mit guter Näherung gesetzt werden:

$$\dot{V} = \text{const.} = -\dot{u}_{Wz} = u_{Wz} u_{Kk,R} \sin \gamma_R = u_{Wz} V_R \sin \gamma_{a,R}. \quad (165)$$

Damit erhalten wir für den zeitlichen Verlauf der Fluggeschwindigkeit:

$$V(t) = V_R (1 + u_{Wz} \sin \gamma_{a,R} t). \quad (166)$$

Eine Beschreibung der Zeitverläufe der Flugzustandsgrößen  $u_{Kk}(t)$  und  $\gamma(t)$  gelingt uns, indem wir uns die oben gewonnenen Erkenntnisse zunutze machen, dass die Eigenbewegung des Flugzeugs durch zwei aperiodische Eigenwerte charakterisiert wird. Wir lassen den stabilen Eigenwert  $s_2 < 0$  außer acht und setzen mit dem verbleibenden Wert  $s_1 \geq 0$  für den Bahnverlauf die Beziehung an:

$$\gamma(t) = \gamma_R \cdot e^{s_1 t}. \quad (167)$$

Berücksichtigen wir weiterhin, dass, wie schon im Abschnitt 6.2.1 beim Gradienten  $u_{Wx}$  beobachtet, in der nichtlinearen Antwort gegenüber dem durch Gl.(167) beschriebenen Verhalten ein zusätzlicher Schleppfehler auftritt, den wir durch die Totzeit  $T_t$  charakterisieren können, so erhalten wir für den zeitlichen Verlauf des Bahnwinkels in guter Näherung:

$$\gamma(t) = \gamma_R \cdot e^{s_1(t-T_t)}. \quad (168)$$

Für die zeitliche Änderung des Windes gilt nach Gl.(75) mit  $u_{Wx} = 0$  exakt:

$$\dot{u}_W(t) = -u_{Wz} u_{Kk}(t) \sin \gamma(t). \quad (169)$$

Nach Gl. (160) können wir mit  $u_{Wg} = 0$  dafür auch schreiben:

$$\dot{u}_W(t) = -u_{Wz} V(t) \sin \gamma_a(t). \quad (170)$$

Setzen wir die Gln.(165,170) unter Berücksichtigung von Gl.(166) in Gl.(45) ein, so erhalten wir als Ausdruck für die Bahnbeschleunigung als Funktion der Zeit:

$$\dot{u}_{Kk}(t) \approx u_{Wz} V_R \sin \gamma_{a,R} [1 - \sin \gamma_a(t) (u_{Wz} t + 1/\sin \gamma_{a,R})]. \quad (171)$$

Den noch unbekannten Ausdruck  $\sin \gamma_a(t)$  können wir mit guter Näherung durch  $\sin \gamma(t)$  ersetzen, wobei wir Gl.(168) verwenden:

$$\dot{u}_{Kk}(t) \approx u_{Wz} V_R \sin \gamma_{a,R} [1 - \sin \gamma(t) (u_{Wz} t + 1/\sin \gamma_{a,R})]. \quad (172)$$

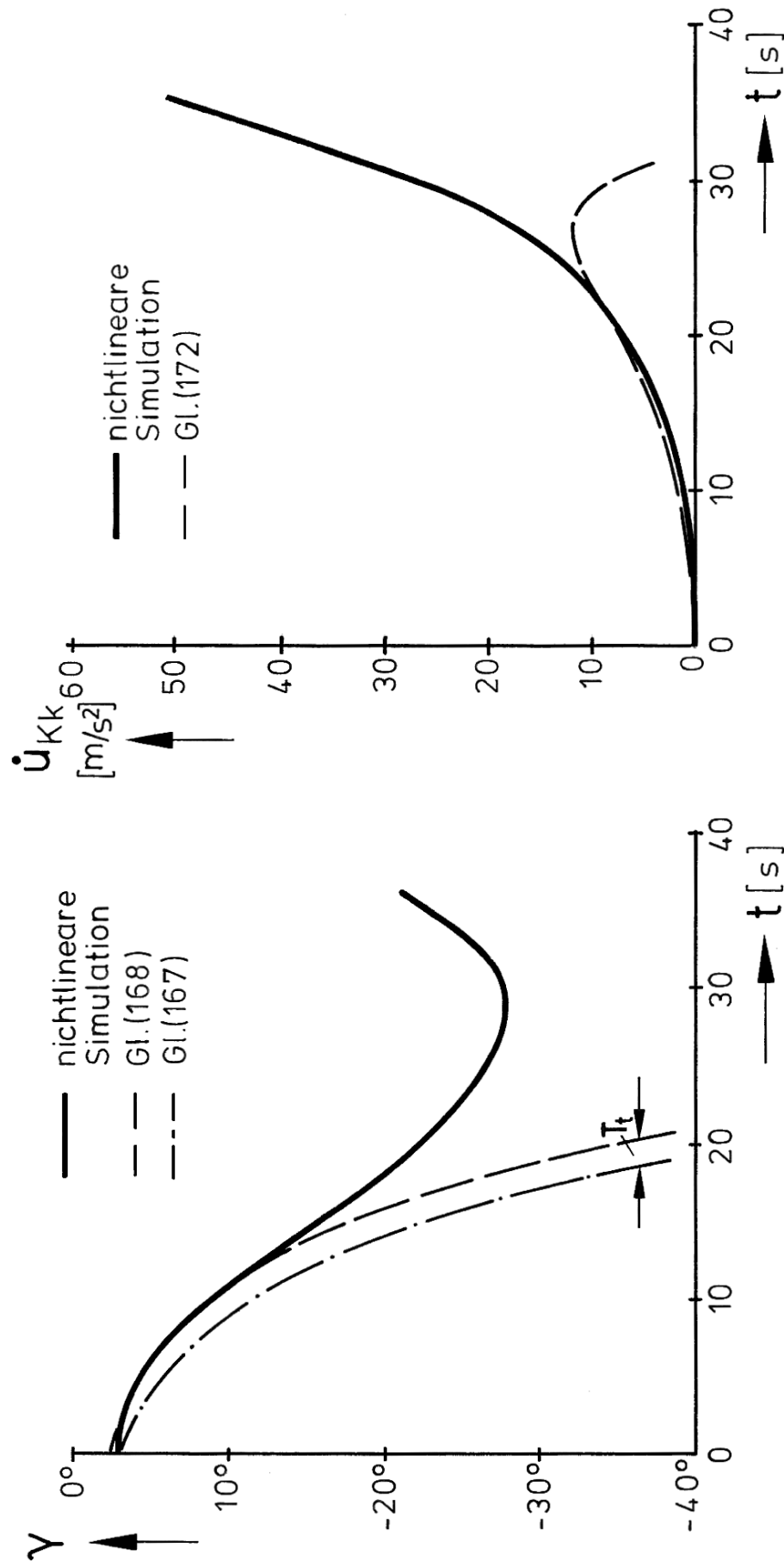


BILD 56: Zeitliche Verläufe des Bahnwinkels und der Bahnbeschleunigung in einer höhenabhängigen Scherung des Horizontalwindes ( $u_{wz}$ ).



In BILD 56 sind die Ergebnisse aus einer nichtlinearen Simulation den Verläufen nach den Gln.(168,172) gegenübergestellt, wobei eine Rückenwindscherung mit  $u_{Wz} = +0.25 \text{ s}^{-1}$  vorgegeben wurde. Dieser Wert stellt nach den bisherigen Erfahrungen bereits einen recht hohen Schergradienten dar, der in der Natur jedoch durchaus auftreten kann. Für die charakteristischen Systemparameter wurden die Werte  $s = +0.136 \text{ s}^{-1}$  und  $T_t = 1.8 \text{ s}$  eingesetzt, die aus Stabilitätsrechnungen unter Verwendung des vollständigen Differentialgleichungssystems (einschließlich Nickmomentengleichung) bzw. aus nichtlinearen Simulationsrechnungen gewonnen wurden. Diese Zahlenwerte sind naturgemäß vom betrachteten Flugzeugtyp abhängig und müssen im Einzelfall bestimmt werden.

Die Übereinstimmung zwischen den jeweiligen Kurven in einem Zeitbereich von etwa 15-20 Sekunden nach Einsetzen der Windänderung ist für die vorliegende Aufgabenstellung, die Erstellung eines technischen Modells für das Flugzeugverhalten in Windscherungen, völlig ausreichend. Das zeigt auch die mit Hilfe einer numerischen Integration der Gln.(66,67) gewonnene Bahnkurve in BILD 57, die unter Verwendung der Gln.(168,172) ermittelt wurde. Die Abweichungen gegenüber dem tatsächlichen Bahnverlauf, die sich infolge der Verwendung der Näherungsbeziehungen einstellen, sind vertretbar.

Nach etwa 20 Sekunden werden diese Abweichungen allerdings zu groß, um noch sinnvolle Aussagen zu gewährleisten. Nach Ablauf dieser Zeitspanne sind die Änderungen der Flugzustandsparameter gegenüber den Referenzwerten des Ausgangsflugzustandes bereits so gravierend, dass eine Beschreibung des Systems mit Hilfe linearisierter Ansätze nicht mehr zulässig ist. Eine analytische Erfassung des dynamischen Verhaltens ist in diesem Zeitbereich nicht mehr möglich. Weitere Aussagen lassen sich jedoch aus digitalen Simulationsrechnungen gewinnen, wobei die bereits oben erwähnten Nichtlinearitäten der Flugzeugaerodynamik beachtet werden müssen. Auch die im Abschnitt 3.3 erwähnten instationären Einflüsse dürften in diesem Fall mehr Bedeutung erlangen. Da die aerodynamischen Zustandsparameter ihre Werte in starkem Maße ändern, ist weiterhin mit einer nachhaltigen und grundlegenden Veränderung der dynamischen Systemeigenschaften zu rechnen.

Weitergehende Überlegungen zu diesem Thema seien einer gezielten Einzeluntersuchung vorbehalten.

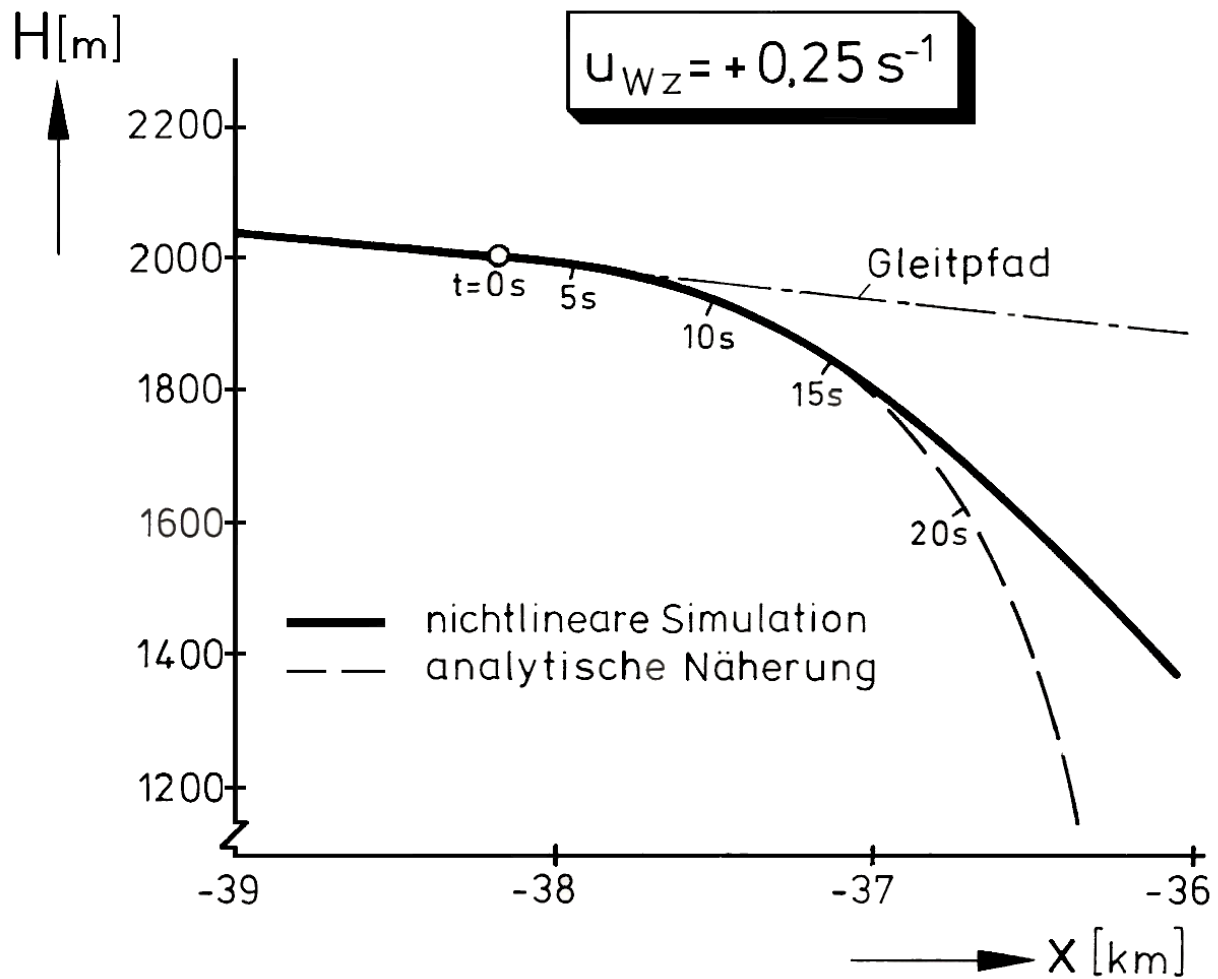


BILD 57: Verlauf der Flugbahn eines ungesteuerten Flugzeugs nach Einsetzen einer höhenabhängigen Scherung des Horizontalwindes ( $u_{WZ}$ ).

### 6.3. Einfluss einer Scherung des Vertikalwindes

#### 6.3.1. Einfluss des Gradienten $w_{wx}$

Mit dem Gradienten  $w_{wx} = \partial w_w / \partial x$  wird die Änderung der Vertikalwindkomponente längs des Flugweges erfasst. Gradienten dieser Art entstehen, wenn z.B. Luftmassen ein Gebirge überströmen und die Stromlinien dabei aus der Horizontalen in die Vertikale umgelenkt und gleichzeitig verengt werden (BILD 8). Auch beim Einfliegen in Gebiete stationären Aufwindes (Thermik) können  $w_{wx}$ -Gradienten beobachtet werden, allerdings sehr hoher Größenordnung und nur sehr kurzzeitig. Von diesen fast sprungförmigen Vertikalwindänderungen soll hier abgesehen werden.

Statistische Unterlagen über Vertikalwind-Geschwindigkeitsverteilungen stehen nur in geringem Umfang zur Verfügung. Allgemein lässt sich sagen, dass die Schergradienten des Vertikalwindes kleiner sind als diejenigen des Horizontalwindes. Der Gradient  $w_{wx}$  ist im unteren Bereich der planetarischen Grenzschicht stark von der Höhe über dem Erdboden abhängig, wie auch der Verlauf der gemittelten Maximalwerte absoluter Windscherungen in Gewitterböenfronten in BILD 25 zeigt. Als Variationsbereich wird gewählt:

$$-0.1 < w_{wx} < +0.1 \text{ s}^{-1}.$$

Über größere Distanzen dürften in der Natur realistischerweise Gradienten im Bereich

$$-0.05 < w_{wx} < +0.05 \text{ s}^{-1}$$

zu erwarten sein (vgl. BILD 25).

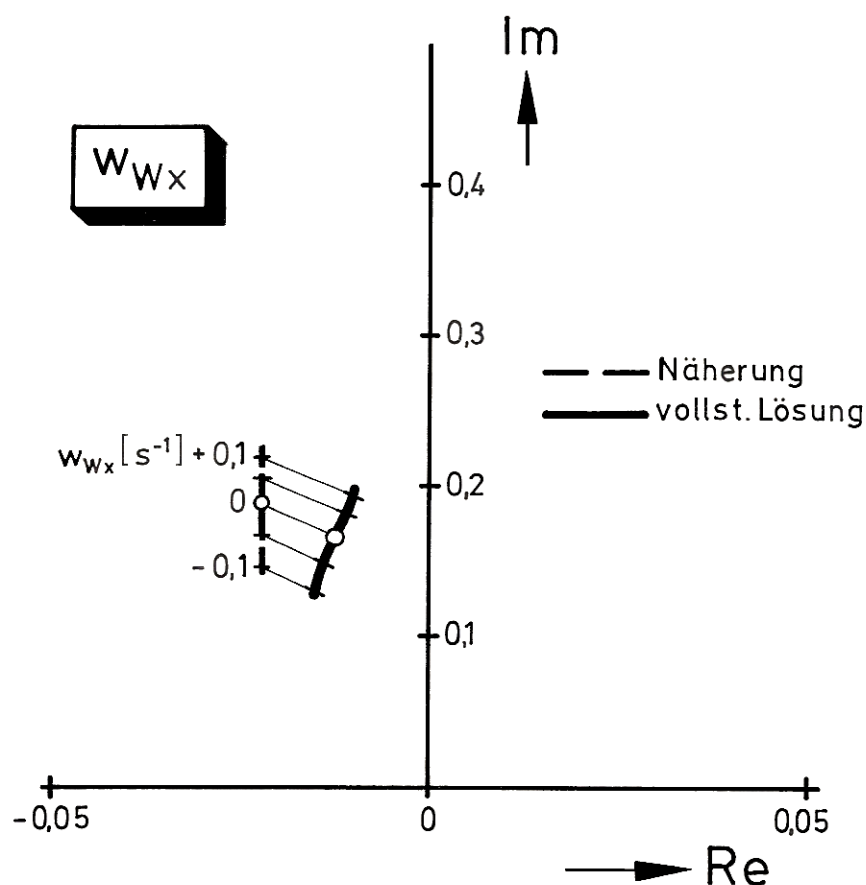


BILD 58: Verlauf der Wurzelorte der Phygoide in Abhängigkeit vom Gradienten  $w_{wx}$  einer wegababhängigen Scherung des Vertikalwindes.

Wird der Windgradient im angegebenen Bereich variiert, so erhalten wir die in BILD 58 dargestellten Verschiebungen der Phygoide-Wurzelorte; eine zusätzliche Wegwurzel tritt nicht auf. Wegabhängige Scherungen des Vertikalwindes haben in erster Linie Auswirkungen auf die Frequenz der Phygoide. Verglichen zu den Einflüssen von Horizontalwindscherungen sind die Änderungen jedoch gering. Der Verlauf der Wurzelorte in der GAUSSschen Zahlenebene ist mit den Verschiebungen zu vergleichen, die bei Variation des Gradienten  $w_{WZ}$  entstehen (BILD 49).

Die Näherungsbeziehung für die Flugzeugbewegung in der Längsebene lautet unter Vernachlässigung der Anstellwinkelschwingung:

$$s^2 - s(X_V + Z_\gamma) + (X_V Z_\gamma - Z_V X_\gamma) - w_{Wx} (X_V \gamma_R + X_\gamma / V_R) = 0. \quad (173)$$

Daraus ergeben sich die charakteristischen Werte für die Phygoide:

$$s_{1,2} = \delta_R \pm \sqrt{\delta_R^2 - \omega_{0R}^2 + w_{Wx} (X_V \gamma_R + X_\gamma / V_R)}, \quad (174)$$

$$\delta_{Ph} = \delta_R,$$

$$\omega_{0Ph}^2 = \omega_{0R}^2 + w_{Wx} (X_V \gamma_R + X_\gamma / V_R). \quad (175)$$

Wie im Fall einer  $w_{WZ}$ -Scherung lassen sich aus diesen Bedingungen wiederum Gradientenwerte bestimmen, die die Grenzbedingung  $\omega_{0Ph}^2 = 0$  (Auftreten aperiodischer reeller Wurzeln) und den Gradienten für das Auftreten eines aperiodisch instabilen Poles ( $s_1 \geq 0$ ) festlegen. Die sich dabei für das verwendete Beispielflugzeug ergebenden Zahlenwerte

$$\left. \begin{aligned} w_{Wx,ap} &= -0.206 \text{ s}^{-1} \\ w_{Wx,grenz} &= -0.273 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \right\} \text{ (Aufwindscherung)}$$

liegen jedoch außerhalb des Wertebereichs, der in der Atmosphäre über größere Strecken zu beobachten ist. Ebenso ist eine dynamisch instabile Phygoide, die bei Abwindscherungen mit Gradienten  $w_{Wx} > +0.45 \text{ s}^{-1}$  entstehen kann, in der Praxis nicht zu erwarten.

Wie im Anhang A3 beschrieben wird, unterscheidet sich das dynamische Antwortverhalten eines Flugzeugs auf eine Scherung des Vertikalwindes erheblich von den Vorgängen bei einer Horizontalwindscherung. Da die Fluggeschwindigkeit  $V$  durch die Vertikalwindkomponente kaum zu beeinflussen ist, wird die Phygoidebewegung bei  $w_{Wx}$ -Scherungen nur geringfügig angeregt (BILD A3.1 im Anhang A3). Der Bewegungsablauf wird charakterisiert durch die Beziehungen:

$$\dot{u}_{Kk}, \dot{V}, \dot{\gamma}_a, \dot{\theta}, \dot{\alpha} \approx 0. \quad (176)$$

Verwenden wir diese Erkenntnisse in Gl.(63), so verbleibt zur Beschreibung des Langzeitverhaltens der einfache Ausdruck:

$$\dot{\gamma} = \dot{\alpha}_w = -\dot{w}_g \cos \gamma / u_{Kk} = -w_{Wx} \cos^2 \gamma \approx -w_{Wx}. \quad (177)$$

Der Bahnwinkel verändert sich damit proportional zum Vertikalwindgradienten  $w_{Wx}$  und linear mit der Zeit, wie die Integration von Gl.(177) zeigt:

$$\gamma(t) \approx \gamma_R - w_{Wx} t \quad (w_{Wx} = \text{const.}), \quad (178)$$

bzw., wenn wir statt der Gradientenschreibweise die Änderung des Windwinkels  $\alpha_W$  einsetzen:

$$\gamma(t) \approx \gamma_R - \dot{\alpha}_W t. \quad (179)$$

Der Bahnwinkel wird demnach unmittelbar von der Änderung des Vertikalwinds beeinflusst, und das Flugzeug passt sich nahezu verzögerungsfrei den vertikalen Bewegungen der umgebenden Luftmasse an. Anhand dieser Gleichungen wird deutlich, warum ein Flugzeug sofort auf eine wegabhängige Scherung des Vertikalwinds reagiert, und warum nach Verlassen des Scherbereichs ( $w_{Wx} = 0$ ) sehr kurzfristig wieder ein stationärer Bahnwinkel  $\gamma_\infty$  entsprechend Gl.(73) eingenommen wird.

Setzen wir  $u_{Kk}(t) = u_{Kk,R} = \text{const.}$  und Gl.(178) in die Gln.(66,67) ein und integrieren über der Zeit, so erhalten wir die in BILD 59 wiedergegebene angenäherte Bahnkurve. Zum Vergleich ist wiederum die Bahnkurve eingetragen, die sich mit Hilfe einer nichtlinearen digitalen Simulation ermitteln lässt.

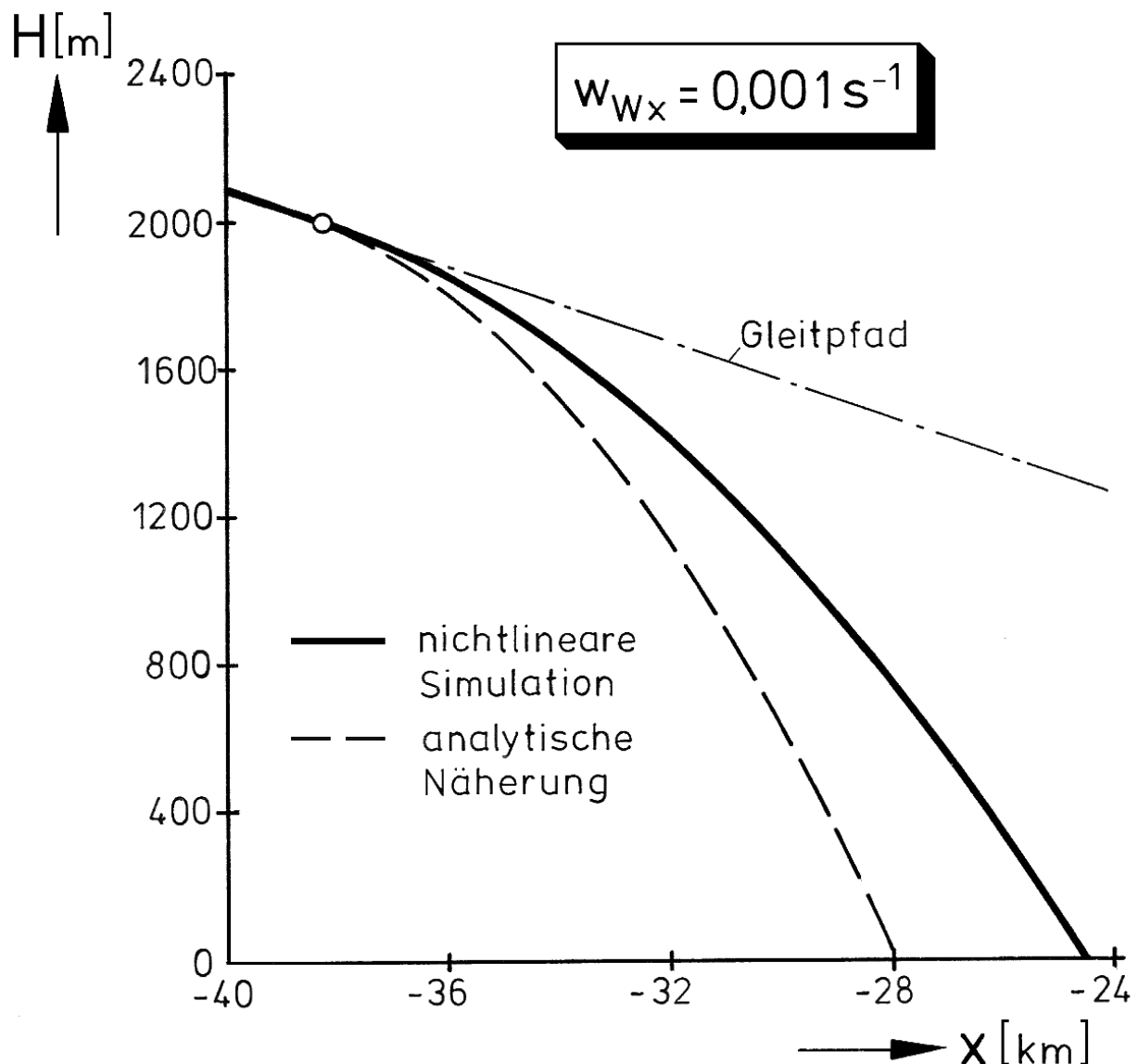


BILD 59: Verlauf der Flugbahn eines ungesteuerten Flugzeugs nach Einsetzen einer wegabhängigen Scherung des Vertikalwinds (Gradient  $w_{Wx}$ ).

Wir erhalten als Näherungsbeziehungen:

$$H(t) = H_0 + u_{Kk,R} \gamma_R t - u_{Kk,R} w_{Wx} t^2, \quad (180)$$

$$X(t) = X_0 + u_{Kk,R} t, \quad (181)$$

wobei  $H_0$  und  $X_0$  die jeweiligen Referenzwerte zum Zeitpunkt des Einsetzens der wegabhängigen Windscherung sind. Nach Eliminieren der Zeit  $t$  gewinnen wir für die Bahnkurve in der  $x$ - $z$ -Ebene die Beziehung:

$$H(X) = H_0 + \gamma_R x - w_{Wx} x^2, \quad (182)$$

mit  $x = X(t) - X_0$ . Die ersten beiden Summanden der Gleichung ergeben sich aus den Referenzbedingungen, während der dritte Summand die Höhenänderung beschreibt, die aufgrund der ständig zunehmenden Vertikalwindkomponente entsteht. Die Parabelform der durch Gl.(182) charakterisierten Bahn ist in BILD 59 gut zu erkennen. Unterschiedlich zu den Ergebnissen bei einem  $u_{Wz}$ -Gradienten, der wie  $w_{Wx}$  ebenfalls ein Element der Nebendiagonale des Gradienten des Windvektors ist, öffnet sich die Parabel bei einem  $w_{Wx}$ -Gradienten zur negativen ( $w_{Wx} > 0$ ) bzw. positiven  $H$ -Achse ( $w_{Wx} < 0$ ) hin.

Wegen der geringen Änderungen der Phygoidwurzeln sind die Flugeigenschaften kaum verändert, so dass Piloten im manuellen Flug auf diese Weise keine wegabhängigen Vertikalwindscherungen erkennen können. Die entsprechend Gl.(178) bzw. (179) sich aufbauenden Abweichungen des Bahnwinkels sind jedoch innerhalb kurzer Zeit als Gleitpfadabweichungen festzustellen (Beispiel: bei einem Gradientenwert von  $w_{Wx} = 0.001 \text{ s}^{-1}$  entsteht in 10 Sekunden ein Fehler des Bahnwinkels von  $\Delta\gamma = -0.6^\circ$ ).

Da in heutigen Verkehrsflugzeugen geeignete Instrumente zur Überwachung des Bahnwinkels zur Verfügung stehen, um einen Instrumentenlandeanflug durchführen zu können, ist eine ähnliche Gefährdung der Flugsicherheit wie bei den in Abschnitt 6.2.1 bzw. 6.2.2 untersuchten Gradienten des Horizontalwindes nach allem Dafürhalten nicht gegeben.

Lediglich im letzten Teil des Landeanfluges, der in der Regel mit äußerer Sichtreferenz durchgeführt werden muss (wobei ein Pilot den Vorschriften entsprechend weiterhin die Instrumentenanzeigen beobachten soll), bleiben Abweichungen des Bahnwinkels möglicherweise unerkannt. Da jedoch aus strömungsmechanischen Gründen der Vertikalwind bis zum Erdboden bis auf Null abnehmen muss, lässt sich auf eine mit zunehmender Bodenannäherung ständig geringer werdende Gefährdung infolge eines wegabhängigen Vertikalwindes schließen. Unter den bisher bekanntgewordenen Flugzeugunfällen ist kein Fall nachgewiesen, der auf eine entsprechende Vertikalwindeinwirkung zurückzuführen ist.

Strömungsvorgänge, die durch  $w_{Wx}$ -Gradienten zu beschreiben sind, können nach diesen Überlegungen allgemein dann als unkritisch angesehen werden, wenn die zuzuordnenden Vertikalwindkomponenten klein bleiben, sei es, weil die Gradienten selbst klein sind, oder weil nur kurze Verweilzeiten innerhalb der Scherbereiche gegeben sind.

Andererseits zeigen Unfälle in sog. *Clear-Air Turbulence (CAT)* [31], dass beim Auftreten sehr hoher  $w_{Wg}$ -Werte, bei denen an den Strömungsgrenzen gleichzeitig sehr große  $w_{Wx}$ -Gradienten entstehen, die Grenzen der Strukturfestigkeit von Flugzeugen rasch überschritten werden können. Fatalerweise sind in diesen Fällen die Fragen nach dem dynamischen Verhalten von Flugzeugen in Windscherungen dann nicht mehr von Bedeutung ...

### 6.3.2. Einfluss des Gradienten $w_{Wz}$

Die Änderung des Vertikalwindes mit der Höhe wird durch den Gradienten  $w_{Wz} = \partial w_W / \partial z$  beschrieben. Vertikalwindströmungen, die durch diesen Gradienten charakterisiert werden, sind z.B. die im Abschnitt 2.4 genannten Staupunktströmungen (Gewitterabwinde), aber auch die bei Segelfliegern sehr beliebte Thermik, die über weite Flächen ein System von auf- und absteigenden Luftmassen bildet. Beim letztgenannten handelt es sich um von der Sonneneinstrahlung abhängige thermische Konvektionsvorgänge, die sich vom Erdboden aus entwickeln und durch Reibungseinflüsse und die vertikale thermische Schichtung der Atmosphäre mit zunehmender Höhe an Intensität abnehmen.

Aus den Beobachtungen von Gewitterabwinden, die in BILD 26 zahlenmäßig dargestellt sind, und den Messungen von Gewitterböenfronten (BILD 25) gewinnen wir den Variationsbereich

$$-1.0 < w_{Wz} < +1.0 \text{ s}^{-1}$$

und den Hauptwertebereich

$$-0.2 < w_{Wz} < +0.2 \text{ s}^{-1}.$$

Setzen wir diese Gradientenwerte in die linearisierten Gleichungen unserer Stabilitätsanalyse ein, so erhalten wir die in BILD 60 dargestellten Verläufe der Wurzelorte der Phygoide. Neben einer Veränderung der Phygoidwurzeln entsteht beim Auftreten höhenabhängiger Vertikalwindscherungen eine reelle Höhenwurzel, die in BILD 62 aufgetragen ist. Es sind wiederum die Ergebnisse der vollständigen Stabilitätsanalyse und der Näherungslösungen unter Vernachlässigung der Momentengleichung angegeben.

Einblick in die flugphysikalischen Zusammenhänge gewinnen wir wie in den vorangegangenen Betrachtungen durch die Einführung von Näherungsbeziehungen für die auftretenden Eigenwerte. BILD 62 zeigt, dass im Bereich kleiner  $w_{Wz}$ -Gradienten ( $-0.05 < w_{Wz} < +0.05 \text{ s}^{-1}$ ) mit guter Genauigkeit der reelle Eigenwert  $s_3$  als Funktion von  $w_{Wz}$  dargestellt werden kann durch:

$$s_3 = w_{Wz}. \quad (183)$$

Unter Berücksichtigung dieser Beziehung erhalten wir aus dem charakteristischen Polynom, das von 3. Ordnung war, die Hilfsgleichung für die Phygoidwurzeln im angegebenen  $w_{Wz}$ -Wertebereich:

$$s^2 + s(-X_V - Z_\gamma + w_{Wz}) + (X_V Z_\gamma - Z_V X_\gamma) - w_{Wz}(w_{Wz} - X_V + Z_\gamma) = 0 \quad (184)$$

$$\text{für } -0.05 < w_{Wz} < +0.05 \text{ s}^{-1}.$$

Als charakteristische Werte für die Phygoidwurzeln erhalten wir daraus:

$$\text{die Abklingkonstante} \quad \delta_{Ph} = \delta_R + 0.5 w_{Wz}, \quad (185)$$

$$\begin{array}{l} \text{die Kreisfrequenz} \\ \text{der ungedämpften} \\ \text{Schwingung} \end{array} \quad \omega_{0Ph}^2 = \omega_{0R}^2 + w_{Wz}(w_{Wz} - X_V + Z_\gamma). \quad (186)$$

Eine höhenabhängige Vertikalwindscherung hat Auswirkungen sowohl auf die Abklingkonstante als auch auf die Frequenz der langsamen Bahnschwingung, wobei der Einfluss auf die Dämpfung der Phygoide schwerer wiegt. BILD 60 zeigt, dass im Bereich kleiner  $w_{Wz}$ -Gradienten eine Entdämpfung der Phygoidschwingung zu beobachten ist.

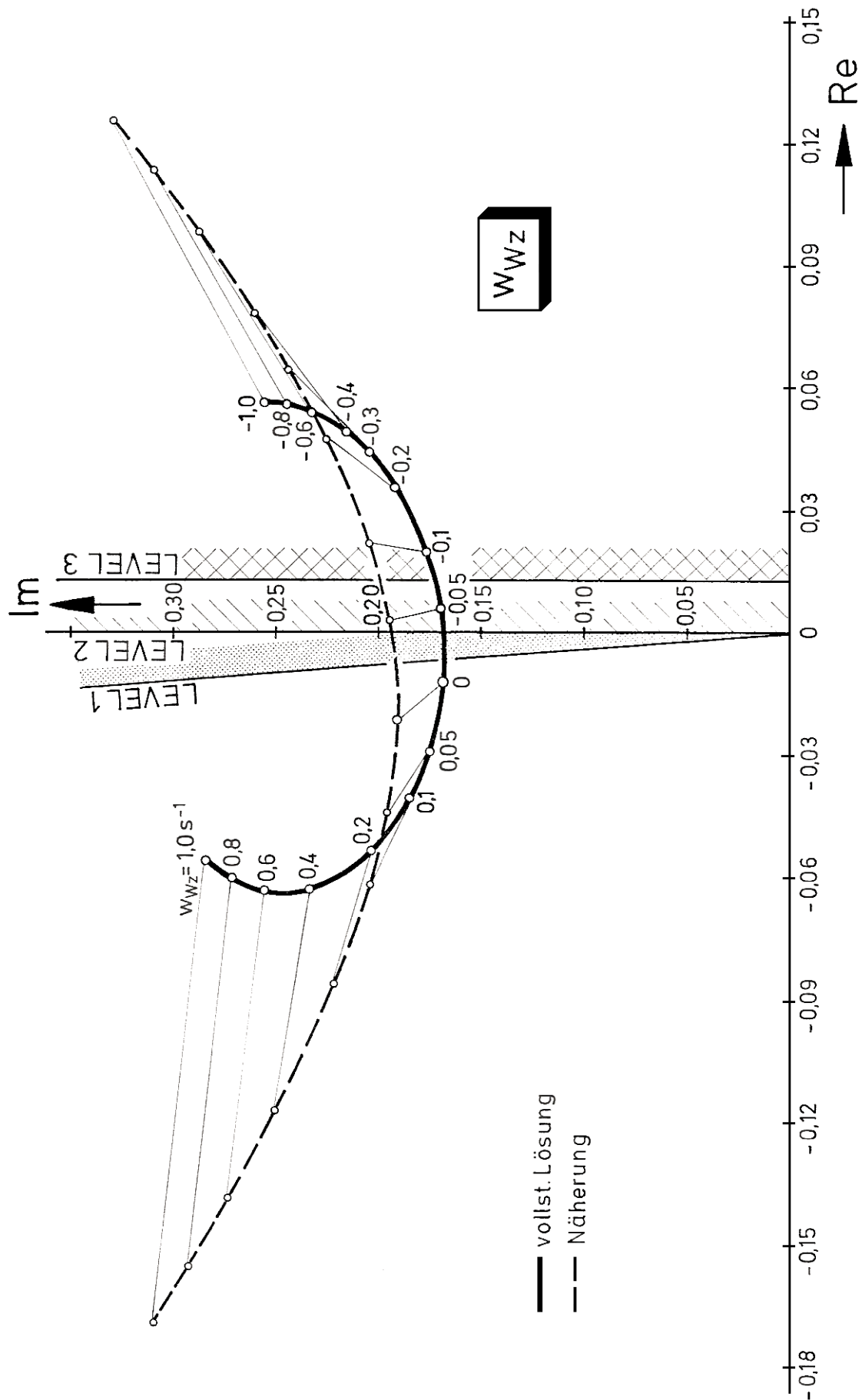


BILD 60: Verlauf der Wurzelorte der Phygoide in Abhängigkeit vom Gradienten  $w_{WZ}$  einer höhenabhängigen Scherung des Vertikalwindes.



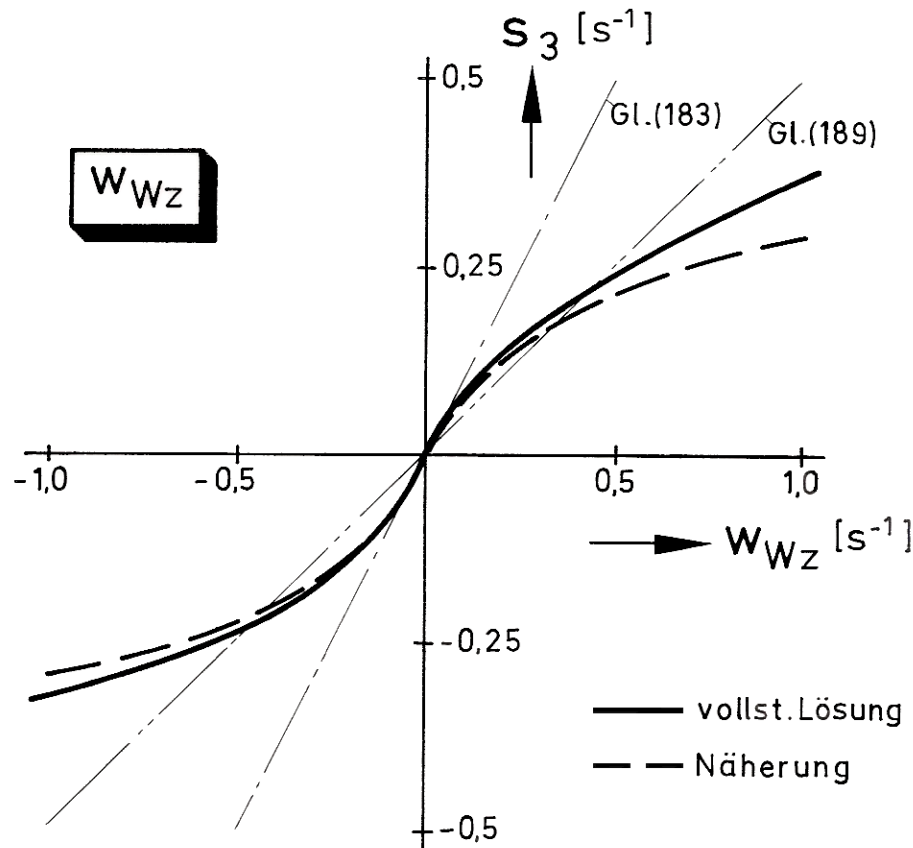


BILD 61: Abhängigkeit der reellen Höhenwurzel vom Gradienten  $w_{Wz}$  einer höhenabhängigen Scherung des Vertikalwindes.

Aus Gl. (185) ergibt sich als Grenzwert für das Erreichen der absoluten Stabilitätsgrenze:

$$w_{Wz, \text{grenz}} = X_V + Z_\gamma = -2 \delta_R \quad (\delta_{Ph} = 0). \quad (187)$$

Hier ist eine Analogie zu den Zusammenhängen beim Auftreten eines  $u_{Wx}$ -Gradienten festzustellen, der ebenfalls ein Element der Hauptdiagonale des Gradienten des Windvektors ist (vgl. Gl.(139)). Wir erhalten für das Beispielflugzeug den Zahlenwert:

$$w_{Wz, \text{grenz}} = -0.04 \text{ s}^{-1} \quad (\text{Aufwindscherung}). \quad (188)$$

Dieser Wert liegt sowohl im Hauptwertebereich der in der Natur möglicherweise zu erwartenden  $w_{Wz}$ -Gradienten als auch in dem Bereich, für den die Näherungsbeziehung (183) Gültigkeit hat, so dass die in den Gln. (183-187) vorgeführte Herleitung gerechtfertigt ist.

Für Gradientenwerte  $|w_{Wz}| > 0.05 \text{ s}^{-1}$  lässt sich besser annähern:

$$s_3 \approx 0.5 w_{Wz} \quad \text{für } -0.6 < w_{Wz} < +0.6 \text{ s}^{-1}, \quad (189)$$

während der Verlauf im gesamten Bereich z.B. durch die empirisch gewonnene Beziehung

$$s_3 = 0.5 \arctan(w_{Wz}) [\text{rad}] \quad (190)$$

beschrieben werden kann. Ein physikalischer Zusammenhang zur Begründung der Gln.(189, 190) kann jedoch nicht angegeben werden.

Infolge der unterschiedlichen Näherungen für die aperiodische Höhenwurzel ist zu erwarten, dass die Näherungsgleichungen für die Phygoide mit betragsmäßig anwachsenden  $w_{Wz}$ -Werten immer größere Abweichungen von den tatsächlichen Eigenwerten aufweisen.

Das dynamische Antwortverhalten des Flugzeugs auf eine  $w_{Wz}$ -Scherung lässt sich ähnlich wie im vorigen Abschnitt charakterisieren durch die Zusammenhänge:

$$(176): \quad \dot{u}_{Kk}, \dot{V}, \dot{\gamma}_a, \dot{\theta}, \dot{\alpha} \approx 0.$$

Setzen wir diese Beziehungen in Gl.(63) ein, so erhalten wir:

$$-u_{Kk} \cdot \dot{\gamma} = \dot{w}_{Wg} \cos \gamma = -w_{Wz} u_{Kk} \sin \gamma \cos \gamma. \quad (191)$$

Wir setzen wiederum das Auftreten kleiner Winkel  $\gamma$  voraus und gewinnen die Differentialgleichung der *aperiodischen Höhenbewegung*:

$$\dot{\gamma} - w_{Wz} \gamma = 0. \quad (192)$$

Die zugehörige Lösung lautet:

$$\gamma(t) = \gamma_R e^{w_{Wz} t}. \quad (193)$$

Wegen des geringen Einflusses der Vertikalwindkomponente auf die Bahngeschwindigkeit können wir wiederum  $u_{Kk}(t) = u_{Kk,R} = \text{const.}$  setzen. Damit entspricht der zeitliche Verlauf des Flugweges der Gl.(181):

$$(181): \quad X(t) = X_0 + u_{Kk,R} \cdot t,$$

während wir mit Hilfe von Gl.(193) für den Höhenverlauf die Beziehung ermitteln:

$$H(t) = H_0 + \Delta H_\infty (e^{w_{Wz} t} - 1), \quad (194)$$

Hierin bedeutet  $\Delta H_\infty$  die für  $t \rightarrow \infty$  zu berechnende Höhenänderung ( $w_{Wz} < 0$ ):

$$\Delta H_\infty = u_{Kk,R} \gamma_R / w_{Wz} = \dot{H}_R / w_{Wz}. \quad (195)$$

Negative  $w_{Wz}$ -Gradienten (Aufwindscherung entsprechend Anhang A3) liefern stabile Höhenwurzeln, d.h. der Bahnwinkel (Gl.(193)) strebt gegen den Wert Null, so dass schließlich keine Höhenänderung  $\dot{H}$  und somit keine Auswirkung der höhenabhängigen Vertikalwindscherung mehr vorhanden ist (BILD 62). Diese Bewegung findet solange statt, bis die Aufwindkomponente dem polaren Eigensinken entspricht. Aus dieser Bedingung lässt sich die maximale Höhenänderung entsprechend Gl.(195) berechnen.

Positive Gradienten (Abwindscherung nach Anhang A3) rufen aperiodisch instabile Höhenwurzeln hervor. In diesem Fall wird ein vorhandener Anfangswert des Bahnwinkels betragsmäßig ständig vergrößert, so dass die Bahn immer steiler wird und damit die Wirkung der Windscherung immer weiter zunimmt.

Theoretisch kann dabei der Bahnwinkel  $\pm 90^\circ$  erreicht werden. In der Natur treten jedoch derart extreme Vertikalwindscherungen nicht auf. Zudem wäre die anfangs getroffene Annahme kleiner Bahnwinkel dann nicht mehr gültig. Wie BILD 62 veranschaulicht, ist wegen der guten Übereinstimmung zwischen der nichtlinear berechneten und der analytisch mit Hilfe der Näherungsbeziehungen (181,194) ermittelten Flugbahn kaum ein Unterschied zu erkennen. Die stationäre Höhenänderung  $\Delta H_\infty$  nach Gl.(195) ist im Bild angegeben.

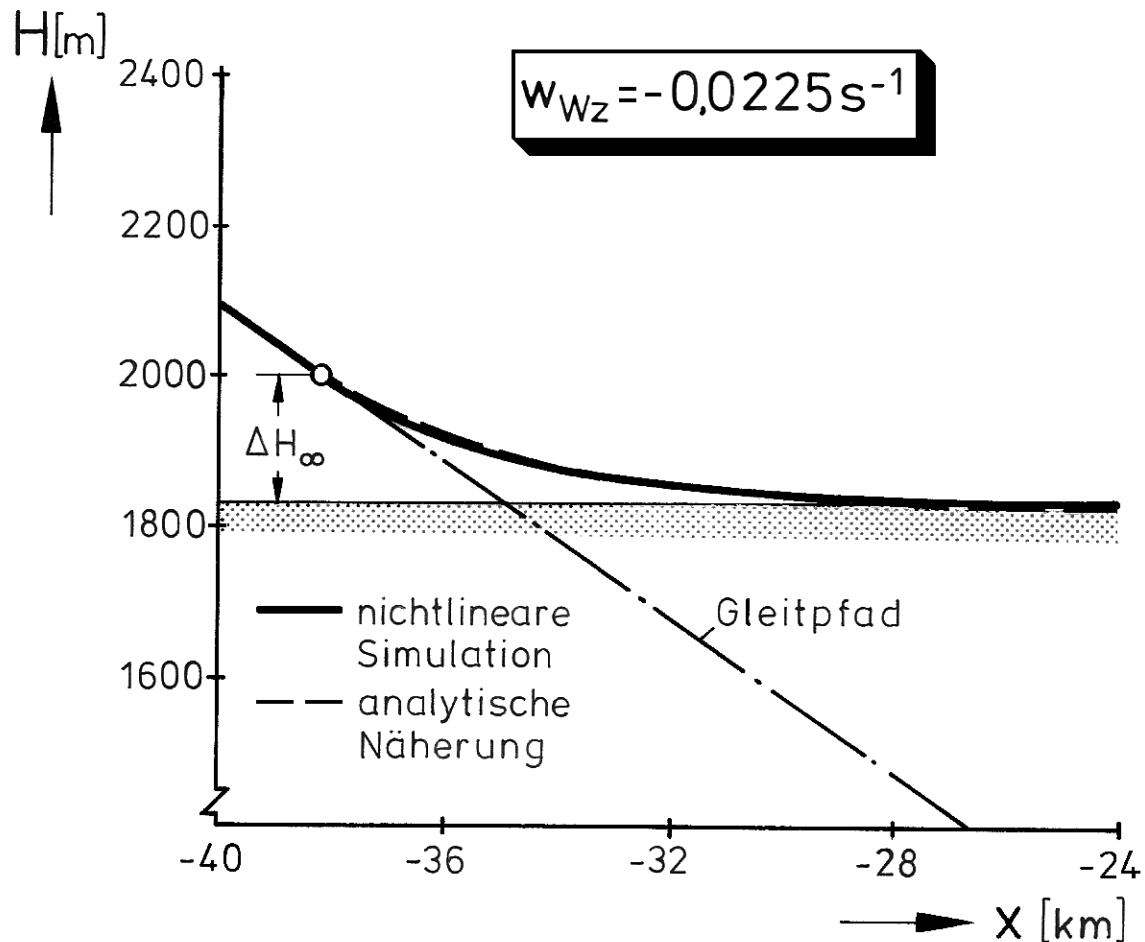


BILD 62: Verlauf der Flugbahn eines ungesteuerten Flugzeugs nach Einsetzen einer höhenabhängigen Scherung des Vertikalwindes ( $w_{Wz}$ ).

In BILD 63 sind die Halbwert- bzw. Doppelwertzeiten der aperiodischen Höhenbewegung als Funktion des Gradienten  $w_{Wz}$  wiedergegeben. Zusätzlich eingetragen sind die Flugeigenschaftskriterien für Spiralstabilität nach [104]. Setzen wir die Anwendbarkeit dieser Kriterien auf die Flugeigenschaften eines Flugzeugs in einer höhenabhängigen Vertikalwindscherung voraus, so können wir TABELLE 5 entnehmen, dass die Pilotenbelastung in Abwindscherungen infolge der aperiodischen Höhenbewegung stark anwächst, und dass bei großen positiven Werten von  $w_{Wz}$  nur noch als ausreichend bewertete Flugeigenschaften entsprechend LEVEL 3 mit außergewöhnlich hohen Anforderungen an den Piloten vorhanden sind.

	LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 3
Gradient $w_{Wz}$	$+0.03 \text{ s}^{-1}$	$+0.05 \text{ s}^{-1}$	$+0.30 \text{ s}^{-1}$

TABELLE 5: Grenzwerte für Abwindscherungen zur Erfüllung der Flugeigenschaftsforderungen entsprechend [104].

Es wird vorausgesetzt, dass die Kriterien für Spiralstabilität auf die vorliegenden Stabilitätsfragen übertragbar sind.

Es sei allerdings vermerkt, dass die genannten Werte für  $w_{WZ}$ , die eine starke Zunahme des Abwindes mit abnehmender Höhe bedeuten, in Bodennähe naturgemäß nicht mehr vorhanden sind. Die mögliche Gefährdung der Flugsicherheit infolge einer aperiodisch divergenten Höhenbewegung im Landeanflug wird dadurch mit zunehmender Annäherung an den Erdboden geringer. Da es zudem unsicher ist, inwieweit die verwendeten Spiralstabilitätskriterien auf unser Problem übertragbar sind, ist eine weitergehende Simulatorstudie unter Einbeziehung des Menschen in den Regelkreis empfehlenswert.

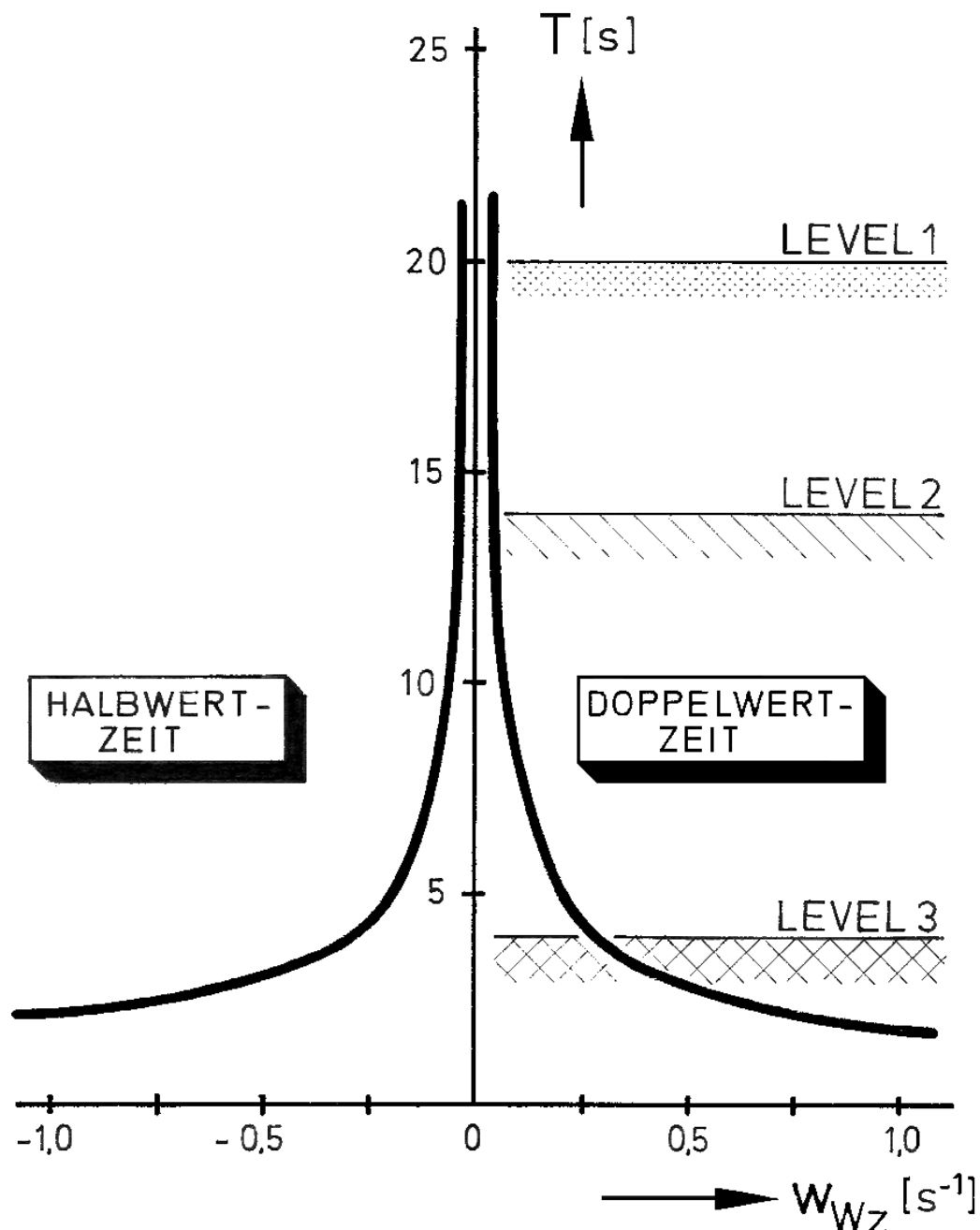


BILD 63: Halbwertzeiten und Doppelwertzeiten der aperiodischen Höhenwurzel als Funktion eines höhenabhängigen Vertikalwindes ( $w_{WZ}$ )

Die eingetragenen Flugeigenschaftsforderungen entsprechen den Kriterien für Spiralstabilität nach [104].

#### 6.4. Gradientenkombination $u_{wx}/w_{wz}$ entsprechend dem Stromlinienmodell aus Abschn. 2.4

Wie in den Abschnitten 6.2 und 6.3 beschrieben wurde, stellt eine Scherung des Horizontalwindes oder des Vertikalwindes allein bereits eine erhebliche Gefahr für die Sicherheit des Flugbetriebs dar. In einem Gewitterdownburst trifft jedoch beides zusammen, so dass sich eine noch gefährlichere Situation ergeben kann. Nach den Angaben in TABELLE 1 sind eine Reihe von Unfällen und Zwischenfällen auf derartige kombinierte Windscherungen zurückzuführen.

Zur analytischen Darstellung eines downburst verwenden wir das in Abschnitt 2.4 entwickelte Modell einer Staupunktströmung. Das mathematische Modell ist bis zu unendlichen Entfernungen vom Staupunkt gültig, während in der Natur das Abwindgebiet und der Bereich, der durch die horizontal ausfließenden Luftmassen gekennzeichnet ist, lokal begrenzt sind. Beim Durchqueren der Strömungsgrenzen (Böenfront am Boden, Grenze zwischen umgebender Warmluft und Kaltluftschlot in größerer Höhe) kommt es zu Übergangsvorgängen, die hier nicht untersucht werden sollten.

Die Änderungen der Windkomponenten innerhalb der Strömungsgrenzen der Staupunktströmung lassen sich wie folgt beschreiben [106]:

*„Beim Erreichen des äußeren Randes des horizontalen Ausflusses eines DOWN-BURST nimmt der Gegenwind in der Böenfront schlagartig zu, um danach linear mit dem Flugweg abzufallen. Oberhalb des Staupunktes wird der Horizontalwind zu Null. Nach Passieren des Staupunktes ergibt sich ein linear ansteigender Rückenwind, der sein Maximum an der Grenze des Ausflusses erreicht.“*

*Die Vertikalwindkomponente (Abwind) nimmt linear mit der Höhe ab und wird in Staupunkthöhe, d.h. am Boden, zu Null.“*

In den im Anhang A2 wiedergegebenen Bildern ist dieser prinzipielle Verlauf der Windkomponenten gut zu erkennen.

Verwenden wir zur Charakterisierung der Staupunktströmung die empirisch gewonnene Parameterkombination (vgl. BILD 26):

$$w_{wz} = b u_{wx}^2 \quad (b = -200 \text{ s}), \quad (196)$$

wobei nach den Vorzeichenbetrachtungen in Abschnitt 2.4 nur Werte  $u_{wx} > 0$  in Frage kommen, so können wir zu Stabilitätsuntersuchungen wiederum die Verläufe der Wurzelorte als Funktion der Gradientenkombination  $u_{wx}/w_{wz}$  gewinnen.

Kap.6: Untersuchung des Scherwindeinflusses auf die Stabilität

Index	$u_{wx} [s^{-1}]$	$w_{wz} [s^{-1}]$	Bemerkung	Flugzeug
0	0.000	0.000	Phygoide ohne Windeinfluss	
I	0.005	-0.020	New York	B727
10	0.010	-0.020	Kombination nach Gl.(196)	
IV	0.015	-0.051	Tucson	B727
VI	0.018	-0.086	Atlanta	B747
II	0.020	-0.035	New York	L1011
20	0.020	-0.080	Kombination nach Gl.(196)	
III	0.022	-0.165	Philadelphia	DC9
V	0.030	-0.180	Stapleton	B727
30	0.030	-0.180	Kombination nach Gl.(196)	

TABELLE 6: Kombinationen der Gradienten  $u_{wx}$  und  $w_{wz}$ .

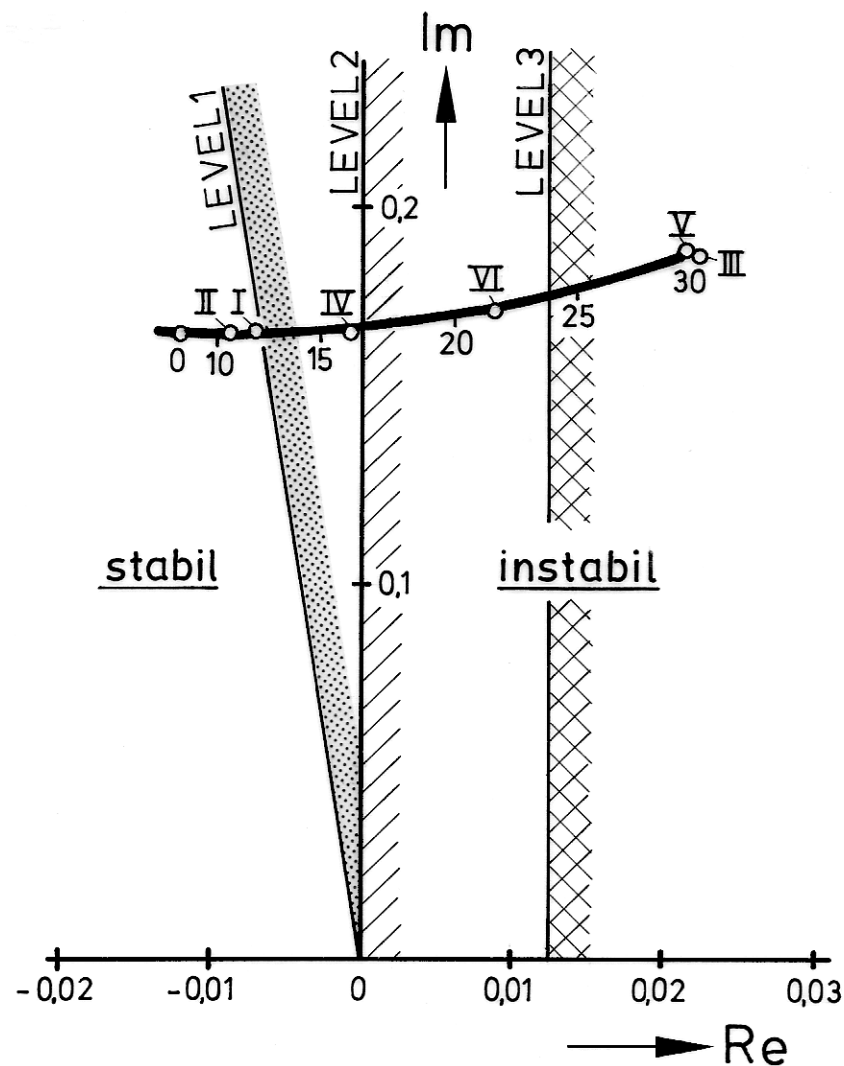


BILD 64: Verlauf der Wurzelorte der Phygoide bei einer  $u_{wx} / w_{wz}$ -Windgradienten-kombination (Gewittermodell).

Die eingetragenen Kennziffern sind in TABELLE 6 erläutert.

Folgende Eigenwerte treten auf:

- S<sub>1,2</sub>** Die *Phygoide* wird sowohl durch den Gradienten  $u_{Wx}$  (Abschnitt 6.2.1) als auch durch  $w_{Wz}$  (Abschnitt 6.3.2) beeinflusst. Positive  $u_{Wx}$ -Gradienten stabilisieren, negative  $w_{Wz}$ -Gradienten destabilisieren die *Phygoide*, so dass die Kombination beider Gradienten einander entgegenwirkt. Der resultierende Verlauf der Wurzelorte der langsamen Bahnschwingung ist BILD 64 zu entnehmen, die zugehörige Gradientenkombination ist in TABELLE 6 aufgelistet.
- S<sub>3</sub>** Beim Auftreten von wegabhängigen Horizontalwindgradienten überlagert sich der *Phygoide* die *aperiodische Wegwurzel*, die nach Gl.(128) dem Gradienten  $u_{Wx}$  proportional ist. Wegen  $u_{Wx} > 0$  ist die *aperiodische Wegwurzel* in jedem Fall instabil (divergierende Bahngeschwindigkeit). BILD 65 gibt diesen Zusammenhang wieder.
- S<sub>4</sub>** Höhenabhängige Gradienten des Vertikalwindes führen zu einer zusätzlichen *aperiodischen Wegwurzel*, die entsprechend Gl.(180) für kleine Werte von  $w_{Wz}$  dem Gradienten proportional ist. Da  $w_{Wz}$  in jedem Fall kleiner Null ist, verläuft die *aperiodische Höhenbewegung* stabil. Der Verlauf der Höhenwurzel als Funktion der Gradientenkombination  $u_{Wx}/w_{Wz}$  ist ebenfalls in BILD 65 dargestellt.

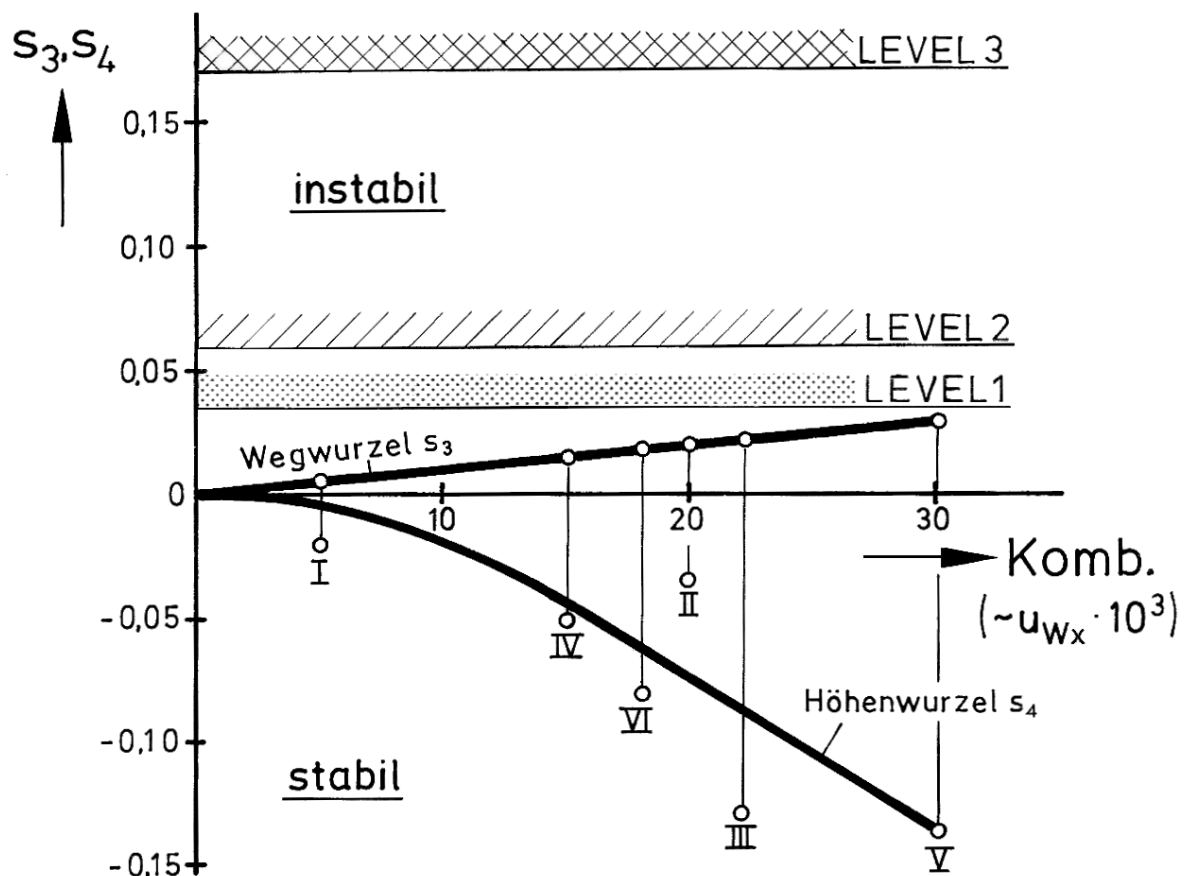


BILD 65: Verlauf der aperiodischen Wegwurzel ( $u_{Wx}$ ) und der aperiodischen Höhenwurzel ( $w_{Wz}$ ) bei einer Gradientenkombination entsprechend dem Gewittermodell nach Abschnitt 2.4. Die eingetragenen Kennziffern sind in TABELLE 6 erläutert.

In den Abschnitten 6.2.1 und 6.3.2 wurde eine Stabilitätsanalyse mit jeweils nur einem Gradienten ( $u_{wx}$  bzw.  $w_{wz}$ ) durchgeführt. Wird das Strömungsfeld nunmehr durch eine Kombination dieser beiden Gradienten charakterisiert (Staupunktströmung), so lassen sich die folgenden Aussagen treffen:

Die Ergebnisse der Stabilitätsanalyse unter Verwendung jeweils nur eines Einzelgradienten lassen sich additiv zur Gesamtlösung überlagern. Verwenden wir die bereits früher definierten Abkürzungen  $\delta_R$  und  $\omega_{0R}$  für die charakteristischen Größen der Phygoide ohne Windeinfluss, ferner  $\delta_{uwx}$  und  $\omega_{0uwx}$  sowie  $\delta_{wwz}$  und  $\omega_{0wwz}$  für die Werte bei Berücksichtigung eines einzelnen Windgradienten, so gilt für die Gesamtlösung der Phygoide:

$$\text{Abklingkonstante} \quad \delta_{\text{Ph,ges.}} = \delta_{uwx} + \delta_{wwz} - \delta_R, \quad (197)$$

$$\text{Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung} \quad \omega_{0\text{Ph,ges.}} = \omega_{0uwx} + \omega_{0wwz} - \omega_{0R} \quad (198)$$

Der Vollständigkeit halber seien die aperiodischen Lösungen wiederholt:

$$\text{Gl.(128):} \quad \text{Wegwurzel } s_3 = u_{wx},$$

$$\text{Gl.(180):} \quad \text{Höhenwurzel } s_4 = w_{wz}.$$

Besonders bei der letztgenannten Gleichung sind dabei die an anderer Stelle diskutierten Bereichseinschränkungen zu beachten.

Im BILD 64 sind zusätzlich die Eigenwerte eingetragen, die sich für das Beispielflugzeug bei Verwendung der Windgradientenkombination entsprechend den in TABELLE 1 aufgelisteten Daten aus Flugunfällen bzw. Zwischenfällen ergeben. Obwohl diese Parameterkombinationen in einigen Fällen erheblich von den Bedingungen nach Gl.(196) abweichen, werden die Wurzelorte der Phygoide mit sehr guter Genauigkeit durch den analytischen Zusammenhang dieser Gleichung wiedergegeben. Daraus lässt sich folgern:

Handelt es sich bei einem beobachteten Strömungsvorgang um eine Staupunktströmung, so reicht die Kenntnis eines Gradienten, beispielsweise  $w_{wz}$ , aus, um sowohl den zweiten charakteristischen Windgradienten dieser Strömung als auch die zu erwartenden Eigenwerte eines vorgegebenen Flugzeugmusters zu bestimmen.

Ein Wert für  $w_{wz}$  lässt sich unter Verwendung eines linearen Ansatzes z.B. aus einer Einzelmessung des Vertikalwindes  $w_{w1}$  in der Höhe  $H_1$  gewinnen:

$$w_{wz} = \Delta w_{wg} / \Delta H \approx w_{w1} / -H_1. \quad (199)$$

Mit Hilfe der Stabilitätsanalyse werden vor allem die Phygoideigenwerte sehr genau vorhergesagt, während die aperiodischen Werte der Höhen- und der Wegwurzel hinreichend genau bestimmt werden können. Wie wir bei der nachfolgenden Betrachtung der analytischen Näherungsbeziehungen feststellen werden, dürften die bisher beobachteten  $u_{wx}/w_{wz}$ -Kombinationen nicht zu Bewegungsverläufen führen, die den Piloten infolge der zusätzlichen aperiodischen Wurzeln besondere Schwierigkeiten bereiten (vgl. auch BILD 67).



Ganz anders stellt sich die Situation eines Fluges in einem idealisierten Gewitterabwind jedoch in Bezug auf die Stabilität der Phygoide dar. Aus BILD 64 ist zu entnehmen, dass die langsame Bahnschwingung des Beispielflugzeugs für die Hälfte der in TABELLE 1 angegebenen Beispiele dynamisch instabil verlaufen wäre. In den Fällen **III** (Philadelphia) und **V** (Stapleton) entsprechen die charakteristischen Parameter der Phygoide nicht mehr den nur noch in Notfällen akzeptierten Werten des LEVEL 3. Eine Windgradientenkombination dieser Größenordnung ist daher als außerordentlich gefährlich und vom Piloten möglicherweise nicht mehr beherrschbar einzustufen.

Als gravierend im Hinblick auf die in den Beispielen **III** und **V** verzeichneten schweren Flugzeugabstürze muss der Umstand angesehen werden, dass sich die Flugzeuge in beiden Fällen im Steigflug befanden:

Während sich der Unfall **III** unmittelbar nach der Entscheidung der Piloten zum Abbruch eines missglückten Landeanfluges und zum anschließenden Durchstart ereignete, befand sich beim Unfall **V** das Flugzeug im Startvorgang. Wie bereits im Abschnitt 6.1.1 verdeutlicht wurde, wird die Phygoide infolge eines positiven Bahnwinkels zusätzlich destabilisiert. Gegenüber den in BILD 64 für den Referenzbahnwinkel  $\gamma_R = -3^\circ$  ermittelten Werten muss deswegen damit gerechnet werden, dass die üblicherweise beim Start eingehaltenen Bahnwinkel von  $\gamma = +8 \div 10^\circ$  eine noch weitergehende Destabilisierung der Phygoide zur Folge haben (BILD 66).

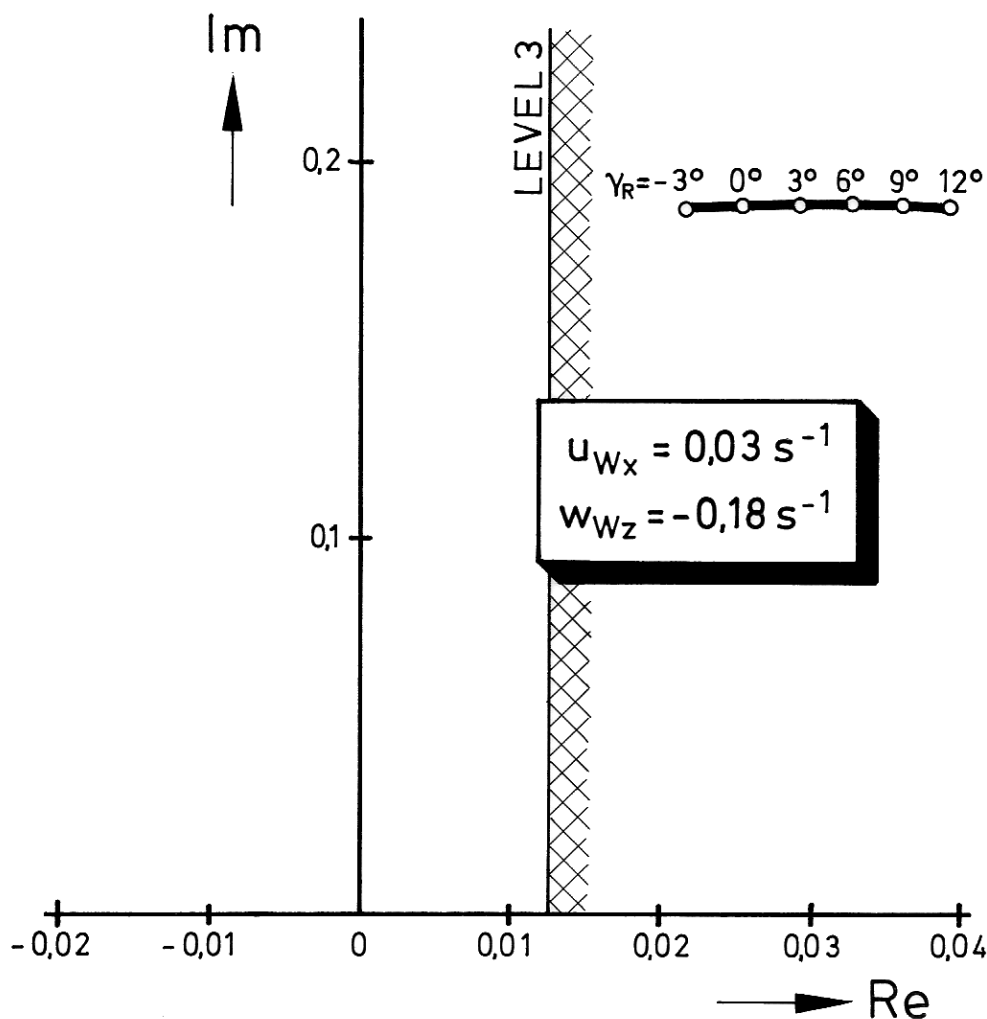


BILD 66: Zusätzliche Destabilisierung der Phygoide durch den Einfluss eines positiven Bahnwinkels (Parameterbeispiel Fall V).

Im Startvorgang stehen dem Piloten wegen der bereits mit Vollast laufenden Triebwerke keine weiteren Leistungsreserven zum Ausgleich von Windänderungen zur Verfügung, und wegen der geringen Flughöhe kann auch keine potentielle Energie in kinetische Energie umgesetzt werden, um auf diese Weise Abweichungen der Anströmgeschwindigkeit zu kompensieren. Unfälle dieser Art sind offensichtlich unvermeidbar, wenn nach der einmal getroffenen Entscheidung zur Durchführung des Starts unvorhersehbare und außergewöhnliche Windänderungen auftreten.

Die Eigenfrequenz und damit die Schwingungsdauer der Phygoide bleiben selbst bei hohen Gradientenwerten nahezu konstant (Größenordnung bei dem verwendeten Beispielflugzeug:  $T_{Ph} = 34 \div 38$  Sekunden), so dass der Pilot anhand dieses Schwingungsparameters keinen Hinweis auf veränderte Systemeigenschaften erhält (Es ist ohnehin fraglich, ob der Pilot im manuellen Flug das Vorhandensein der langsamen Bahnschwingung bemerkt.). Die in [104] geforderte minimale Zeit zur Verdopplung der Amplitude bei einer dynamisch instabilen Phygoide ( $T_2 < 55$  s (LEVEL 3), vgl. Abschnitt 6.2.1) wird unterschritten bei einer Gradientenkombination

$$u_{wx} = 0.025 \text{ s}^{-1}, w_{wz} = -0.125 \text{ s}^{-1}.$$

Diese „konservative“ Flugeigenschaftsforderung liefert jedoch offensichtlich kein ausreichendes Maß, um die in niederfrequenten Windänderungen enthaltenen Gefahren für die Flugsicherheit zu beschreiben und einzugrenzen. Dies lässt sich an zwei Beispielen verdeutlichen:

- a) Die Stabilitätsanalyse für den Gewitterabwind im Fall **I** (New York / B727) ergibt eine dynamisch stabile Phygoidwurzel, die in ihrer Dämpfung ca. 50 % schlechtere Werte als im Fall ohne Wind aufweist (vgl. BILD 64). Die aperiodisch stabile Höhenwurzel und die schwach instabile Wegwurzel, die zu dieser Gradientenkombination gehören, können in ihren Auswirkungen auf das Flugverhalten außer acht gelassen werden. Trotz dieser augenscheinlich unkritischen Flugeigenschaften (die Phygoideigenwerte erfüllen ohne Zweifel die Kriterien für die langsame Bahnschwingung entsprechend LEVEL 1) ereignete sich in diesem Strömungsfeld ein folgenschwerer Absturz.
- b) Die Gradientenkombination für den untersuchten Fall **VI** (Atlanta / B747) verändert die Eigenwerte des Flugzeugs so nachhaltig, dass eine dynamisch instabile Phygoide entsteht, die nach den Flugeigenschaftsforderungen entsprechend LEVEL 2 einzustufen ist. Auch in diesem Beispiel sind die zusätzlich auftretenden Eigenwerte für den Gesamtbewegungsablauf unerheblich. Nach den Flugeigenschaftskriterien beurteilt, ist das Bewegungsverhalten des Flugzeugs schwieriger zu beherrschen als im obigen Beispiel (a). Es gelang den Piloten jedoch, erfolgreich durchzustarten und den Flug sicher zu beenden.

Die Lage der charakteristischen Flugzeug-Eigenwerte liefert demnach wohl einen Hinweis auf eine mögliche Gefährdung, stellt jedoch allein kein absolutes Maß für den Grad der Gefährdung dar. Andererseits können kritische Flugeigenschaften ein weiteres Glied in einer Kette von Umständen sein, die bei gleichzeitigem Auftreten aller dieser ungünstigen Einflüsse katastrophale Folgen haben können.

Wie sich am Beispiel des New Yorker Flugunfalls (Fall **I** in TABELLE 1) gut veranschaulichen lässt, muss neben der Veränderung der dynamischen Eigenschaften als Folge einer niederfrequenten Windänderung noch ein weiterer Effekt berücksichtigt werden, der infolge der unmittelbaren Auswirkung des Scherung des Horizontalwindes auf die Flugleistungen eine große Gefährdung der Flugsicherheit in Bodennähe darstellt.

### Kap.6: Untersuchung des Scherwindeinflusses auf die Stabilität

Fassen wir die analytischen Näherungsbeziehungen zur Beschreibung der zeitlichen Verläufe von Bahngeschwindigkeit und Bahnwinkel aus den Abschnitten 6.2.1 und 6.3.2 zusammen, so erhalten wir als Gleichungen für die entsprechenden Zeitverläufe in einem Gewitterfallwind:

$$u_{Kk}(t) = u_{Kk,R} \cdot e^{u_{Wx} \cdot (t-T_t)} \quad (200)$$

$$\gamma(t) = \arctan(\tan \gamma_R e^{-u_{Wx} \cdot (t-T_t)} - V_R u_{Wx} / g) + \gamma_R (e^{w_{Wz} \cdot t} - 1) \quad (201)$$

Hierbei wurde beachtet, dass die Zeitantworten der Flugzustandsgrößen auf eine  $u_{Wx}$ -Scherung mit einer Totzeit  $T_t$  behaftet sind.

Stellen wir die Einzelanteile der Gl.(201) graphisch über der Zeit dar, so wird offenkundig, dass der im Anhang A6 als Leistungsanteil beschriebene Term  $-(V_R u_{Wx} / g)$  bereits unmittelbar nach Einsetzen der Scherung zu einem wesentlich steileren Bahnwinkel führt. Mit den Daten des New Yorker Unfalls beispielsweise wird der Bahnwinkel um 70 % steiler (von  $-3^\circ$  auf  $-5.1^\circ$ ). Die Anteile des Bahnwinkelverlaufs, die infolge der aperiodischen Wegwurzel bzw. Höhenwurzel entstehen, wirken dieser Verschlechterung zwar entgegen, zeigen jedoch wegen der großen Zeitkonstanten ( $1/u_{Wx} = 200$  s,  $-1/w_{Wz} = 50$ s) nur einen geringen Effekt (BILD 67).

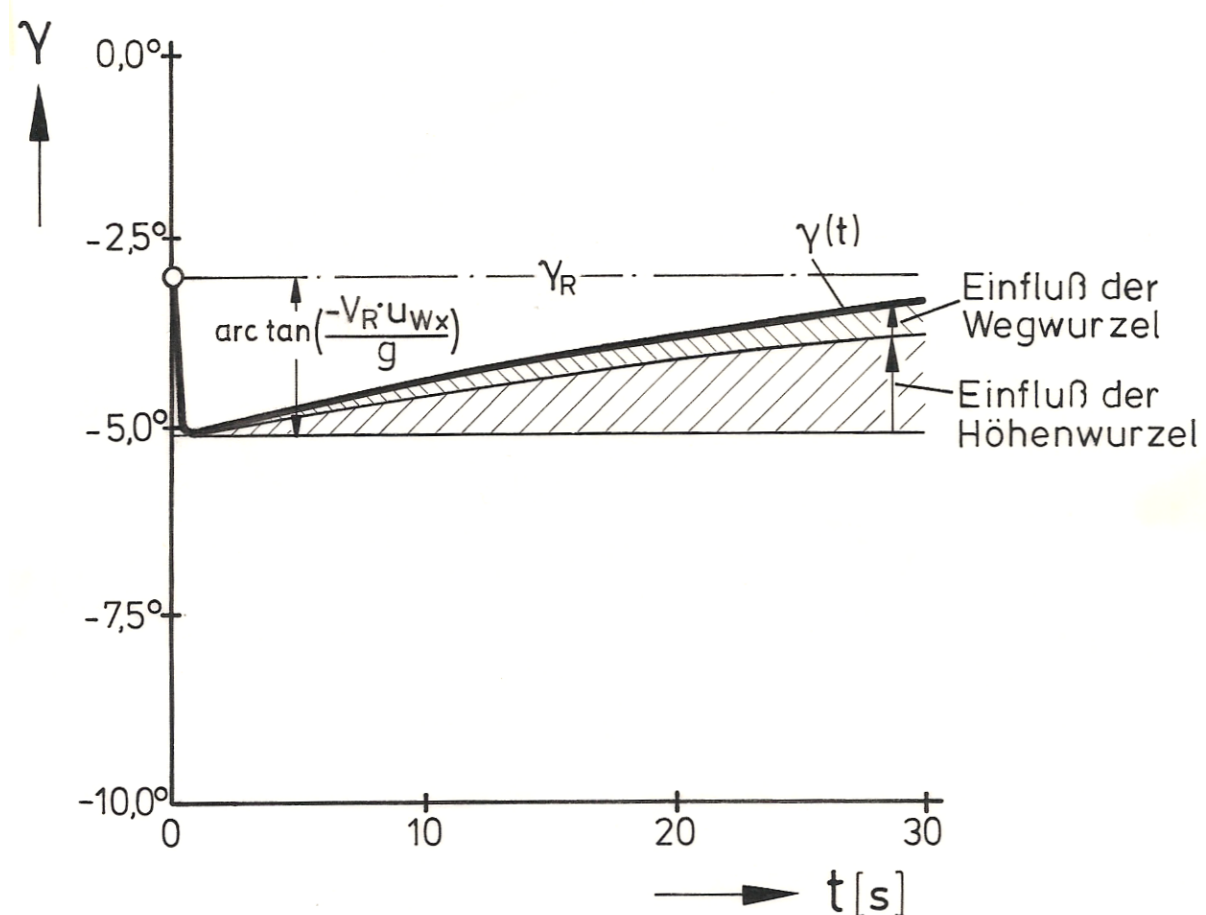


BILD 67: Analytischer Zeitverlauf des Bahnwinkels in einem Gewitterfallwind.  
Dargestellt sind die Einzelanteile aus Gl.(201).

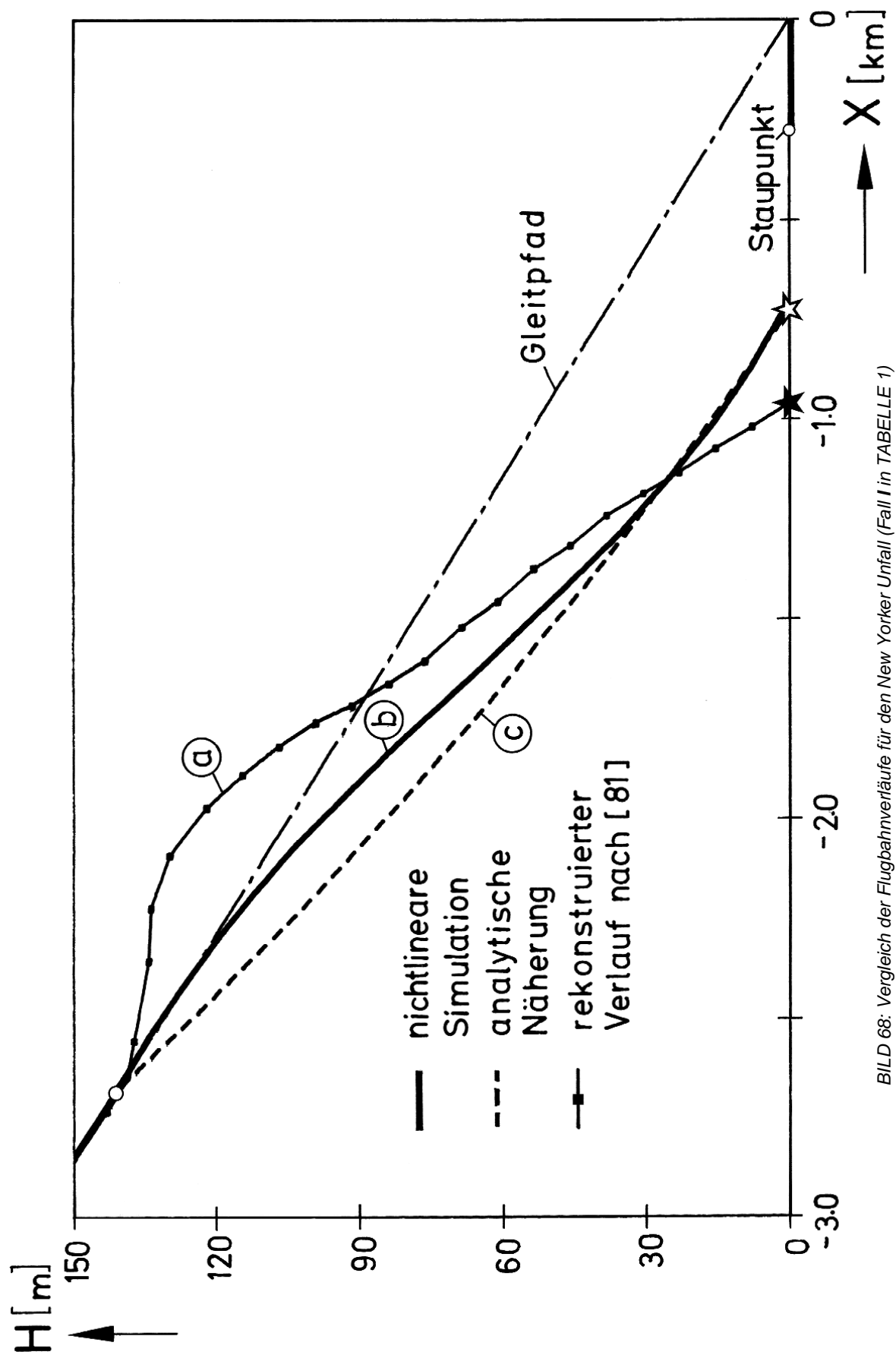


BILD 68: Vergleich der Flugbahnverläufe für den New Yorker Unfall (Fall I in TABELLE 1)

Die große Gefahr dieser Leistungsver schlechterung besteht darin, dass der steiler werdende Bahnverlauf nicht rechtzeitig erkannt und ausgeglichen wird. Zudem dürften die für eine angemessene Kompensation zur Verfügung stehenden Zeiträume nur sehr knapp bemessen sein. Dies sei anhand einer Gegenüberstellung der auf verschiedene Weise berechneten Bahnverläufe des New Yorker Unfalls näher ausgeführt.

BILD 68 gibt die Flugbahnen wieder, die

- a) aus den Unfallunterlagen [7] [81] stammen;
- b) aus digitalen Simulationsrechnungen unter Verwendung des vollständigen Differentialgleichungssystems der Flugzeug-Längsbewegung entsprechend den Gln.(46, 47) gewonnen werden;
- c) mit Hilfe einer Integration der Beziehungen (66, 67) unter Berücksichtigung der Gln.(200, 201) ermittelt werden (analytischer Bahnverlauf).

Die Kurve (a) in BILD 68 zeigt den rekonstruierten Bahnverlauf, der sich infolge der komplexen Windverhältnisse innerhalb der DOWNBURST-Strömung (vgl. Anhang A2) und der Reaktion von Flugzeug und Piloten einstellte [81].

Die Kurve (b) ist das Ergebnis einer nichtlinearen digitalen Simulation für das verwendete Beispielflugzeug. Dabei wurde angenommen, dass das Flugzeug zunächst stationär und aerodynamisch ausgetrimmt in konstanten Windbedingungen auf dem Gleitpfad fliegt, im eingetragenen Anfangspunkt dann jedoch in eine stationäre Staupunktströmung mit den konstanten Windgradienten  $u_{wx} = 0.005 \text{ s}^{-1}$  und  $w_{wz} = -0.02 \text{ s}^{-1}$  einfliegt. Bei festgehaltenen Stellgliederschlägen (Schubhebel-, Höhenruder- und Klappenstellung) weicht das Flugzeug in der angegebenen Form vom Gleitpfad ab und trifft ca. 750 m vor der Landeschwelle (GP) unter einem Bahnwinkel von etwa  $-2.5^\circ$  auf den Boden.

Obwohl die linear abnehmenden Windkomponenten die tatsächlich vorhandenen komplizierten Windänderungen des Flugunfalls nicht in vollem Umfang nachbilden, zeigt der simulierte Flugbahnverlauf eine recht gute Übereinstimmung mit dem bei der Unfalluntersuchung rekonstruierten Verlauf. Dabei sollte nicht unberücksichtigt bleiben, dass es sich bei dem hier betrachteten Beispielflugzeug nicht um den am Unfall beteiligten Flugzeugtyp handelt.

Auch die analytisch berechnete Bahnkurve (c), die aufgrund ihres Modellansatzes keinen Phygoidanteil enthält, beschreibt den mittleren Bahnverlauf mit guter Genauigkeit. Im vorliegenden Fall stimmen die Aufschlagpunkte der Kurven (b) und (c) fast genau überein und weichen nur etwa 200 m vom tatsächlichen Absturzort ab. Die Windänderungen äußern sich flugzeugbezogen als Rückenwindscherung (abnehmender Gegenwind,  $u_{wx} > 0$ ) und Aufwindscherung (abnehmender Abwind,  $w_{wz} < 0$ ). Flugleistungsmäßig wirken sich beide Scheranteile gegeneinander aus, offensichtlich überwiegt jedoch der leistungverschlechternde Anteil der Rückenwindscherung den leistungsverbessernden Anteil der Aufwindscherung. Nach den Stabilitätsuntersuchungen bleibt die Phygoide stabil, und die auftretende aperiodische Wegwurzel ist nur schwach instabil.

Flugphysikalisch kann für den Verlauf der Bewegung innerhalb des verwendeten Gewitter-Windfeldes folgendes Fazit gezogen werden:

Das Flugzeug fliegt, anfänglich auf einen vorgegebenen Gleitpfad bei konstanten Gegenwind- und Abwindbedingungen ausgetrimmt, in das Gebiet der Rückenwind- und Aufwindscherung ein. Während die abnehmende Abwindkomponente, würde sie allein auftreten, eine flachere Flugbahn ergibt, jedoch wenig Einfluss auf die Fahrt und damit auf die Phygoide ausübt, sinkt infolge des abnehmenden Gegenwindes die Anströmgeschwindigkeit bei zunächst fast konstanter Bahngeschwindigkeit. Hierdurch wird der Auftrieb kleiner, und das Flugzeug gerät als Folge der Überlagerung beider Windänderungen unter den beabsichtigten Gleitpfad.

Wegen der fortlaufend wirkenden Rückenwindscherung besteht ein Leistungsdefizit, so dass der Bahnwinkel steiler wird. Gleichzeitig wird die langsame Bahnschwingung, deren Wurzelorte zusätzlich durch den Gradienten  $w_{Wz}$  destabilisiert werden und bei entsprechender Größe des Gradienten sogar dynamisch instabil werden können, mehr oder weniger stark angeregt.

Die Gefährdung der Flugsicherheit kann nach diesen Ausführungen auf zwei Einflüsse zurückgeführt werden: Zum einen fliegt das Flugzeug infolge des Leistungsdefizits auf einer steileren Flugbahn, also mit größerer Sinkgeschwindigkeit. Zum anderen erfolgt die Anregung der Phygoide in niedriger Höhe, und das Flugzeug fliegt im Verlauf der Schwingung unterhalb der Referenzbahn. Werden die Abweichungen vom Gleitpfad von den Piloten nicht oder erst nach einer gewissen Zeitspanne wahrgenommen, so ist eine Katastrophe nicht mehr zu vermeiden.

Wie aus BILD 69 hervorgeht, findet der Bodenkontakt etwa im Maximum der Abweichung vom Gleitpfad statt. Die Flugzeit zwischen dem Einsetzen der Windscherung in 140 m Höhe und dem Aufschlag beträgt lediglich 20 Sekunden. Relativ geringe Werte der beiden beteiligten Gradienten  $u_{Wx}$  und  $w_{Wz}$  wie im Fall des New Yorker Unfalls können in diesem Zusammenhang offenbar unter Umständen gefährlicher sein als wesentlich höhere Werte wie beispielsweise im Fall VI (Atlanta), wo noch ein sicherer Durchstart möglich war. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass die entsprechenden Flugzeugreaktionen (Bahnwinkeländerung, Phygoidschwingung) bei kleinen Gradientenwerten weniger spektakulär verlaufen und in der Anspannung, die ein Landeanflug unter Schlechtwetterbedingungen mit sich bringt, übersehen oder zu spät bemerkt werden.

## 7. Diskussion der Ergebnisse

Zur Diskussion der in der vorliegenden Untersuchung gewonnenen Ergebnisse seien zunächst die anfangs getroffenen flugmechanischen und flugbetrieblichen Voraussetzungen und Randbedingungen noch einmal rückblickend gewertet.

Die Beschränkung auf die Betrachtung der Flugzeug-Längsbewegung erweist sich als zulässig, da die Haupteinflüsse von Windänderungen in der Flugzeug-Symmetrieebene auftreten. Mögliche Querwindscherungen, die z.B. entstehen können, wenn der Flugweg innerhalb eines Gewitterabwinds nicht zentral über den Staupunkt bzw. parallel zur Hauptachse des *downburst* verläuft ( $\Delta y = \text{const.}$ ), sind vom Piloten relativ einfach durch Betätigen des Seitenruders auszugleichen. Diese Windkorrektur ist im Prinzip bei jeder Seitenwindlandung durchzuführen (und zu erlernen) und bereitet keine Schwierigkeiten, solange die Seitenwindkomponente das Maß der für das Flugzeug erfliegbaren, nachgewiesenen Seitenwindgeschwindigkeit nicht überschreitet.

Anhand der in nichtlinearen Simulationsrechnungen ermittelten Zeitverläufe des Anstellwinkels lässt sich die Feststellung treffen, dass Anregungen der Anstellwinkelschwingung offensichtlich klein bleiben. Bei der Betrachtung des linearisierten Flugbahnverlaufes kann daher auf die Berücksichtigung der Nickmomentengleichung verzichtet werden, solange die statische Stabilität des Flugzeugs gewährleistet ist.

Ein Vergleich der nichtlinearen Zeitverläufe und der Ergebnisse der linearisierten Rechnung gibt außerdem Aufschluss darüber, für welchen Zeitraum die nichtlinearen dynamischen Bewegungsverläufe noch hinreichend genau durch linearisierte Beziehungen wiedergegeben werden können. Es konnte nachgewiesen werden, dass eine Linearisierung für einen Zeitbereich von 20 bis 60 Sekunden zulässig ist, ohne dass größere Fehler in Kauf genommen werden müssen. Zeiträume dieser Größenordnung können als charakteristische Zeiten für Unfallgeschehen im Flughafen-Nahbereich angesehen werden.

Mit Hilfe einer Diskussion der maßgeblichen Flugzeugparameter lässt sich beurteilen, inwieweit die für das verwendete Beispielflugzeug dargestellten Ergebnisse auch auf andere, vergleichbare Flugzeugmuster übertragbar sind.

Die wichtigsten Parameter, die Referenzfluggeschwindigkeit  $V_R$  und der Referenzbahnwinkel  $\gamma_R$ , sind zumindest für den Flugabschnitt des Landeanfluges bei der Mehrzahl der heutigen Verkehrsflugzeuge ähnlich. So ist der Bereich der zulässigen Anfluggeschwindigkeit, die bekanntlich bis zum Aufsetzen nach Möglichkeit konstant gehalten werden soll und damit das Maß der abzubremsenden kinetischen Energie beim Ausrollen bestimmt, durch die Länge von Start- und Landebahnen begrenzt. Der Bahnwinkel ist bei den derzeitigen Instrumentenlandesystemen (ILS) auf  $-2.5^\circ$  bis  $-3^\circ$  standardisiert. Angaben, die im Verlauf dieser Arbeit zu diesen beiden Größen sowie zu daraus abzuleitenden Größen wie

- Bahngeschwindigkeit  $u_{Kk,R}$ ,
- Sinkgeschwindigkeit  $H_R$ ,
- den Derivativa  $X_\gamma = -g \cos \gamma_R$  und  $Z_\gamma = g \sin \gamma_R / u_{Kk,R}$

gemacht wurden, sind somit ohne weiteres auch auf andere Verkehrsflugzeuge anwendbar (auch Zahlenangaben wie in den Gln.(156,175 f.)).

Unterschiede zwischen den verschiedenen Flugzeugtypen sind jedoch bei allen Termen zu erwarten, die eine Proportionalität zu den Geschwindigkeits-Derivativa  $X_V$  und  $Z_V$  aufweisen (vgl. Anhang A5). Dies sind im wesentlichen die in Abhängigkeit der Windgradienten berechneten Kreisfrequenzen der Phygoide (Gln.(138,150,175,186)).

Hier geht zum einen die *aerodynamische Güte* ein, die sich als das Verhältnis von Widerstandsbeiwert  $C_W$  zu Auftriebsbeiwert  $C_A$  ausdrücken lässt und durch Tragflügelprofil und Rumpfform vorgegeben, jedoch auch durch entsprechende Ausschläge von Landeklappen, Vorflügeln und Spoilern beeinflusst werden kann. Zum anderen hängen die genannten Derivativa vom Triebwerkstyp und der damit verbundenen Proportionalität des erzeugten Schubes zur Fluggeschwindigkeit  $V$  ab. Je nach verwendetem Triebwerkstyp können sich dabei nicht nur quantitative, sondern wegen des möglichen Vorzeichenwechsels des  $F_V$ -Terms auch qualitative Unterschiede ergeben, die sich im übrigen auch in dem Referenzwert der Abklingkonstanten  $\delta_R$  der Phygoidwurzeln niederschlagen (Gln.(137,149,174,185)). Die Auswirkung des Polarenwertes ( $C_A/C_W$ ) und des Triebwerkeinflusses  $F_V$  muss daher im Einzelfall mit Hilfe der angegebenen Gleichungen berechnet werden.

Auch die Flächenbelastung  $G/S = m \cdot g / S$  geht an denselben Stellen in die Überlegungen ein. In [131] ist eine sehr detaillierte und anschauliche Darstellung der Variation dieser Flugleistungsparameter angegeben.

Unberücksichtigt blieben in der vorliegenden Untersuchung die dynamischen Eigenschaften der verschiedenen Triebwerkstypen, die beim Auftreten größerer Verzögerungszeiten zwischen dem Einsetzen einer Windscherung und einer entsprechenden manuellen Schubanpassung entscheidende Bedeutung erlangen können [117].

Aus flugbetrieblichen Gründen besteht die operationelle Anforderung, anhand weniger Kennwerte, die bekannt sein müssen und Flugzeugsystem und meteorologisches Szenario charakterisieren, eine zuverlässige Prognose über die weiterhin sichere Durchführung eines Fluges in einer Windscherung zu erhalten. Dabei kann man davon ausgehen, dass die Gefährdung zwangsläufig dann am größten ist, wenn das Flugzeug ohne jegliche Korrekturmaßnahme seitens des Piloten bzw. automatischen Flugreglers in einer ungesteuerten Eigenbewegung auf die Windänderungen antwortet. Fassen wir die Ergebnisse der vorhergegangenen Kapitel unter diesem Gesichtspunkt zusammen, so lässt sich folgende Lösungsmöglichkeit für die obige Aufgabe vorschlagen:

In den Abschnitten 6.2 und 6.3 wurde nachgewiesen, dass das dynamische Bewegungsverhalten von ungesteuerten Flugzeugen zumindest in linearen Windscherungen mit guter Genauigkeit mit Hilfe von einfachen analytischen Beziehungen beschrieben werden kann. Für alle in der Flugzeug-Symmetrieebene möglichen Formen von Windscherungen mit konstanten Gradienten lassen sich geeignete Ingenieurmodelle zur Darstellung der Flugzeug-Eigenbewegung im flugbetrieblich wichtigen Zeitbereich von 20 bis 60 Sekunden nach Einsetzen der Windscherung angeben. Die gesuchten Eigenwerte des Flugzeugs können zur Bestimmung der analytischen Zeitverläufe von Bahngeschwindigkeit, Bahnwinkel sowie Höhe und Flugweg berechnet werden. Neben den zu erwartenden Trajektorien des Flugzeugs lassen sich so die zeitlichen Verläufe von Fluggeschwindigkeit und näherungsweise auch Nickwinkel vorausbestimmen (z.B. auch on-line an Bord eines Flugzeugs).

Den Piloten und der Flugsicherung werden auf diese Weise unter Annahme des *worst case* wertvolle Prognosen über die Sicherheit des Flugbetriebs eines bestimmten Flugzeugtyps in einer Windscherung an die Hand gegeben mit dem unschätzbaren Vorteil, eine rechtzeitige Entscheidung über die ungefährdete Fortsetzung des Fluges oder über einen Abbruch des Starts bzw. der Landung zu treffen.



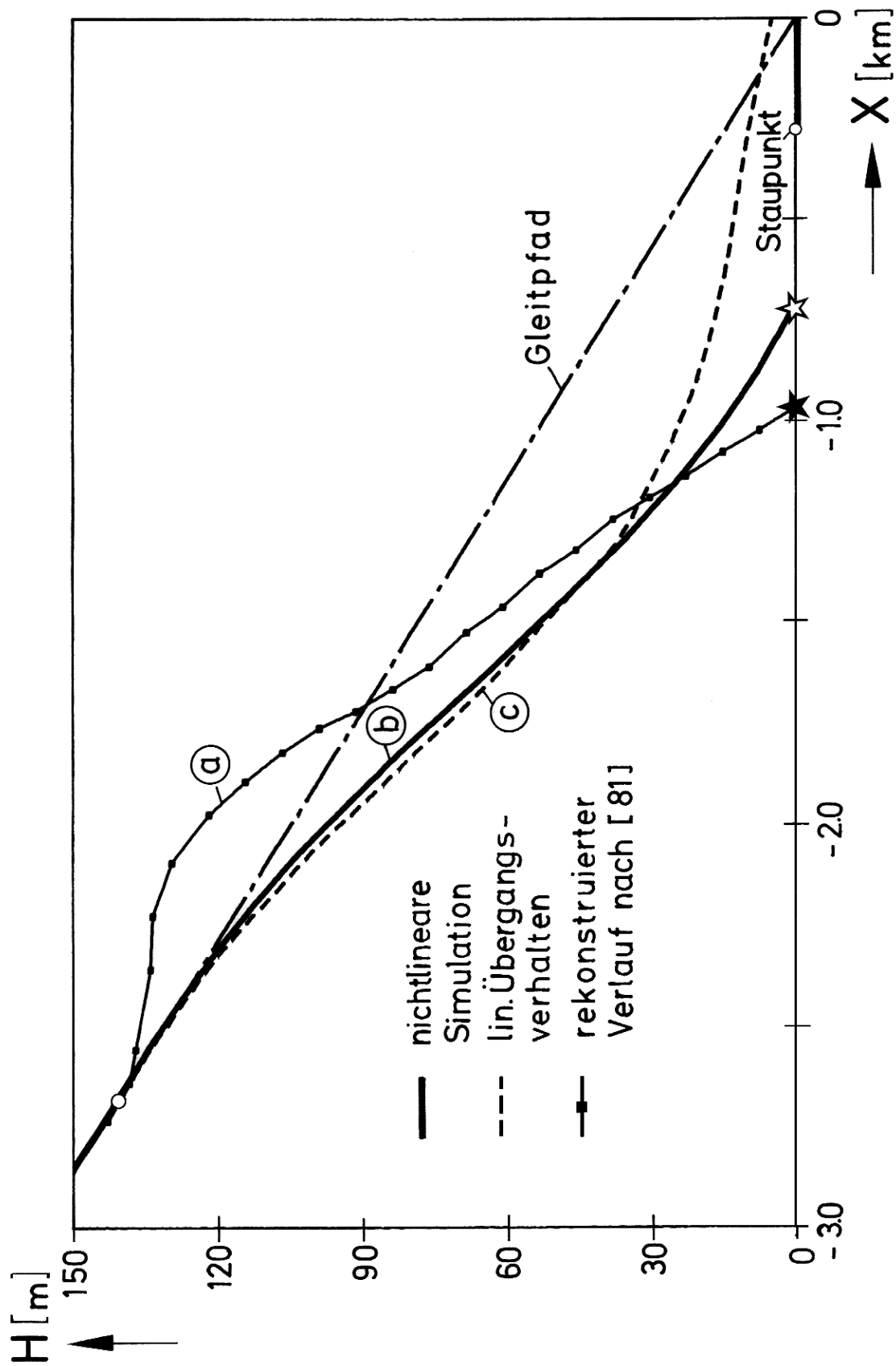


BILD 69: Darstellung des mit Hilfe der Übertragungsfunktionen erhaltenen Flugbahnverlaufs im Vergleich zu den Referenzbahnen aus BILD 68.

Eine Erweiterung der Anwendung dieser Erkenntnisse auf nichtlinear verlaufende Windscherungen ist denkbar und eröffnet neue Perspektiven, beispielsweise bei der Frage nach einer Anwendbarkeit der TAYLORSchen Hypothese auf niederfrequente Änderungen der Horizontal- und Vertikalwindkomponente. So ist erwägenswert, die Bewegungsvorgänge abschnittsweise zu linearisieren und die einzelnen Verläufe unter Beachtung der Rand- und Übergangsbedingungen dominoartig aneinanderzuhängen, um so eine geschlossene Lösung für den gesamten Bewegungsverlauf zu erhalten.

Es sei abschließend erwähnt, dass zur Ermittlung der Flugzeugtrajektorien ohne weiteres auch das Übertragungsverhalten des Flugzeugs bei einer Anregung durch eine Rampenfunktion w nach Gl.(107) bestimmt und nach Berechnung der Flugzeug-Eigenwerte sowie einer LAPLACE-Rücktransformation wieder im Zeitbereich dargestellt werden kann [106]. Unter Berücksichtigung der Gln.(66,67) lassen sich anschließend nach numerischer Integration die zugehörigen Bahnkoordinaten angeben. Diese Methode ist allerdings aufwendiger als die Lösung der in der vorliegenden Arbeit angegebenen analytischen Gleichungen. Sie wird jedoch hier angeführt, weil sie Erweiterungsmöglichkeiten bietet zur Berücksichtigung von Stellgrößenveränderungen, die z.B. vom Piloten oder Autopiloten vorgenommen werden. Verlauf und Stabilität der Bewegung werden durch diese linearisierte Rechnung recht gut wiedergegeben (BILD 69). Abweichungen zwischen der nichtlinear simulierten und der auf der Grundlage der Übertragungsfunktionen linearisierten Bahn sind hauptsächlich auf die Näherungsbeziehungen zurückzuführen, die bei der Bestimmung der Eigenwerte nach Abschnitt 6 verwendet werden. So liefern die Näherungen insbesondere für die Phygoidfrequenz häufig zu große Werte, wodurch dann die Phygoid-Wellenlänge zu klein ist. Im BILD 69 ist dieser Einfluss im Vergleich zwischen den Kurven (b) und (c) zu erkennen. Wie BILD 70 zeigt, werden die zeitlichen Verläufe von Bahngeschwindigkeit, Bahnwinkel und Höhe auf diese Weise mit guter Genauigkeit angenähert, wobei wiederum eine Übereinstimmung für einen Zeitbereich von etwa 20 bis 60 Sekunden gegeben ist.

Welche der beiden Methoden zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines Flugzeugs in einer Windscherung verwendet wird, sollte von den Gegebenheiten des Einzelproblems abhängig gemacht werden. Beide Lösungswege, sowohl die analytischen Näherungsbeziehungen dieser Arbeit als auch die Verwendung von Übertragungsfunktionen, liefern als technische Ingenieurmodelle hinreichend genaue Ergebnisse und sollten in der Praxis weiter erprobt werden.

Kap.7: Diskussion der Ergebnisse

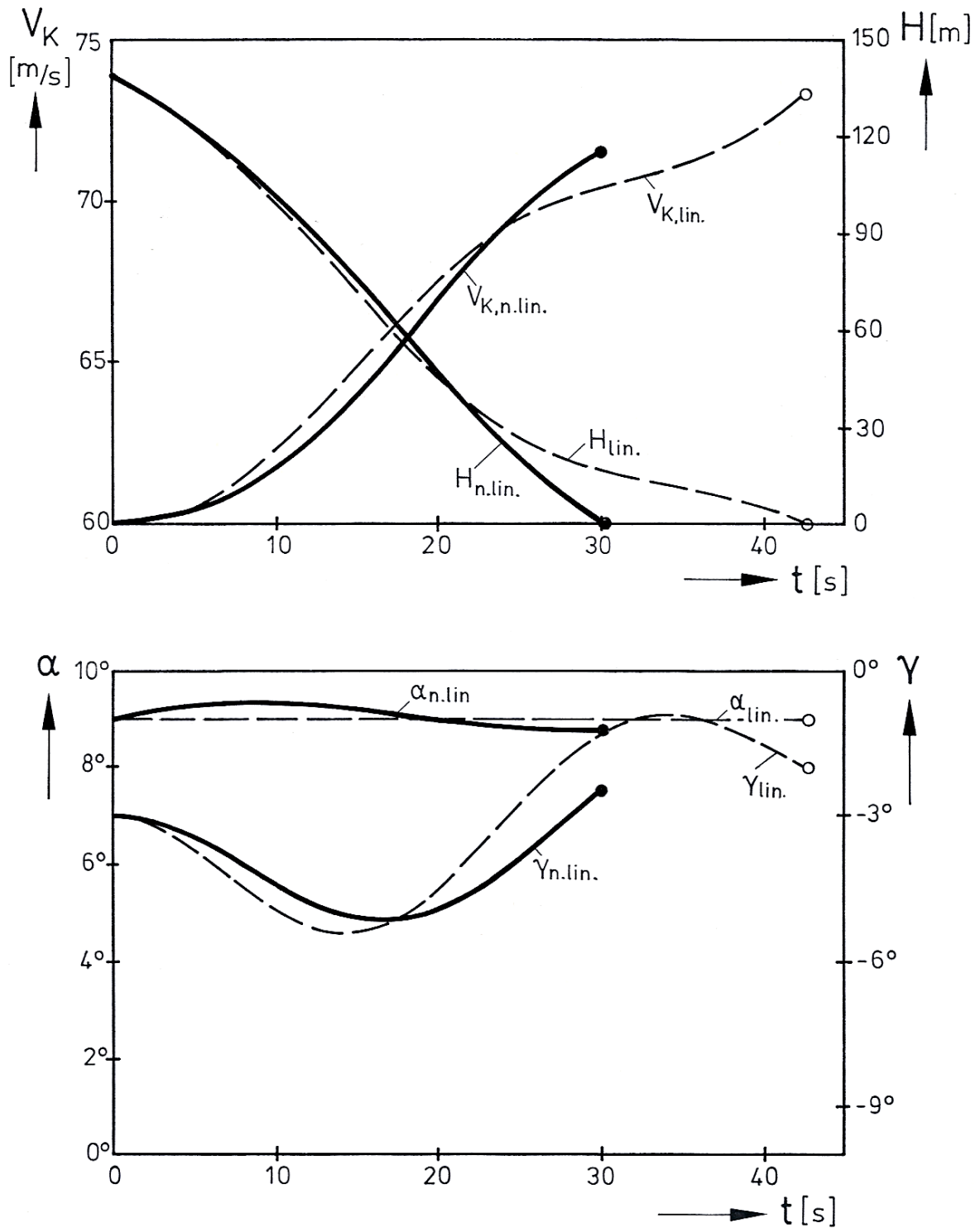


BILD 70: Zeitverläufe verschiedener Flugzustandsgrößen aus nichtlinearer Simulation und aus linearisierten Übergangsfunktionen.

## 8. Zusammenfassung

Aufgabe der vorliegenden Untersuchung ist es, die Zusammenhänge zwischen den auf ein Flugzeug einwirkenden Windeinflüssen, speziell Windscherungen, und dem daraus resultierenden dynamischen Verhalten des ungesteuerten Flugzeugs zu verdeutlichen.

Aus einer Reihe von meteorologischen Grundsituationen, in denen Windscherungen zu beobachten sind, erweist sich der sog. *downburst* (Gewitter-Fallwind) nach den Ergebnissen von Flugunfallanalysen als die gefährlichste. Für diesen Strömungsvorgang wurde ein einfaches strömungsmechanisches Modell aufgestellt, das die wesentlichen Parameter der Windscherung (konstante Windgradienten innerhalb der Strömungsgrenzen) wiedergibt. Aus vorliegenden Messungen konnte ein empirischer Zusammenhang zwischen den beiden beteiligten Hauptdiagonalelementen des Gradienten des Windvektors entwickelt werden, der die systematische Untersuchung der Einflüsse dieses Strömungsvorgangs auf die Stabilität und das dynamische Bewegungsverhalten eines ungesteuerten Flugzeugs gestattet.

Dazu wurde das nichtlineare Differentialgleichungssystem der Flugzeug-Längsbewegung um die entsprechenden Windeinflüsse erweitert und nach den üblichen Methoden linearisiert. Die auf das Flugzeug wirkenden Windgrößen sind von den Zustandsparametern der Flugzeugbewegung abhängig und müssen bei der Aufstellung der Systemmatrix berücksichtigt werden.

Es erwies sich als ausreichend, den Einfluss des Windes mit Hilfe der linearen Ableitungen der Windkomponenten nach den Ortskoordinaten, den Windgradienten, zu charakterisieren und die stationären Windkomponenten wie auch die Ableitungen höherer Ordnung außer acht zu lassen.

Alle vier in der Flugzeug-Längsbewegung vorkommenden Windgradienten haben Einfluss auf die Lage der Phygoidwurzeln, wobei auch aperiodisch bzw. dynamisch instabile Eigenwerte auftreten können. Wegen der Weg- bzw. Höhenabhängigkeit der Windgeschwindigkeiten entstehen ortsveränderliche Luftkräfte, die zu den zusätzlichen Eigenwerten *Höhenwurzel* und *Wegwurzel* führen, wenn die Windscherung durch ein Hauptdiagonalelement des Gradienten des Windvektors beschrieben wird. Diese aperiodisch auftretenden Wurzeln können zahlenmäßig mit guter Näherung dem Wert der beteiligten Windgradienten gleichgesetzt werden und sind entsprechend dem Vorzeichen der Gradienten stabil oder instabil.

Für alle in der Flugzeug-Symmetrieebene möglichen Formen von Windscherungen mit konstanten Gradienten lassen sich geeignete *Ingenieurmodelle* zur Darstellung der Flugzeug-Eigenbewegung im flugbetrieblich wichtigen Zeitbereich von 20 bis 60 Sekunden nach Einsetzen der Windscherung angeben. Die einfachen analytischen Gleichungen beschreiben den Zeitverlauf von Bahngeschwindigkeit und Bahnwinkel und liefern nach einer numerischen Integration auch die Trajektorien des Flugzeugs. Ferner können die Verläufe von Fluggeschwindigkeit und Nickwinkel näherungsweise ermittelt werden.

In dem angesetzten *downburst*-Modell sind die beiden Hauptdiagonalelemente  $u_{wx}$  und  $w_{wz}$  des Gradienten des Windvektors enthalten, die neben einer veränderten Lage der Phygoidwurzeln sowohl zu einer Höhen- als auch einer Wegwurzel führen. Wegen der zugrundeliegenden strömungsmechanischen Zusammenhänge ist  $u_{wx}$  immer positiv, so dass die Wegwurzel in jedem Fall (wenn auch nur sehr schwach) instabil ist, während die aperiodische Höhenwurzel stabil ist, da  $w_{wz}$  stets einen negativen Wert aufweist. Die aperiodischen Bewegungen haben große Zeitkonstanten und sind daher für den gesamten Bewegungsablauf nur von untergeordneter Bedeutung.

Abhängig von der Größe der beiden Gradienten des Gewitterfallwinds kann die Phygoide dynamisch instabil werden. Eine Gefährdung der Flugsicherheit geht dabei jedoch offensichtlich weniger von der Tatsache aus, dass ein instabiler Schwingungscharakter der langsamen Bahnschwingung mit aufklingenden Amplituden vorliegt.

Erfolgt die Anregung der schlechtgedämpften Schwingung in einer niedrigen Flughöhe, so wird i.a. vielmehr der Einschwingvorgang noch nicht völlig abgeklungen sein, bevor das Flugzeug den Boden erreicht. Ein folgenschwerer Absturz wird unvermeidbar, wenn die während dieses Einschwingens entstehenden großen Vertikalablagen vom beabsichtigten Gleitpfad aufgrund der hohen Pilotenbelastung im Landeanflug überhaupt nicht oder aber zu spät bemerkt werden.

Der steiler werdende Bahnwinkel ist im Wesentlichen auf ein Leistungsdefizit zurückzuführen, das dem Gradienten  $u_{wx}$  direkt proportional ist. Weitere wichtige Einflussgrößen sind die Referenzfluggeschwindigkeit  $V_R$  und der Referenzbahnwinkel  $\gamma_R$ , bei der Betrachtung der Phygoidfrequenz auch die aerodynamische Güte  $C_W/C_A$ .

Da die heutigen Verkehrsflugzeuge zumindest im Landeanflug aufgrund der flugbetrieblichen Gegebenheiten standardisierte Werte von Fluggeschwindigkeit und Bahnwinkel einhalten, sind die angegebenen Näherungsgleichungen, sofern sie nur von diesen beiden Parametern abhängen, universell verwendbar.

Um das Flugverhalten eines Flugzeugs für den zur Debatte stehenden Zeitraum von 20 bis 60 Sekunden nach Einflug in die Windscherung zu prognostizieren, wird vorgeschlagen, die in der Untersuchung behandelten Ingenieurmodelle für die Beschreibung der ungesteuerten Flugzeugbewegung einzusetzen. Auf diese Weise wird den Piloten oder der Flugsicherung die Entscheidung ermöglicht, ob z.B. ein Landeanflug unter Scherwindbedingungen weiterhin sicher durchgeführt werden kann oder besser abgebrochen werden sollte.

Aufgrund des einfachen Aufbaues dieser linearisierten Simulationsmodelle sind sie auch für den *on-line*-Betrieb an Bord eines Flugzeugs geeignet.

## 9. Literatur

- [1] L. TAYLOR  
Wind Shear on the Approach - a Comment.  
Shell Aviation News No.363, 1971, p. 21
- [2] J. WIERINGA  
Representativeness of Wind Observations at  
Aerodromes.  
Bull. Am. Met. Soc. Vol.61, No.9, Sept. 1980
- [3] Criteria for Approving Category I and Category  
II Landing Minima for FAR 121 Operators.  
FAA - Advisory Circular 120-29, 25.9.1970,  
Federal Aviation Administration (Hrsg.), USA  
Automatic Landing Systems (ALS).  
FAA - Advisory Circular 20-57 A, 12.1.1971,  
Federal Aviation Administration (Hrsg.), USA
- [4] Betriebsordnung für Luftfahrtgerät (LuftBO).  
Bundesanstalt für Flugsicherung (Hrsg.),  
Febr. 1979
- [5] P. KRAUSPE  
Scherwindmessungen im Linienflugbetrieb. In:  
Beiträge zum 10. Symposium „Bordintegrierte  
Flugdatensysteme“, Aachen, 26.-27. März 1980,  
DFVLR-Mitt. 80-09, März 1980
- [6] Aircraft Accident Report - Iberia Lineas de  
Espana (Iberian Airlines), McDonnell Douglas  
DC-10-30, EC CBN, Logan International Airport  
Boston, Massachusetts, Dec. 17, 1973,  
National Transportation Safety Board (Hrsg.)  
NTSB - AAR - 74-14, Nov. 1974
- [7] Aircraft Accident Report - Eastern Air Lines,  
Inc., Boeing 727-225, N 8845 E, John F. Ken-  
nedy International Airport, Jamaica, New York,  
June 24, 1975,  
National Transportation Safety Board (Hrsg.),  
NTSB - AAR - 76-8, March 1976
- [8] Aircraft Accident Report - Continental Air Lines,  
Inc., Boeing 727-224, N 88777, Stapleton Inter-  
national Airport, Denver, Colorado,  
August 5, 1975,  
National Transportation Safety Board (Hrsg.),  
NTSB - AAR - 76-14, May 1976
- [9] T.T. FUJITA,  
F. CARACENA  
An Analysis of Three Weather-Related-Aircraft  
Accidents.  
Bull. Am. Met. Soc. Vol.58, No.11, Nov. 1977
- [10] Aeronautical Requirements for Wind Shear Data.  
ICAO/WMO (Hrsg.), Eighth Air Navigation  
Conference, AN Conf /8-WP/7,  
CAeM Ext. (74)/ Doc.8, 30/11/73
- [11] Engineering and Development Program Plan:  
Wind Shear.  
Federal Aviation Agency (Hrsg.), FAA - ED -  
15-2, March 1976  
FAA - ED - 15-2a, Aug. 1977
- [12] G. SCHÄNZER  
Böenmodelle für Anwendungen in der Flug-  
dynamik. Z. Flugwiss. Weltraumforschung 1  
(1977), Heft 3
- [13] O.H. GERLACH,  
G.A.J. VAN DE MOESDIJK,  
J.C. VAN DER VAART  
Progress in the Mathematical Modelling of  
Flight in Turbulence.  
AGARD-CP-140, Flight in Turbulence, 1973
- [14] G.A.J. VAN DE MOESDIJK  
Simulation of Patchy Atmospheric Turbulence  
Based on Measurement of Actual Turbulence.  
AGARD-CP-198. Flight Simulation / Guidance  
System Simulation, 1976
- [15] B.N. TOMLINSON  
Developments in the Simulation of Atmospheric  
Turbulence.  
AGARD-CP-198. Flight Simulation/Guidance  
System Simulation 1976
- [16] Vertical Wind Shear in the Lower Layers of the  
Atmosphere.  
World Meteorological Organization (Hrsg.),  
Technical Note No.93,  
WMO-No.230.T.P.123, Genf 1969
- [17] Study of the Operational Requirements for the  
Measurement and Reporting of Wind Shear at or  
near the Surface (Task 5.17-1/16).  
Measurement and Reporting of Wind Shear and  
Turbulence at Low Levels (Task 15.19-1/62).  
ICAO Air Navigation Commission (Hrsg.),  
AN-WP/ 4684, 31/5/77
- [18] L. LANGWEIL  
Wind Shear Program and Status.  
AIAA Paper 76-386, presented at the AIAA  
9th Fluid and Plasma Dynamics Conference,  
San Diego, Cal., July 1976

## Kap.9: Literatur

- [19] G.E. GREENE ET. AL.  
Wind Shear Characterization.  
FAA-RD-77-33, Febr. 1977
- [20] J.M. LEHMANN,  
R.K. HEFFLEY,  
W.F. CLEMENT  
Simulation and Analysis of Wind Shear Hazards.  
Final Report.  
FAA-RD-78-7, Dec. 1977
- [21] G.H. FICHTL,  
D.W. CAMP,  
W. FROST  
Sources of Low-Level Wind Shear Around  
Airports. Journal of Aircraft, Vol.14, No.1,  
Jan. 1977, pp. 5-14
- [22] THE LATEST ON WIND SHEAR  
DC Flight Approach, No.26/1979.  
McDonnell Douglas Aircraft Comp.,  
St. Louis, Miss.
- [23] W. FROST,  
D.W. CAMP,  
S.T. WANG  
Wind Shear Modelling for Aircraft Hazard  
Definition.  
Interim Report, FAA-RD-77-36, March 1977,  
Final Report, FAA-RD-78-3, Febr. 1978
- [24] W.S. LEWELLEN,  
M. E. TESKE,  
H. SEGUR  
Turbulent Transport Modell of Wind Shear in  
Thunderstorm Gust Fronts and Warm Fronts.  
NASA CR-3002, May 1978
- [25] K.E. MITCHELL  
A Numerical Investigation of Severe  
Thunderstorm Gust Fronts.  
NASA CR-2635, Dec. 1975
- [26] R.W. SINCLAIR,  
R.A. ANTHES,  
H.A. PANOFSKY  
Variation of the Low Level Winds During the  
Passage of a Thunderstorm Gust Front.  
NASA-CR-2289, July 1973
- [27] R.C. GOFF  
Thunderstorm-Outflow Kinematics and  
Dynamics.  
NOAA TM ERL NSSL-75, Boulder,  
Dec. 1975, (N 76-28795)
- [28] R.C. GOFF,  
J.T. LEE,  
E.A. BRANDES  
Gust Front Analytical Study.  
Final Report, FAA-RD-77-119, Dec. 1977
- [29] D.E. DURHAM,  
W. FROST  
Current Research on Aviation Weather  
(Bibliography) . NASA CR-3076, Dec. 1978
- [30] B. ETKIN  
Effect of Wind Gradients on Glide and Climb.  
Journal of Aeronautical Sciences, Vol.14,  
June 1947, pp. 365-367
- [31] D.W. SAXTON  
The Nature and Causes of Clear-Air Turbulence.  
AIAA Paper No.66-966, presented at the  
AIAA 3rd Annual Meeting, Boston, Mass.,  
Nov. 29 - Dec. 2, 1966
- [32] G. MERSON  
Technisches Informationsblatt der Air France,  
1963.  
zitiert in: H. Dreyling, Der Einfluß von  
Windscherungen auf Flugzeuge unter besonderer  
Berücksichtigung der Lande- und Anflugphasen.  
DLH-CF-Informationen 3/75, Juni 1975
- [33] J.K. LUERS,  
J.B. REEVES  
Effects of Shear on Aircraft Landing.  
NASA CR-2887, Nov. 1972
- [34] L. PRANDTL  
Mein Weg zu hydrodynamischen Theorien.  
Phys. Bl. 4, Jg. (1948), pp. 89-92  
in: L. Prandtl, Gesammelte Abhandlungen,  
Dritter Teil. Springer-Verlag 1961
- [35] C.T. SNYDER  
Analog Study of the Longitudinal Response of a  
Swept-wing Transport Airplane to Wind Shear  
and Sustained Gusts during Landing Approach.  
NASA TN 0-4477, Apr. 1968
- [36] W.W. MELVIN  
Effects of Wind Shear on Approach with  
Associate Faults of Approach Couplers and  
Flight Directors.  
AIAA Paper 69-796, AIAA Aircraft Design and  
Operations Meeting, Los Angeles, Cal.,  
July 14-16, 1969
- [37] W.W. MELVIN  
Effects of Wind Shear on Approach.  
Pilots Safety Exchange Bulletin 70-103-105,  
Flight Safety Foundation Inc., Apr./June 1970
- [38] J. GERA  
The Influence of Vertical Wind Gradients on the  
Longitudinal Motion of Airplanes.  
NASA TN 0-6430, Sept. 1971
- [39] W.L. SHERMAN  
Theoretical Analysis of Airplane Longitudinal  
Stability and Control as Affected by Windshear.  
NASA TN D-8496, July 1977

## Kap.9: Literatur

- [40] W.L. SHERMAN  
Theoretical Study of the Effects of Wind Velocity Gradients on Longitudinal Stability and Control in Climbing and Level Flight.  
NASA Technical Paper 1332, Dec. 1978
- [41] J. MCCARTHY,  
E. BLICK,  
R.R. BENSCH,  
N.R. SARABUDLA  
Effect of Wind Turbulence and Shear on Landing Performance of Jet Transports.  
AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting, Paper 78-249, Huntsville, Al., Jan. 1978
- [42] J.C. v.d. VAART  
Aircraft Response to Windshears and Downdraughts.  
Delft University of Technology, Memorandum M-311; Paper presented at the AGARD Flight Mechanics Panel Symposium on Stability and Control, Ottawa, Canada, 1978
- [43] J. MCCARTHY,  
E.F. BLICK,  
R.R. BENSCH  
A Spectral Analysis of Thunderstorm Turbulence and Jet Transport Landing Performance.  
American Meteorological Society: Conference on Atmospheric Environment of Aerospace and Applied Meteorology. New York, Nov. 14-16, 1978
- [44] J. MCCARTHY,  
E.F. BLICK,  
R.R. BENSCH  
Jet Transport Performance in Thunderstorm Wind Shear Conditions.  
NASA CR-3207, Dec. 1979
- [45] M.J. ABZUG  
Airspeed Stability under Wind Shear Conditions.  
Journal of Aircraft, Vol.14, No.3, pp. 311-312, March 1977
- [46] D.J. MOORHOUSE  
Airspeed Control under Wind Shear Conditions.  
Journal of Aircraft, Vol.14, No.12, p. 1244, Dec. 1977
- [47] J.C. HOUBOLT  
Survey on Effect of Surface Winds on Aircraft Design and Operation and Recommendations for Needed Wind Research.  
NASA CR-2360. Dec. 1973
- [48] J.J. SHRAGER  
Wind Shear: A Literature Search, Analysis, and Annotated Bibliography.  
Final Report. FAA-RD-76-114, Febr. 1977
- [49] G.E. HABERCOM Jr.  
Wind Shear. Volume 1. 1964-1975.  
Citations from the NTIS Data Base.  
NTIS/PS-78/1314, Dec. 1978
- [50] G.E. HABERCOM Jr.  
Wind Shear. Volume 2. 1976-Nov.1979.  
Citations from the NTIS Data Base.  
NTIS/PB-80-802986, Dec. 1979
- [51] D.W. BERAN  
Remote Sensing Wind and Wind Shear System  
FAA-RD-74-3, Febr. 1974
- [52] R.W. CAMPAGNA  
Mathematical Wind Gust Model and Computer Programs for Use with Aircraft Simulations.  
Research and Development Technical Report.  
US Army ECOM - 3479 (72 N 18648)
- [53] H. SCHLICHTING  
Grenzschicht-Theorie.  
Verlag G. Braun, Karlsruhe 1965
- [54] R.C. LOCK  
The Velocity Distribution in the Laminar Boundary Layer between Parallel Streams.  
Quart.J.Mech.Appl.Math. Vol.IV, Pt.1 (1951).  
pp. 42-63
- [55] R.D. SMALL  
Two-Stream Mixing: A Variational Solution.  
AIAA Journal, Vol.16, No.1, Jan. 1978,  
pp. 83-85
- [56] W. SCHMIDT  
Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen.  
Bd.VII der Reihe "Probleme der kosmischen Physik", Henri Grand, Hamburg 1925
- [57] R.C. GOFF  
Winds and Wind Shear In-Situ Sensors.  
Proceedings: Fourth Annual Workshop on Meteorological and Environmental Inputs to Aviation Systems.  
FAA-RD-80-67, March 1980
- [58] J. BADNER  
Low-Level Wind Shear: A Critical Review.  
NOAA Techn. Memorandum NWS FCST-23.  
National Oceanic and Atmospheric Administration, Silver Spring, Md., Apr. 1979
- [59] L. PRANDTL,  
W. TOLLMIEHN  
Die Windverteilung über dem Erdboden, errechnet aus den Gesetzen der Rohrströmung.  
Zeitschrift für Geophysik, 1. Jg (1924), S.47-55,  
in: L. Prandtl, Gesammelte Abhandlungen, Dritter Teil. Springer-Verlag 1961



## Kap.9: Literatur

- [60] A.G. DAVENPORT  
Rationale for Determining Design Wind Velocities.  
J.Struct.Div. ASCE, Vol.86, 1960
- [61] O.G. SUTTON  
Micrometeorology. A Study of Physical Processes in the Lowest Layers of the Earth's Atmosphere.  
McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London 1953
- [62] Airworthiness Requirements for Automatic Landing in Restricted Visibility Down to Category III.  
British Civil Airworthiness Requirements, Paper No.367, Issue 3, Working Draft, Air Registration Board (ARB), June 1970
- [63] Background Information And User Guide for Mil-F-9490 D, Flight Control Systems – Design, Installation and Test of Piloted Aircraft, General Specification.  
Techn. Rep. AFFDL-TR-74-116. The Boeing Company, Wichita Division, Wichita, Kansas, Jan. 1975.
- [64] L. PRANDTL  
Führer durch die Strömungslehre.  
Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig 1956.
- [65] V.W. EKMAN  
Dynamische Gesetze der Meeresströmungen. In: „Vorträge aus dem Gebiet der Hydro- und Aerodynamik, Innsbruck 1922“, von v. KARMAN und LEVI-CIVITA (Hrsg.). Springer-Verlag, Berlin 1924
- [66] R. KÖNIG,  
P. KRAUSPE  
Start und Durchstart unter Scherwindeinfluss. Mitt. SFB 58-80-05-01, Sonderforschungsbereich 58 „Flugführung“ der TU Braunschweig, Mai 1980
- [67] W.D. BONNER  
Statistical and Kinematical Properties of the Low-Level Jet Stream.  
SMRP Research Paper 38, Jan. 1965. Department of Geophysical Sciences, The University of Chicago
- [68] R. SLÁDKOVIC,  
H.J. KANTER  
Low-Level Jet in the Bavarian Pre-Alpine Region.  
Arch. Met. Geoph. Biokl., 1977, pp. 343-355
- [69] P.R. HIGGINS,  
A. ROOSME  
Hazards of Landing Approaches and Take-offs in a Windshear Environment.  
Boeing Airliner, Jan. 1977
- [70] E.R. REITER  
Meteorologie der Strahlströme (Jet Streams)  
Springer-Verlag, Wien 1961, p. 248ff
- [71] Y. IZUMI,  
M.L. BARAD  
Wind and Temperature Variations during Development of a Low-Level Jet.  
A. Appl. Meteorology, Vol.2, Oct. 1963, pp. 668-673
- [72] D. ETLING  
Zur Modellierung des Grenzschichtstrahlstromes. Symposium „Nächtliche Grenzschichtstrahlströme“ 18.-19.6.1980, Traben-Trarbach
- [73] R. ROTH  
Der nächtliche Grenzschichtstrahlstrom. Symposium „Nächtliche Grenzschichtstrahlströme“ 18.-19.6.1980, Traben-Trarbach
- [74] W. EICHENBERGER  
Flugwetterkunde. Handbuch für die Fliegerei. Schweizer Druck- und Verlagshaus AG, Zürich 1962
- [75] A.G. KEUL  
Alpenwetter und Flugunfälle. Dissertation zum Hauptfach Meteorologie, Universität Wien, 1978
- [76] W. GEORGII  
Flugmeteorologie.  
Akademische Verlagsgesellschaft m.b.H., Frankfurt/Main, 1956
- [77] D.F. SOWA  
Low-Level Wind Shear - Its Effects on Approach and Climbout.  
DC Flight Approach No. 20/1974, pp. 10-17. McDonnell Douglas Aircraft Comp., St.Louis, Miss.
- [78] G.G. WILLIAMSON,  
W.S. LEWELLEN,  
M. E. TESKE  
Model Predictions of Wind and Turbulence Profiles Associated with an Ensemble of Aircraft Accidents.  
NASA CR-2884, July 1977
- [79] Aircraft Accident Report - Allegheny Airlines, Inc., Douglas Dc-9, N994 VJ, Philadelphia, Penn., June 23, 1976.  
National Transportation Safety Board (Hrsg.), NTSB-AAR-78-2, Jan. 1978
- [80] T.TH. FUJITA,  
F. CARACENA  
Common Denominator of Three Weather-Related Aircraft Accidents.  
American Meteorological Society: 10th Conference on Severe Local Storms, Omaha, Nebr., Oct. 18-21, 1977

## Kap.9: Literatur

- [81] T.TH. FUJITA  
Spearhead Echo and Downburst near the Approach End of a John F. Kennedy Airport Runway, New York City.  
The University of Chicago, Department of the Geophysical Sciences.  
SMRP Research Paper 137, March 1976
- [82] C. COVAULT  
Heavy Rain Danger Called Greater Than Wind Shear.  
Aviation Week & Space Technology, Jan. 26, 1981
- [83] R.C. GOFF  
Some Observations of Thunderstorm-Induced Low-Level Wind Variations.  
AIAA-Paper 76-388, presented at the AIAA 9th Fluid and Plasma Dynamics Conference, San Diego, Cal., July 14-16, 1976
- [84] W. FROST,  
D.W. CAMP,  
S.T. WANG  
Thunderstorm Wind Shear Modelling for Aircraft Hazard Definition.  
WMO Technical Conference on Aviation Meteorology, TECAM Paper 23, Geneva, Nov.5-9, 1979
- [85] H.R. BYERS,  
R.R. BRAHAM  
The Thunderstorm.  
Report of the Thunderstorm Project.  
US Dep. of Commerce, Weather Bureau.  
Washington D.C., June 1949
- [86] B. ETKIN  
Dynamics of Atmospheric Flight.  
John Wiley & Sons Inc., New York, London, Sydney, Toronto, 1972
- [87] G. BRÜNING,  
X. HAFER  
Flugleistungen. Grundlagen, Flugzustände, Flugabschnitte.  
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978
- [88] W. JUST  
Flugmechanik. Steuerung und Stabilität von Flugzeugen.  
Verlag Flugtechnik, Stuttgart, 1965
- [89] R.G. JOPPA  
Wind Shear Detection Using Measurement of Aircraft Total Energy Change.  
NASA CR-137839, May 1976
- [90] DIN LN 9300, BEZEICHNUNGEN IN DER FLUGMECHANIK.  
Normenstelle für Luftfahrt, Dez. 1970
- [91] R. BROCKHAUS  
Flugregelung I: Das Flugzeug als Regelstrecke.  
R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1977
- [92] P. KRAUSPE,  
J. KLENNER  
Berücksichtigung des Windeinflusses in den flugmechanischen Gleichungen.  
Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 3 (1979), Heft 1, pp. 23-28, Jan.-Febr. 1979
- [93] H. SCHLICHTING,  
E. TRUCKENBRODT  
Aerodynamik des Flugzeugs. Band 1: Grundlagen aus der Strömungsmechanik und Aerodynamik des Tragflügels.  
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1967
- [94] G.I. TAYLOR  
Diffusion by Continuous Movements. Proc. London Math. Soc., Ser.2, 20, p. 196-211 (1921)
- [95] R. KÖNIG  
Die Kompensation von Scherwindauswirkungen durch Eingriff in den Energiehaushalt.  
Vortrag auf der DGLR-Fachausschußsitzung zum Thema „Energy Management“, Hamburg, 12. Dezember 1978.  
Sonderforschungsbereich 58 „Flugführung“ der TU Braunschweig, Bericht No.69, Dez. 1978
- [96] BRONSTEIN,  
SEMENDJAJEW  
Taschenbuch der Mathematik.  
Verlag Harri Deutsch, Zürich, Frankfurt/M. 1971
- [97] G. SCHÄNZER  
Flugmechanik II/III, Flugeigenschaften.  
Vorlesungsmanuskript zur Vorlesung am Lehrstuhl für Flugmechanik der TU Braunschweig, 1981
- [98] G. BRÜNING  
Flugmechanik IV, Mathematische Methoden: Die Anwendung der LAPLACE-Transformation in der Flugmechanik. Lehrstuhl für Flugmechanik der TU Braunschweig, 1972
- [99] P. KRAUSPE  
Die Gefährdung der Flugsicherheit durch Scherwind. Sonderforschungsbereich 58 „Flugführung“ der TU Braunschweig, Bericht No.62, Sept. 1977 (78 N 23073). auch DGLR-Jahrbuch 1977, Bd. I, Kap. 29
- [100] G. SACHS  
The Effects of Thrust Characteristics on Longitudinal Stability in Supersonic Flight. AGARD-CP-119, Stability and Control (1972), pp. 8-1 ÷ 8-15

## Kap.9: Literatur

- [101] P. HAMEL  
Einfluss des Dichtegradienten auf die Längsbewegung des Flugzeugs.  
Zeitschr. f. Flugwiss., Vol.14 (1966), No.11/12, pp. 471-475
- [102] K. WEISE  
Einfluß des Temperatur- und Dichtegradienten in der Atmosphäre auf die dynamische Längsstabilität von Flugzeugen.  
IFD-Bericht, März 1964, Institut für Flugtechnik der Technischen Hochschule Darmstadt
- [103] G. SACHS  
Statische Stabilität und aperiodische Instabilität im Unter- und Überschall.  
Zeitschr. f. Flugwiss., 23.Jg., Heft 10, Okt. 1975, pp. 341-346
- [104] Military Specification: Flying Qualities of Piloted Airplanes.  
MIL-F-8785 B (ASG), 7. Aug. 1969
- [105] CHALK,  
NEAL,  
HARRIS,  
PRITCHARD,  
WOODCOCK  
Background Information und User Guide for MIL-F-8785 B (ASG).  
AFFDL-TR 69-72, Aug.1969
- [106] H. SCHLÜTER  
Dynamische Längsstabilität von Verkehrsflugzeugen in Gewitter-Abwinden.  
Diplomarbeit 80-2 am Lehrstuhl für Flugmechanik der TU Braunschweig, Febr. 1980
- [107] F. FIEDLER  
Die Grenzschicht der Atmosphäre: Struktureller Aufbau.  
Promet, Heft 1, 1974
- [108] J. ENGLAND,  
H. ULBRICHT  
Flugmeteorologie.  
Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1980
- [109] W. MIX  
Empirische Befunde über die vertikale Verteilung des horizontalen Windvektors an niedertroposphärischen Inversionen unter besonderer Beachtung des Low-Level-Jet.  
Zeitschrift für Meteorologie. Band 31, Heft 4 (1981), S.220-242
- [110] F. WEBER  
Gewitter - Gefahr für die Verkehrsluftfahrt?  
Umschau 76 (1976), Heft 14, S. 459-461
- [111] L. NATKIN,  
W. E. HARDMAN  
Automated wind-shear alert system improves aviation safety.  
ICAO Bulletin, Vol.36, No.4, April 1981, pp. 22-25
- [112] W. FROST,  
K.R. REDDY  
Investigation of Aircraft Landing in Variable Wind Fields.  
NASA-CR-3073, Dec. 1978
- [113] G. SCHÄNZER  
Einfluß von verkoppelten instationären Böenstörungen auf die Flugzeuglängsbewegung. Dissertation, TU Braunschweig 1969
- [114] H. DUDDECK  
Ingenieure sind viel mehr als „nur“ Techniker.  
Zeitschrift „Beratende Ingenieure“. Heft 7/8, 1979
- [115] J.T. FREDERICKSON  
Wind Shear - An Update.  
Pilot Safety Exchange Bulletin.  
Flight Safety Foundation Inc., Arlington. Va., Mar./Apr. 1977.  
In: Shell Aviation
- [116] R. KÖNIG  
Manuelle und automatische Kompensation von Scherwindauswirkungen im Landeanflug.  
Dissertation (Arbeitstitel). Institut für Flugführung der TU Braunschweig, 1983
- [117] P. KRAUSPE  
Verzögerungs- und Totzeiteinflüsse bei Scherwindlandungen.  
Vortrag 79/029 auf dem DGLR/DGON-Symposium „Fliegen im Flughafennahbereich“. Hamburg 1979.  
Bericht No.70 aus dem Sonderforschungsbereich 58 „Flugführung“ der TU Braunschweig. April 1979
- [118] F. CARACENA  
The Microburst: Common Factor in Recent Aircraft Accidents.  
In: Proceedings: Fourth Annual Workshop on Meteorological and Environmental Inputs to Aviation Systems. University of Tennessee Space Institute, March 25-27, 1980.  
FAA-RD-80-67. NASA CP-2139
- [119] Aircraft Accident Report - Continental Air Lines. Inc.. Boeing 727-224, N32725. Tucson, Arizona, June 3, 1977,  
National Transportation Safety Board (Hrsg.), NTSB-AAR-78-9, 1. August 1978

---

*Kap.9: Literatur*

---

- |  |   |
|--|---|
| <p>[120] P. KRAUSPE<br/>Persönlicher Briefwechsel mit W. Pleysier,<br/>Amsterdam, März 1981</p> <p>[121] F. CARACENA<br/>A Comparison of Two Downbursts of<br/>Different Meso Scales.<br/>American Meteorological Society:<br/>Conference on Weatherforecasting and<br/>Analysis and Aviation Meteorology.<br/>Silver Spring, Md., October 16-19, 1978</p> <p>[122] T.T. FUJITA<br/>Microbursts as an Aviation Wind Shear<br/>Hazard.<br/>AIAA-Paper 81-0386, presented at the<br/>AIAA 19th Aerospace Sciences Meeting,<br/>St. Louis, Miss., Jan. 12-15, 1981</p> <p>[123] WINDSHEAR ENCOUNTER.<br/>British Airways Air Safety Review.<br/>Issue 12/18, p. 2, 1981</p> <p>[124] J. SHRAGER<br/>The Analysis of National Transportation<br/>Safety Board Large Fixed-Wing Aircraft<br/>Accident/Incident Reports for the Potential<br/>Presence of Low-Level Wind Shear.<br/>FAA-RD-77-169 (Final Report), Dec.1977</p> <p>[125] R. ASSMANN<br/>Die Winde in Deutschland. Vieweg-Verlag,<br/>Braunschweig, 1910</p> | <p>[126] G. HELLMANN<br/>Über die Bewegung der Luft in der untersten<br/>Schicht der Atmosphäre.<br/>Met. Zeitschr. 32 (1915), S. 1 ff.</p> <p>[127] H. KOSCHMIEDER<br/>Elementare Theorie der Linienböen und<br/>Schlotströmungen.<br/>Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1953</p> <p>[128] M.B. ALEXANDER,<br/>C.W. CAMPBELL<br/>Magnitude and Frequency of Wind Speed<br/>Shears and Associated Downdrafts.<br/>NASA CP-2170, Aircraft Safety and<br/>Operating Problems, 1981</p> <p>[129] R. ROTH<br/>Modelle für das Windprofil über einer rauhen<br/>und einer glatten Oberfläche.<br/>Beiträge zur Physik der Atmosphäre,<br/>45. Band, 1972, S. 277-304</p> <p>[130] W. ALLES<br/>Untersuchungen zur manuellen, regler-<br/>gestützten Führung eines Transportflugzeuges<br/>auf unkonventionellen Anflugbahnen.<br/>Dissertation, Institut für Flugführung der<br/>TU Braunschweig, 1980</p> <p>[131] G. SCHÄNZER<br/>Flugmechanik I, Flugleistungen.<br/>(Einführung in die Flugphysik)<br/>Vorlesungsmanuskript zur Vorlesung<br/>am Lehrstuhl für Flugmechanik der<br/>TU Braunschweig, 1981</p> |
|--|---|

## 10. Anhänge

A1	Unfälle durch Windscherungen .....	153
A2	Analyse verschiedener Gewitterabwinde .....	155
A3	Analyse der Auswirkung der Gradienten $u_{Wx}$ , $u_{Wz}$ , $w_{Wx}$ , $w_{Wz}$ auf die Flugzeugbewegung .....	171
A4	Daten des Beispielflugzeugs Airbus A300 .....	176
A5	Linearisierung der Bewegungs-Differentialgleichungen und weiterer Hilfgleichungen .....	178
A6	Analyse des Leistungsgleichgewichts eines Flugzeugs im Landeanflug unter dem Einfluss einer Windscherung mit konstanten Gradienten .....	179

## Anhang A1: Unfälle infolge Windscherungen

Zum Erkennen und nach Möglichkeit auch zur Reduktion der Gefahren für den normalen Flugbetrieb hat die amerikanische Luftfahrtbehörde FAA (Federal Aviation Administration) spezielle Forschungsprogramme ins Leben gerufen. Eines dieser Programme befasst sich mit den Gefahren, die durch Windscherungen entstehen [11]. Zu den im Forschungsprogramm definierten Aufgaben gehört es u.a., zurückliegende Unfälle auf mögliche Scherwindeinflüsse zu überprüfen, die bisher unerkannt geblieben sind. Das Projekt wurde in zwei Teilen durchgeführt, wobei sich ein Teil mit Flugzeugen mit einem Gesamtgewicht von 12.500 lb und mehr (größer 5,6 to) befasste. Nur diese Ergebnisse werden hier wiedergegeben.

Anhand der vorliegenden Daten von über 59.000 Unfällen oder Zwischenfällen, die bei der amerikanischen Flugunfalluntersuchungsbehörde NTSB (*National Transportation Safety Board*) gespeichert werden, wurde die Unfall-Liste nach vorgegebenen Kriterien maschinell durchsucht.

Es ergaben sich die folgenden Erkenntnisse [124]:

Von den untersuchten 59.465 Unfällen bzw. Zwischenfällen (incidents) ereigneten sich im Flughafen-Nahbereich 5.277 während der Startphase (= 9%) und 14.055 bei Anflügen und Landungen (= 24%). Von diesen Unfällen sind nach den vorgegebenen Suchkriterien (Gewicht größer 5,6 to, bestimmte meteorologische Bedingungen, die auf Windscherung schließen lassen) 25 auf die nachgewiesene oder vermutete Auswirkung von Scherwind zurückzuführen (= 0.13%).

In TABELLE A1.1 sind diese Unfälle chronologisch und mit der Angabe der wahrscheinlichen Scherwindsituation aufgelistet. Die Tabelle ist um vier weitere Unfälle bzw. Zwischenfälle ergänzt, die sich nach Abschluss der Untersuchungen ereigneten.

- In 16 der 29 Fälle wurde Gewitteraktivität in der unmittelbaren Nähe der Unfallstelle beobachtet. In allen Fällen war diese Wettersituation vor dem Eintreten des Unfalls bekannt.
- In 17 Fällen wurden intensive bis schwere Regenschauer entlang des Gleitpfades gemeldet. In 4 weiteren Fällen war der beobachtete Regen von mittlerer Stärke. Es kann davon ausgegangen werden, dass die schweren Regenschauer von intensiven Fallwinden (*Downburst*) begleitet waren.
- In 6 weiteren Fällen lag ein barometrischer Drucksprung zur Unfallzeit vor, der jedoch in nur 3 Fällen bereits vor dem eigentlichen Unfall festgestellt wurde. Bei allen 6 Unfällen konnte Gewitteraktivität festgestellt werden.
- In 10 der 28 Fälle registrierten vorhandene Bodenmeßgeräte eine bedeutende Winddrehung.
- In wenigstens 5 Fällen lagen Piloteninformationen über eine vorhandene Scherwindsituation vor, die nicht später als 15 Minuten vor dem Unfall abgegeben wurden.

**Fazit dieser Untersuchungen:**

- Scherwinde sind möglicherweise bei mehr Unfällen als unmittelbare Ursache anzusehen, als bisher angenommen wurde.
- Offensichtlich kommt es besonders in Gewitternähe zu gefährlichen Windscherungen, die den Flugbetrieb stark beeinträchtigen können.
- Schwere Regenschauer vergrößern die Gefährdung der Flugsicherheit zusätzlich, wobei oft starke Abwinde innerhalb der Niederschläge zu beobachten sind.
- Vorhandene meteorologische Bodeneinrichtungen haben in vielen Fällen Anhaltspunkte für mögliche Scherwindgefahren gemessen und aufgezeichnet. Die verfügbaren Informationen wurden aber oft nicht schnell genug an die Piloten weitergegeben.

	Datum	Flugzeugtyp	Unfallort / Staat	Meteorologische Information
1	01.03.1964	L 1049	Lake Tahoe, Nevada	Schnee
2	01.07.1964	B 720	New York (JFK)	Gewitter
3	24.12.1964	L 1049	San Francisco, Kalifornien	Regen/Nebel
4	17.03.1965	B 727	Kansas City, Missouri	Schneeschauer
5	27.02.1966	DC 8-33	New Orleans, Louisiana	Gewitter
6	08.06.1968	B 727	Salt Lake City, Utah	Gewitter
7	02.04.1970	C 401	Morrisville, North Carolina	Regen/Nebel
8	27.07.1970	DC 8	Naha Air Base, Okinawa	Regenschauer
9	04.01.1971	DC 3C	New York (LGA)	Regen
10	18.05.1972	DC 9	Ft. Lauderdale, Florida	Gewitter
11	26.07.1972	B 727	New Orleans, Louisiana	Gewitter
12	12.12.1972	B 707	New York (JFK)	Sprühregen/Nebel
13	03.03.1973	B 727	Wichita, Kansas	Gewitter
14	15.06.1973	DC 8	Chicago, Illinois	Gewitter
15	23.07.1973	FH 227	St. Louis, Missouri	Gewitter
16	28.10.1973	B 737	Greenboro, North Carolina	Regenschauer
17	27.11.1973	DC 9	Chattanooga, Tennessee	Gewitter
18	17.12.1973	DC 10	Boston (Logan), Massachusetts	Kaltfrontdurchzug/Regen
19	30.01.1974	B 707	Pago Pago, Samoa	Regenschauer
20	14.12.1974	B 727	Houston, Texas	Gewitter
<b>21</b>	<b>24.06.1975</b>	<b>B 727</b>	<b>New York (JFK)</b>	<b>Downburst/Gewitter</b>
<b>22</b>	<b>07.08.1975</b>	<b>B 727</b>	<b>Denver (Stapleton), Colorado</b>	<b>Downburst/Virga</b>
23	12.11.1975	B 727	Raleigh, North Carolina	Regenschauer
24	29.11.1975	DC 9	St. Louis, Missouri	Gewitter
25	31.12.1975	DC 9	Greer, South Carolina	Regen/Nebel
<b>26</b>	<b>23.06.1976</b>	<b>DC 9</b>	<b>Philadelphia, Maryland</b>	<b>Downburst/Gewitter</b>
<b>27</b>	<b>03.06.1977</b>	<b>B 727</b>	<b>Tucson, Arizona (Zwischenfall)</b>	<b>Downburst/Virga</b>
28	22.08.1979	B 727	Atlanta, Georgia (Zwischenfall)	Downburst/Gewitter
<b>29</b>	<b>26.07.1981</b>	<b>B 747</b>	<b>Atlanta, Georgia (Zwischenfall)</b>	<b>Downburst/Gewitter</b>

Tabelle A1.1: Unfälle von Verkehrsflugzeugen, bei denen vermutlich Windscherung beteiligt war (nach [124]).  
Die fett hervorgehobenen Unfälle werden im Anhang A2 näher untersucht.

## Anhang A2: Analyse verschiedener Gewitterfallwinde

Aufgrund einer Reihe von schweren Flugzeugabstürzen, die sich in Gewitternähe ereigneten, ist seit 1975 bei Flugunfalluntersuchungen ein besonderes Augenmerk auf die Feststellung der zum Unfallzeitpunkt herrschenden Windverhältnisse gerichtet worden. Dabei wurden sowohl Flugschreiberaufzeichnungen (neuerdings auch die Aufzeichnungen der sog. *Performance and Maintenance Recorder, PMR*) als auch Radarmessungen verwendet, ferner Satellitenfotos und meteorologische Bodenwetterbeobachtungen. In vielen Fällen wurden die gesuchten Windverläufe mit Hilfe von Simulationsnachrechnungen iterativ rekonstruiert bzw. verbessert.

Die aus diesen Untersuchungen resultierenden Ergebnisse sollen, sofern sie sich auf die Strömungsverhältnisse in Gewitterfallwinden beziehen, im Folgenden systematisch analysiert werden. Dabei soll insbesondere ermittelt werden, inwieweit sich die beobachteten Windströmungen mit Hilfe eines einfachen Staupunktströmungsmodells beschreiben lassen. Das Windmodell zeichnet sich durch konstante Windgradienten innerhalb der Strömungsgrenzen aus und ist dadurch für eine analytische Untersuchung der Flugzeugbewegung in Windscherungen unter Verwendung linearisierter Gleichungen gut geeignet.

Es stehen die Daten von 6 Unfällen bzw. Zwischenfällen zur Verfügung, die nachfolgend unter den gemeinsamen Gesichtspunkten dargestellt werden:

- 1) Kurzbeschreibung des Unfallhergangs und des meteorologischen Szenarios, soweit es für die anschließende Analyse dienlich ist. Ausführliche Darstellungen der Geschehnisse enthalten die angegebenen Literaturstellen.
- 2) Darstellung der Windkomponenten über den für die Strömungsverhältnisse in Staupunktströmungen relevanten Koordinatenachsen:

$$u_{wg} = f(x), v_{wg} = f(y), w_{wg} = f(z)$$

mit den Hauptachsen  $x, y, z$  der angenommenen Staupunktströmung.

- 3) Festlegung des Staupunktes und Ermittlung der Windgradienten.
- 4) Bei Bedarf Bestimmung von Restwindprofilen, die der Staupunktströmung zusätzlich überlagert werden müssten, wenn die beobachteten Strömungsverhältnisse besser nachgebildet werden sollen (z.B. Rotorwirbel).

Die Bestimmung der Windgradienten  $u_{wx}$  und  $w_{wz}$  (im Fall **IV**:  $u_{wx}$  und  $v_{wy}$ ) erfolgt auf grafischem Wege, während die verbleibenden Gradienten  $v_{wy}$  bzw.  $w_{wz}$  so gewählt werden, dass sie die Kontinuitätsgleichung (26) erfüllen.

Kleinere Schwankungen der Horizontal- und Vertikalwindkomponenten werden als überlagerte Böigkeit gedeutet und außer acht gelassen.

Der Nulldurchgang der linear abnehmenden Horizontalwindgeschwindigkeit legt den Ort des Staupunktes auf dem Flugweg fest, während das Maximum der Horizontalwindgeschwindigkeit als vorderste Linie der sich radial ausbreitenden Kaltluftfront angesehen wird.

Die Vertikalwindgeschwindigkeit der Abwärtsströmung muss bis zum Erdboden zu Null abgebaut sein.



Zusätzlich zu den Windverläufen sind in allen untersuchten Fällen die Bahnverläufe in der Vertikalebene ( $x_g$ - $z_g$ -Ebene) angegeben, bei den Lande- bzw. Durchstartbeispielen außerdem die Referenzgleitpfade. Der Koordinatenursprung wird in den meisten Darstellungen an den Ort des Gleitpfadsenders gelegt. Demgegenüber werden die Strom- und Potentialfunktionen der Staupunktströmungen auf einen Koordinatenursprung bezogen, der im jeweiligen Staupunkt liegt:

$$\Phi, \Psi = f(x_{g,St}, y_{g,St}, z_{g,St}) .$$

Es gilt der Zusammenhang:

$$x_{g,St} = x_g - x_{St} ,$$

$$y_{g,St} = y_g - y_{St} ,$$

$$z_{g,St} = z_g .$$

Die Werte  $x_{St}$  und  $y_{St}$  beschreiben die geometrischen Abstände zwischen dem Gleitpfadsender (bzw. dem Ursprung des  $x_g$ - $z_g$ -KS) und dem Staupunkt. Verläuft die Flugbahn durch das Zentrum des Gewitterfallwinds, wie dies bis auf den Fall **IV** (Tucson) gegeben ist, so ist der seitliche Staupunkt Abstand  $y_{St}$  gleich Null.

Die Bahnverläufe dienen in einigen Fällen dazu, die Windkomponenten den relevanten Koordinatenachsen zuordnen zu können, z.B. bei der Ermittlung von  $w_{Wg}(z_g)$  aus gegebenem  $w_{Wg}(x_g)$  mit Hilfe des Zusammenhangs  $x_g(z_g)$ . Aus Anschaulichkeitsgründen wird der Vertikalwindverlauf als  $H = -z_g = f(w_{Wg})$  dargestellt.

Wie im Abschnitt 2.4 verwenden wir zur Darstellung der Stromliniengleichung  $\Phi$  <sup>\*)</sup> und der Potentialgleichung  $\Psi$  die dimensionslosen Staupunktkoordinaten

$$x = x_{g,St} / x_0 ,$$

$$y = y_{g,St} / y_0 \text{ und}$$

$$z = z_{g,St} / z_0$$

mit den vorteilhaften Bezugslängen  $x_0 = y_0 = z_0 = 1$  m. Damit erhalten wir die allgemeinen Gleichungen:

$$\textbf{Potentialfunktion :} \quad \Phi = K_1 ( a \xi^2 + b \eta^2 + c \zeta^2 ) ,$$

$$\textbf{Stromliniengleichung :} \quad \Psi = K_2 \xi^{-c/a} \eta = \text{const.}$$

Dabei gilt:  $[K_1] = [K_2] = \text{m}^2/\text{s}$ , während die Konstanten  $a$ ,  $b$  und  $c$  die Zahlenwerte der Gradienten  $u_{Wx}$ ,  $v_{Wy}$  und  $w_{Wz}$  haben, aber dimensionslos eingesetzt werden.

Die Konstante  $K_2$  charakterisiert die Menge der Werte der Stromfunktion  $\Psi$  und ist als allgemeine Konstante aufzufassen. Wir können uns im folgenden auf die Angabe der Parameter  $K_1$ ,  $a$ ,  $b$  und  $c$  beschränken, um die jeweiligen Strömungsvorgänge zahlenmäßig zu kennzeichnen.

<sup>\*)</sup> Wir beschränken uns im folgenden auf die Darstellung der Gleichung der Stromlinien in der uns interessierenden  $x$ - $z$ -Ebene (Flugzeug-Längsebene).

### A2.1 Flugunfall I, New York.

Am 24. Juni 1975 verunglückte eine Boeing B-727 der Eastern Airlines beim Anflug auf den New Yorker J. F. Kennedy-Flughafen, in dessen Bereich sich zur Zeit des Unfalls ein Gewitter befand.

Das Flugzeug flog zunächst normal auf dem Gleitpfad an. Unterhalb einer Höhe von 150 m geriet die Maschine in starken Regen und in eine ausgeprägte Scherung des Horizontal- und Vertikalwindes (BILD I). Die Piloten erkannten die Änderung der Anströmgeschwindigkeit und die Abweichung vom Gleitpfad als Folge der Windscherung zu spät, da beide versuchten, durch Wolken und Regenschleier hindurch den Sichtkontakt zur Landebahnbefeuerung herzustellen. Das Flugzeug schlug ca. 1 km vor dem eigentlichen Aufsetzpunkt auf den Boden auf und zerschellte.

Genaue Untersuchungen der meteorologischen Bedingungen ergaben, dass sich das Gewitter über dem Flughafen zur Unfallzeit in seinem Reifestadium befand. Außerdem hatte das Radarecho des Gewitters im Wetterradar die charakteristische Form einer „Speerspitze“ (*spearhead*), die nach FUJITA [81] ein markantes Zeichen für das Auftreten eines *Downburst* ist.

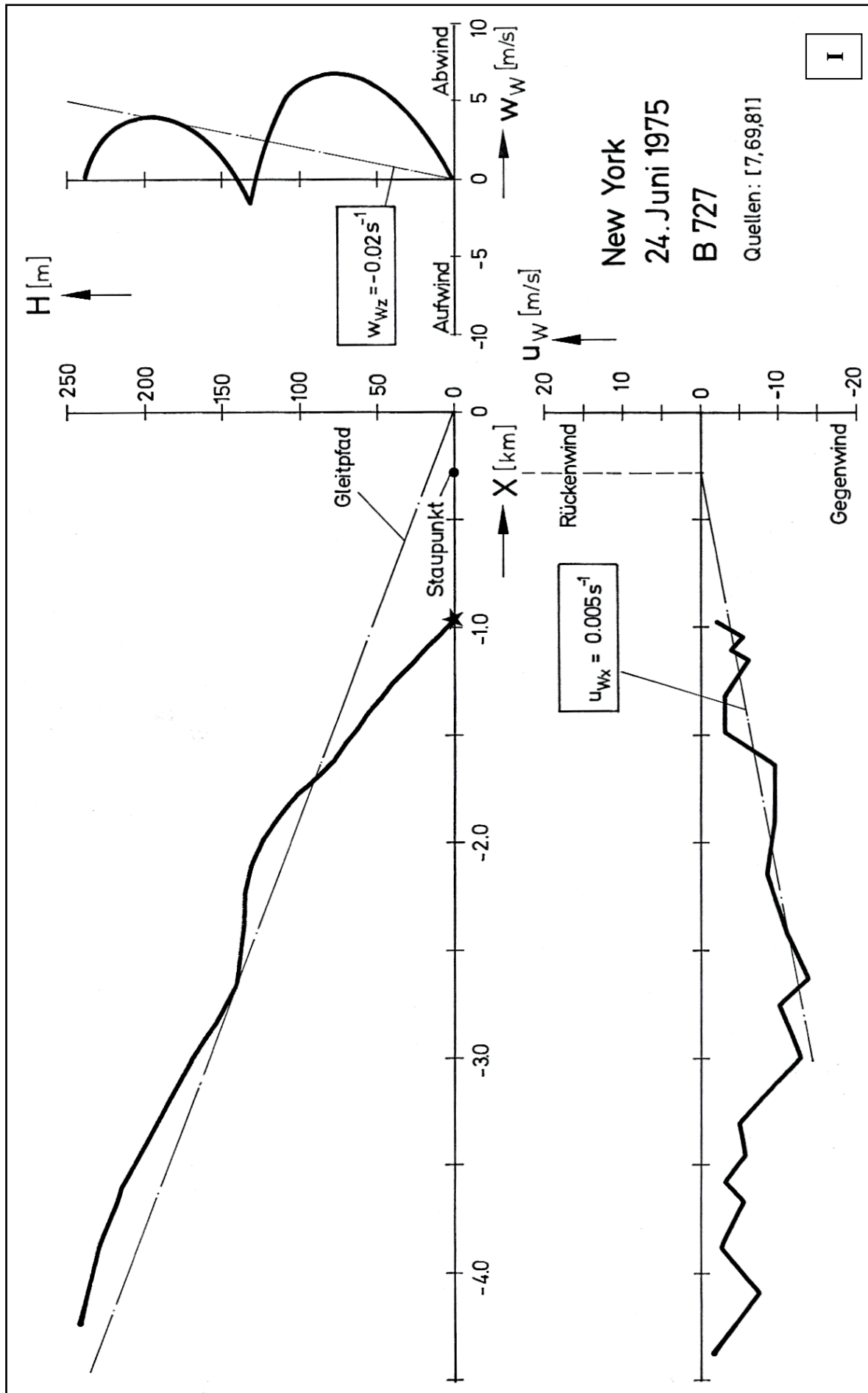
*Flight Data Recorder (FDR)* und *Cockpit Voice Recorder (CVR)* lieferten die zur Unfalluntersuchung herangezogenen Angaben zur Rekonstruktion der Flugbahn und der Windprofile.

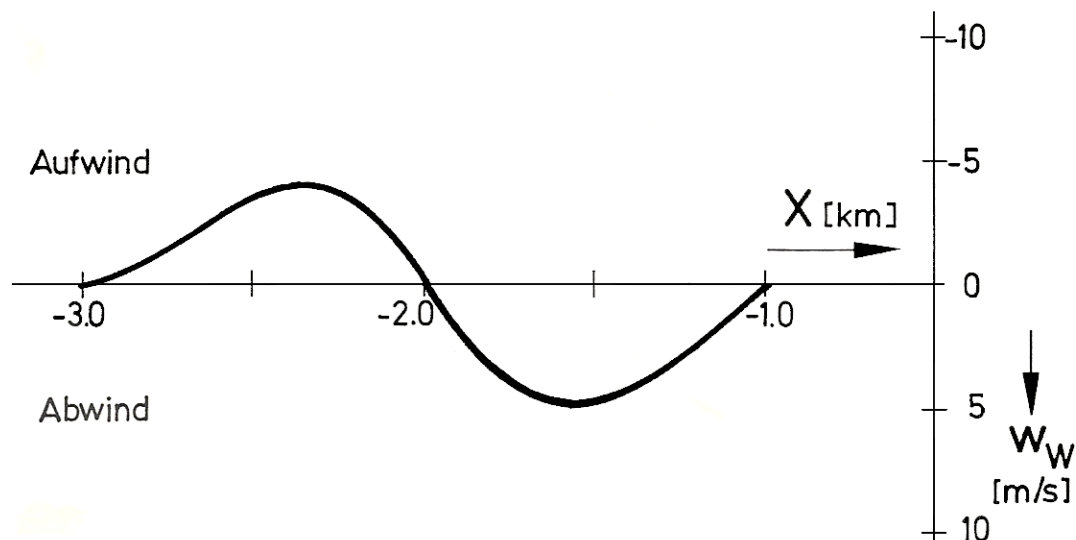
In BILD I ist eine Zunahme des Gegenwinds und des Abwinds mit einem Windmaximum im Bereich zwischen -3.500 m und -2.500 m ( $H < 200$  m) vor dem Gleitpfadsender zu erkennen. Es kann angenommen werden, dass diese Windänderung den Rand des Kaltluftausflusses anzeigt. Der radiale Ausfluss aus dem Gewitterfallwind hat sich also vermutlich bis zu diesem Bereich ausgebreitet.

Die Horizontalwindkomponente lässt sich bis zu einer Entfernung von ca. 3 km von der Landebahn mit großer Genauigkeit mit Hilfe eines konstanten Gradienten  $u_{wx}$  beschreiben. Der Nulldurchgang der linear abnehmenden Horizontalwindgeschwindigkeit legt den Ort des Staupunktes fest:

$$x_{St} = -275 \text{ m.}$$

Legt man beim Vertikalwindverlauf eine Ursprungsgerade derart fest, dass sie im Bereich der oben beschriebenen Horizontalwindfront die  $w_w$ -Kurve tangiert, so erhält man damit den zur Staupunktströmung gehörigen Vertikalwindanteil. Führt man auf grafischem Wege eine Trennung von linearem Vertikalwindverlauf und Gesamtverlauf des Vertikalwinds durch, so verbleibt eine Restkurve, die unter Beachtung der Zuordnung  $x_g(z_g)$  über dem Flugweg dargestellt wird (BILD A2.1.1).





**BILD A2.1.1:** Darstellung des restlichen Vertikalwindanteils als Funktion des Flugweges nach Berücksichtigung des Staupunktströmungsanteils aus BILD 1.  
Die Restkurve lässt auf einen zähen Wirbel schließen (vgl. auch BILD 31).  
Der Nullpunkt der eingetragenen Flugwegkoordinate bezieht sich wie in BILD I auf den Gleitpfadsender.

Diese Kurve entspricht mit guter Näherung dem Geschwindigkeitsverlauf eines zähen, symmetrischen Wirbels. Es liegt also die Vermutung nahe, dass der Staupunktströmung noch ein Wirbel überlagert war, den das Flugzeug durchflog. Hinweise auf das Auftreten von Wirbeln in Gewitterfallwinden sind in [122] angegeben. Die Auswirkung des obengenannten Wirbels wird in der vorliegenden Arbeit nicht weiter untersucht.

Es ergeben sich die Werte:

$$u_{wx} = 0.005 \text{ s}^{-1}, w_{wz} = -0.02 \text{ s}^{-1},$$

sowie mit Gl. (26):

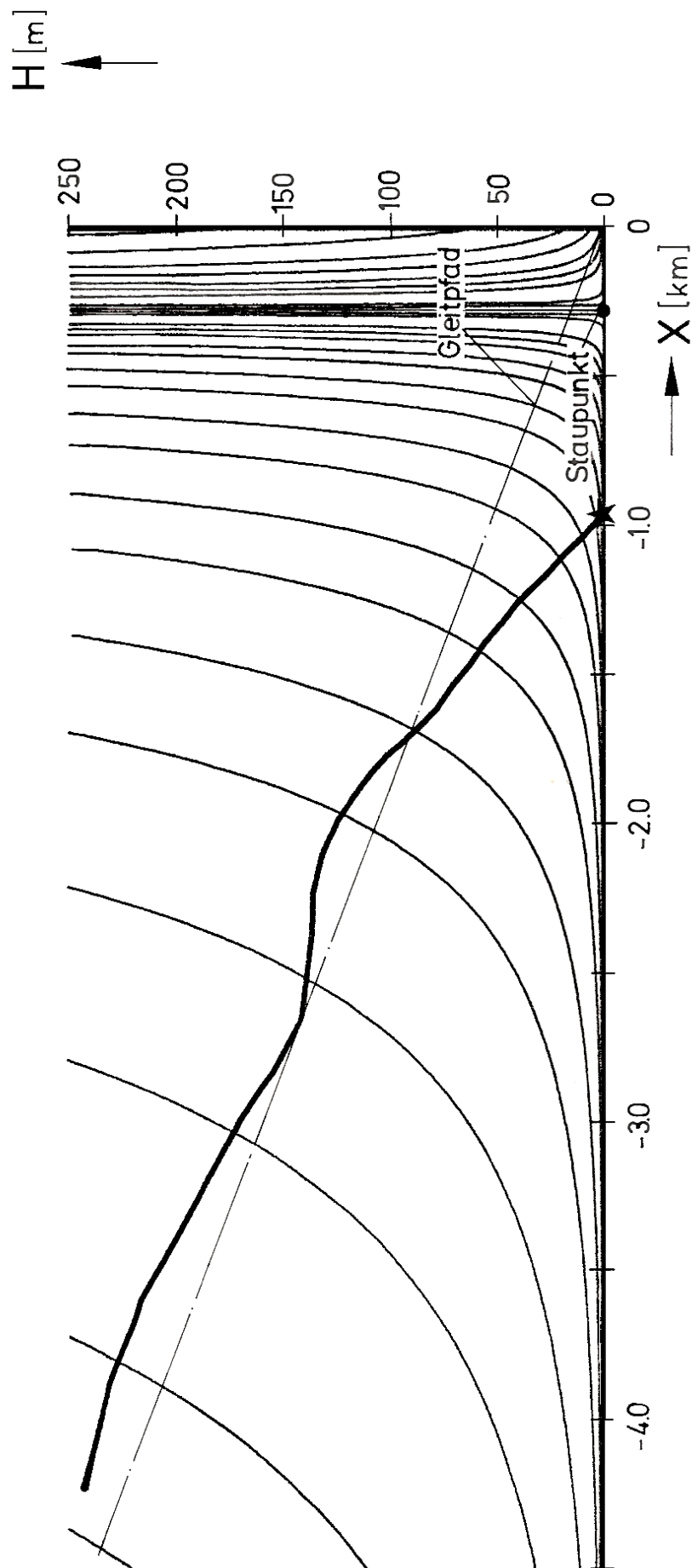
$$v_{wy} = -u_{wx} - w_{wz} = 0.015 \text{ s}^{-1}.$$

Damit folgt für die charakteristischen Parameter der Potentialfunktion und der Gleichung der Stromlinien:

	$K_1 \text{ [m}^2/\text{s]}$	a	b	c	-c/a
	0.5	0.005	0.015	-0.02	
bzw.	0.0025	1	3	-4	4

$$\text{mit } x_{g,\text{St}} = x_g + 275 \text{ m, } y_{g,\text{St}} = y_g \text{ und } z_{g,\text{St}} = z_g.$$

In BILD A2.1.2 sind die Stromlinienverläufe, die eine Schar von Hyperbeln bilden, für den New Yorker Unfall I beispielhaft dargestellt. Wegen der prinzipiellen Ähnlichkeit dieser Stromlinienverläufe bei Staupunktströmungen wird in den nachfolgenden Beispielen auf eine Darstellung weiterer Stromlinienbilder verzichtet.



**BILD A2.1.2:** Stromlinienbild des Flugunfalls New York I, Staupunktströmungsmodell.

## A2.2 Flugunfall II, New York (Zwischenfall).

Am 24. Juni 1975 befanden sich in der Zeit von 15:45 h bis 16:10 h (Ortszeit) 14 Flugzeuge im Landeanflug auf die Landebahn 22L des New Yorker Flughafens JFK. Wie in [9] festgestellt wird, flog jedes dieser Flugzeuge durch einen Teil des über dem Flughafen beobachteten Unwetters, das sich auf den Wetterradarschirmen deutlich als Speerspitze abbildete.

Etwa 10 Minuten vor dem folgenschweren Absturz der B727 der Eastern Airlines (Unfall I) steuerte eine Lockheed L1011 derselben Fluggesellschaft die Landebahn an. Der Flug verlief bis zu einer Höhe von ca. 130 m ruhig und normal. Das Flugzeug flog dann in ein außergewöhnlich schweres Regenschauer ein, und die Flugsicht ging auf Null zurück. Gleichzeitig sank die Fluggeschwindigkeit von 74 auf 62 m/s (144 → 121 kts).

Die Piloten trafen die Entscheidung zum Durchstart und gaben den entsprechenden Schub. Trotzdem blieb das Flugzeug bis zu einer Minimalhöhe von ca. 17 m in einem Sinkflug, bevor es schließlich den angestrebten Steigflug zum Durchstarten erreichte.

Die Auswertungen der Flugschreiberaufzeichnungen ergeben die in BILD II dargestellte Situation. Die zugrundegelegte Staupunktströmung wird durch folgende Zahlenwerte charakterisiert:

$$x_{St} = -1.340 \text{ m} \quad (x_{g,St} = x_g + 1.340 \text{ m}), \quad y_{St} = 0.$$

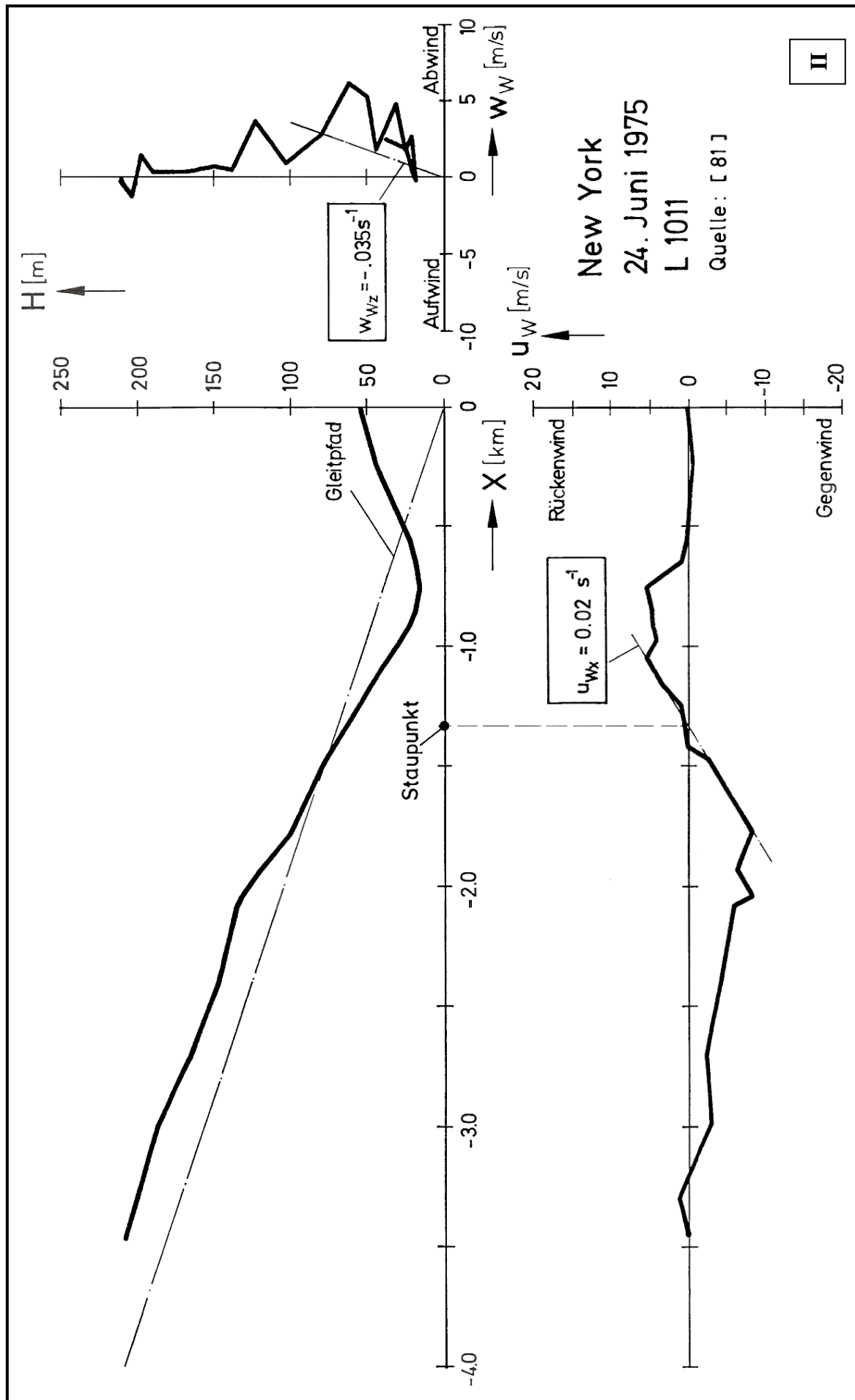
$$u_{wx} = 0.02 \text{ s}^{-1}, \quad w_{wz} = -0.035 \text{ s}^{-1}.$$

Als zugehöriger Gradient zur Erfüllung der Gl. (26) ergibt sich:

$$v_{wy} = 0.015 \text{ s}^{-1}.$$

Damit lauten die Parameter der Potentialfunktion und der Stromliniengleichung:

	$K_1 \text{ [m}^2/\text{s]}$	a	b	c	-c/a
	0.5	0.02	0.015	-0.035	
bzw.	0.0025	4	3	-7	7/4



### A2.3 Flugunfall III, Philadelphia.

Im Gebiet von Philadelphia befanden sich am Nachmittag des 23. Juni 1976 einzelne Schauer und Gewitter. Während dieser Zeit stürzte eine DOUGLAS DC9 der Allegheny Airlines beim Durchstarten nach einer abgebrochenen Landung auf die Landebahn 27R des Flughafens Philadelphia. Das Flugzeug geriet beim Landeanflug zunächst in eine starke Gegenwindscherung. Daraufhin nahmen die Piloten den Schub zurück, um die Fluggeschwindigkeit herabzusetzen und auf dem Gleitpfad zu bleiben. In der Nähe der Landebahnschwelle wurde die Landung wegen starken Seitenwindes abgebrochen. Während des Durchstartens nahm der Gegenwind ab, und die Maschine schlug mit dem Heck voran auf dem Boden auf.

Wetterradaraufnahmen zeigen zur Zeit des Unfalls ein speerspitzenförmiges Echo über dem Flughafen. Es wird angenommen, dass das Flugzeug direkt in das Zentrum des dazugehörigen Gewitterfallwinds einflog. Die Abwindzelle war zudem durch starken Regen gekennzeichnet.

Das Flugbahnprofil konnte unter Verwendung von Flugschreiber- und Cockpit-Voice-Recorder- Aufzeichnungen rekonstruiert werden (vgl. die in BILD III eingetragenen Überflughöhen über einigen geodätischen Referenzpunkten [79]). Die Flugbahn zwischen dem tiefsten Punkt des Landeanfluges (über dem Gleitpfadsender) und dem Aufschlagpunkt wird als parabelähnlich angenommen. Der Scheitelpunkt der Bahn liegt in der Mitte des Bogens in einer Flughöhe von ca. 60 m.

Für den Verlauf von Horizontalwind und Vertikalwind als Funktion des Flugweges sind in [79] verschiedene Simulationsmodelle angegeben. Das wahrscheinlichste dieser Modelle wird hier verwendet.

Der Horizontalwindverlauf zeigt im Bereich  $x < -500$  m eine Zunahme des Gegenwindes. In diesem Bereich ist die Böenfront des horizontalen Ausflusses anzunehmen, in der die Mischungsvorgänge zwischen der Kaltluft des Gewitterfallwinds und der Umgebungsluft stattfinden.

Ab  $x > -500$  m nimmt der Gegenwind linear ab, so dass in diesem Bereich das Windmodell einer Staupunktströmung angesetzt werden kann. Nach dem Windmodell 4a aus [79] nimmt die Gegenwindkomponente ab  $x > +460$  m wieder zu. Dieser Windverlauf stimmt nicht mit den Windverhältnissen in einer Staupunktströmung überein, bei der der Gegenwind bis zum Staupunkt linear abnimmt. Die Wiederzunahme des Gegenwindes ist möglicherweise auf den Einfluss der Bodengrenzschicht zurückzuführen, die in der vorliegenden Untersuchung nicht berücksichtigt wird. Statt dessen wird die lineare Abnahme der  $u_{wg}$ -Komponente bis zu  $u_{wg} = 0$  angenommen, so dass sich die Lage des Staupunktes ergibt zu

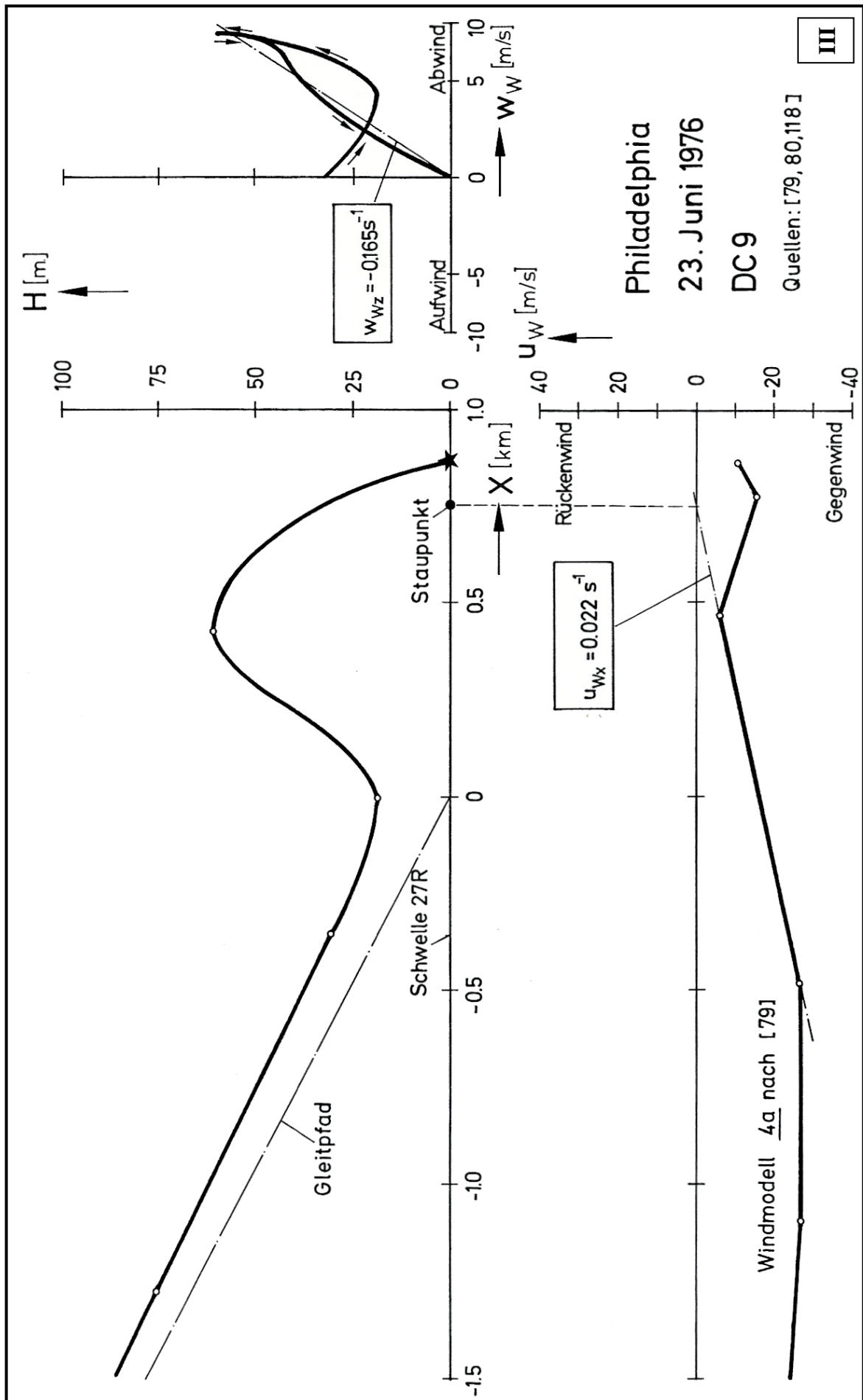
$$x_{St} = +750 \text{ m } (y_{St} = 0).$$

Der Vertikalwindverlauf entspricht ebenfalls dem angegebenen Windmodell 4a aus der Unfalluntersuchung [79], wobei der in BILD III dargestellte Verlauf wiederum mit Hilfe des Flugbahnprofils als  $H = f(w_{wg})$  ermittelt wurde. Da beim Landeanflug und dem sich anschließenden parabelförmigen Teil der Flugbahn dieselbe Flughöhe bis zu dreimal passiert wird, musste entsprechend dem Staupunktströmungsmodell jedes Mal dieselbe Windgeschwindigkeit in einer bestimmten Höhe auftreten. Nach den Angaben der Unfallanalyse trifft das nicht exakt zu. Näherungsweise lässt sich jedoch der Vertikalwindverlauf mit einem konstanten Gradienten  $w_{wz}$  beschreiben.

Es ergeben sich die Werte:

$$u_{wx} = 0.022 \text{ s}^{-1}, w_{wz} = -0.165 \text{ s}^{-1}, \text{ sowie mit Gl. (26): } v_{wy} = 0.143 \text{ s}^{-1}.$$





Für die Potentialfunktion bzw. Stromliniengleichung gelten die Parameter

	$K_1$ [m <sup>2</sup> /s]	a	b	c	-c/a
	0.5	0.022	0.143	-0.165	7.5
bzw.	0.011	1	6.5	-7.5	

#### A2.4 Flugunfall (VI), Tucson.

Am 3. Juni 1977 ereignete sich am Flughafen Tucson, Arizona, ein Zwischenfall, als eine Boeing B727 der Continental Airlines auf der Startbahn 21 startete. Ein ausgedehntes Gewitter hatte etwa 6 Minuten, bevor das Flugzeug zum Start anrollte, eine staubtrockene Böenfront quer über den Flughafen gesandt, und der Start war so lange verschoben worden, bis diese Front den Startbahnbereich passiert hatte und die Sicht wieder besser wurde. Beim Lösen der Bremsen betrug die Gegenwindkomponente ca. -20 bis -22 m/s, um dann im Verlauf des Rollvorgangs auf Null abzunehmen und schließlich nach dem Abheben in eine Rückenwindkomponente überzugehen. Gleichzeitig stellte sich eine zunehmende Seitenwindkomponente von rechts ein, die bis zu einer Geschwindigkeit von -20 m/s anwuchs. Da das Flugzeug infolge dieser widrigen Windverhältnisse nach den Abheben kaum Höhe gewann, streifte es zwei kurz hinter dem Startbahnde befindliche Leitungsmasten, die jeweils nur eine Höhe von etwa 11 m hatten. Nach diesem Zusammenprall sank das Flugzeug wieder bis zu einem Bodenabstand von nur etwa 5 m herab, und es wäre auf den Boden aufgeschlagen, wenn nicht eine plötzlich auftretende Gegenwindkomponente eine schlagartige Zunahme der Anströmgeschwindigkeit und einen nunmehr kontrollierten Startsteigflug ermöglicht hätte. Die Maschine konnte schließlich nach einer Platzrunde leicht beschädigt auf einer anderen Landebahn des Flughafens landen [119].

Die in [119] als wahrscheinlich angenommenen Windverhältnisse sind in BILD IV wiedergegeben, wobei die Komponente von Gegen- bzw. Rückenwind und Seitenwind in das in der Draufsicht dargestellte *Downburst*-Achsensystem umgerechnet wurden. Die Annahme einer seitlichen Ablage des Staupunktes von der Flugbahn wird in [121] bestätigt.

Die zugehörigen Zahlenwerte lauten:

$$x_{St} = +1.610 \text{ m}, y_{St} = +325 \text{ m} \text{ sowie } u_{Wx} = 0.015 \text{ s}^{-1}, v_{Wy} = 0.036 \text{ s}^{-1}.$$

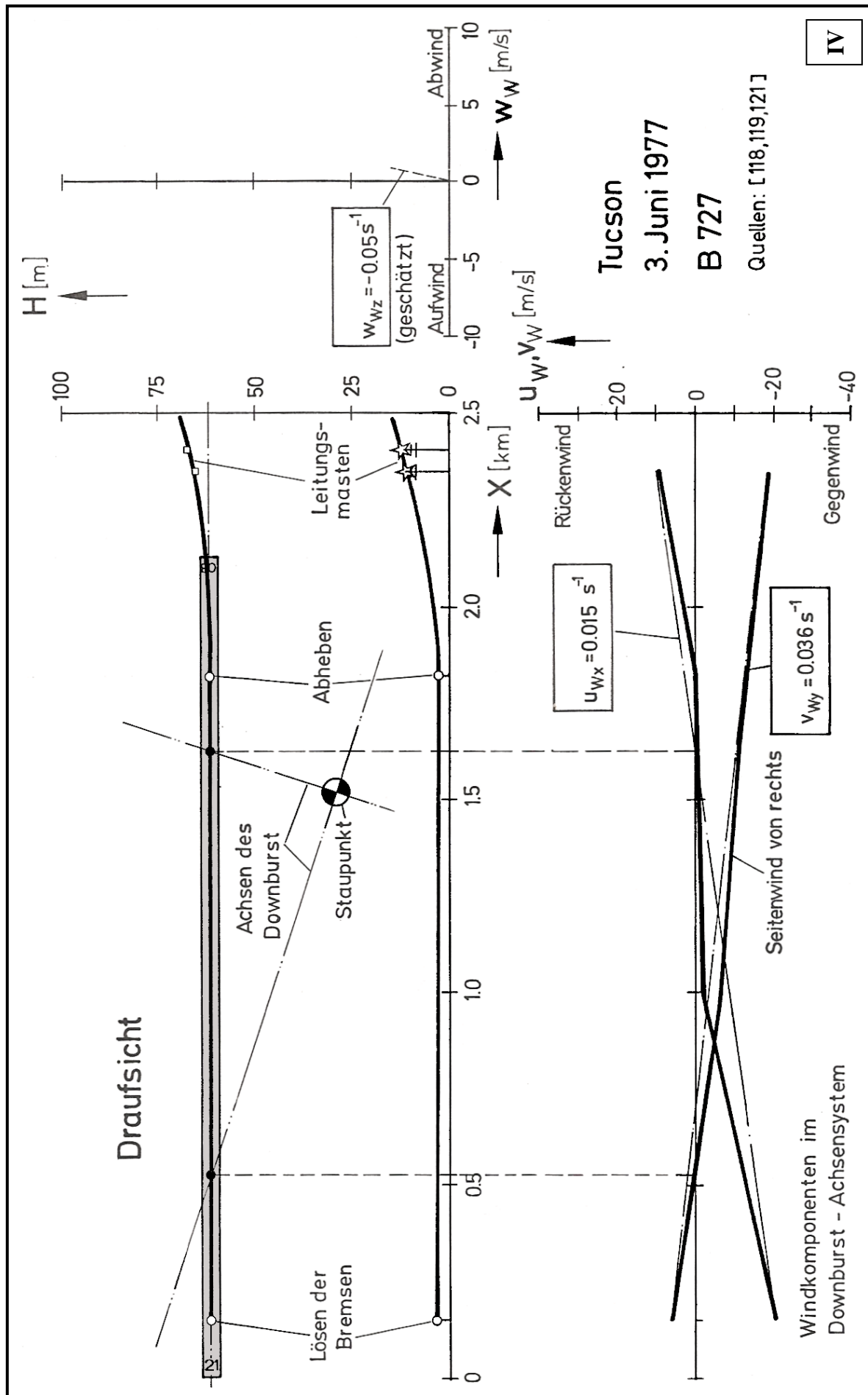
Der rechnerisch zur Erfüllung der Gl.(26) erforderliche Vertikalwindgradient

$$w_{Wz} = -0.051 \text{ s}^{-1}$$

bestätigt einerseits die Aussagen in [119], dass die Vertikalwindkomponente im ersten Teil der Flugbahn bis zum Zusammenstoß mit den Leitungsmasten vernachlässigbar klein sei (Vertikalwind in 11 m Höhe unter Ansatz des Staupunktströmungsmodells:  $w_{Wg} = 0.56 \text{ m/s}$ ). Andererseits zeigt ein Vergleich des durch Erfüllung der Kontinuitätsgleichung ermittelten  $w_{Wz}$ -Wertes mit den Größenordnungen der in den anderen Beispielen „gemessenen“ Zahlenwerte für  $w_{Wz}$ , ebenso wie für  $v_{Wy}$ , dass die auf diese Weise bestimmten Gradientenwerte realistisch sind.

Die charakteristischen Parameter der Potentialfunktion und der Gleichung der Stromlinien lauten:

	$K_1$ [m <sup>2</sup> /s]	a	b	c	-c/a
	0.5	0.015	0.036	-0.051	10/3
bzw.	0.0025	3	7	-10	



### A2.5 Flugunfall (V), Denver.

Am Nachmittag des 7. August 1975 entstanden im Raum Denver eine Reihe von Gewittern. Eines dieser Gewitter befand sich im Bereich des Stapleton International Airport Denver, als dort eine DOUGLAS DC9 der Continental Airlines beim Start kurz nach dem Abheben verunglückte [8].

Das Flugzeug hob zunächst normal bei vollem Schub von der Startbahn ab. Kurze Zeit danach geriet die Maschine in starken Regen. Während des Steigfluges nahm die Fluggeschwindigkeit innerhalb von 5 Sekunden um ca. 20 m/s ab, so dass das Flugzeug in einen Sinkflug überging und in der Nähe des Startbahnendes auf den Boden aufschlug (BILD V).

Über diesen Unfall liegen nur wenige auswertbare Aufzeichnungen vor. Insbesondere sind die Flugschreiberdaten wegen der in Bodennähe auftretenden Schwankungen im statischen Drucksystem des Flugzeugs mit großen Unsicherheiten behaftet. Die im Folgenden wiedergegebenen Daten entstammen überwiegend den Untersuchungen, die in [78] durchgeführt wurden. In [9] sind einige zusätzliche Angaben zu finden.

Es sei vermerkt, dass der Absturz aus Flugleistungsgründen offensichtlich unvermeidbar war, nachdem die Startentscheidung gefallen war [8] [69]. Für die charakteristischen Größen der angenommenen Staupunktströmung erhält man die Werte:

$$u_{Wx} = 0.03 \text{ s}^{-1}, \quad w_{Wz} = -0.18 \text{ s}^{-1},$$

und daraus in bekannter Weise:

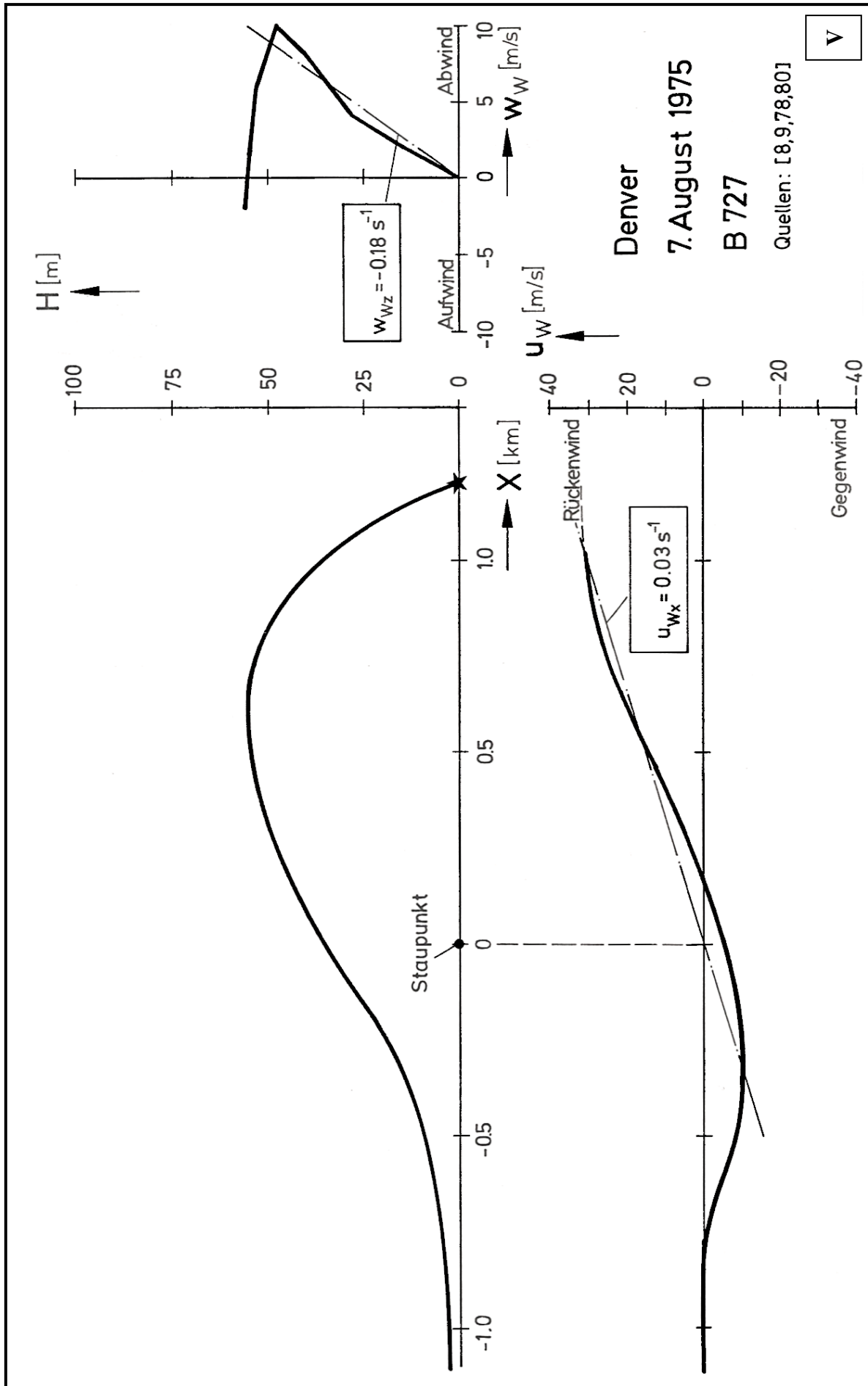
$$v_{Wy} = 0.15 \text{ s}^{-1}.$$

Der Staupunkt legt in diesem Fall auch den Ursprung des geodätischen Flugbahnkoordinatensystems fest, so dass sich die Beziehungen ergeben:

$$x_{St} = y_{St} = 0.$$

Die Parameter für Potentialfunktion bzw. Stromliniengleichung ergeben sich zu:

	$K_1 \text{ [m}^2/\text{s]}$	a	b	c	-c/a
	0.5	0.03	0.15	-0.18	
bzw.	0.015	1	5	-6	6



## A2.6 Flugunfall (VI), Atlanta (Zwischenfall).

Am 26. Juli 1981 führte eine Boeing B747 einer europäischen Fluggesellschaft einen automatischen Landeanflug auf die Landebahn 26 des Flughafens Atlanta, Georgia, aus [123]. Die aktuelle Wetterinformation gab vereinzelte Wolken in 5.000 und 25.000 ft Höhe an, ferner eine Flugsicht von 4 NM in Dunst und eine Lufttemperatur von 36°C.

Das Flugzeug geriet während des Landeanfluges in zunehmenden Regen, der so stark zunahm, dass schließlich bei Erreichen der Entscheidungshöhe (*decision height*,  $DH = 220 \text{ ft GND}$ ) von den Piloten die Entscheidung zum Durchstart getroffen wurde, da die Landebahn nicht mehr in Sicht war. Trotz des für den Durchstart eingestellten Schubniveaus und einer Vergrößerung der Nicklage auf +12° sank das Flugzeug weiter bis auf ca. 50 ft Radiohöhe über der Landeschwelle, wo sich die Situation schlagartig verbesserte und das Flugzeug in den gewünschten Durchstart-Steigflug überging. Die ca. 10 Minuten vor dem Zwischenfall festgestellte Wetterbeobachtung

### „schweres Gewitter mit Niederschlag im Flughafenbereich“

wurde nicht an die Piloten weitergegeben. Am Flughafen Atlanta wird ein bodengestütztes „*Low Level Windshear Alert System*“ betrieben. Die Angaben dieses Warnsystems, die in Form von Windbeobachtungen an zwei verschiedenen Orten, am geometrischen Flughafenmittelpunkt und an der nordöstlichen Flughafengrenze, an die Nahverkehrs-Fluglotsen weitergegeben werden, haben in diesem Fall jedoch offensichtlich keinerlei Aufmerksamkeit erregt [120].

Die Auswertung der AIDS (*Aircraft Integrated Data System*)-Flugschreiberaufzeichnungen liefert die in BILD VI dargestellten Verläufe für Horizontal- und Vertikalwindkomponenten längs des Flugweges. Die beachtliche Rückenwindscherung von  $u_{wg} = -15 \text{ m/s}$  auf  $+15 \text{ m/s}$  über eine Distanz von nur 1.800 m und die Vertikalwindscherung von ca.  $w_{wg} = 12 \text{ m/s}$  in etwa 60 m Höhe auf Null am Boden liefert die Gradienten:

$$u_{wx} = 0.017 \text{ s}^{-1}, \quad w_{wz} = -0.086 \text{ s}^{-1},$$

sowie mit Gl.(26):

$$v_{wy} = 0.069 \text{ s}^{-1}.$$

BILD VI zeigt, dass die Strömungsverhältnisse ausgezeichnet als Staupunktströmung beschrieben werden können. Mit  $w_{wz} < -0.04 \text{ s}^{-1}$  kann das Wettergeschehen nach [81] als *Downburst* eingeordnet werden; die Kurzzeitigkeit und die enge räumliche Begrenzung (fünf vorherfliegende Flugzeuge meldeten in den acht Minuten vor dem Zwischenfall keine Beeinträchtigungen des Fluges) lassen möglicherweise auf einen sog. *Microburst* [122] schließen.

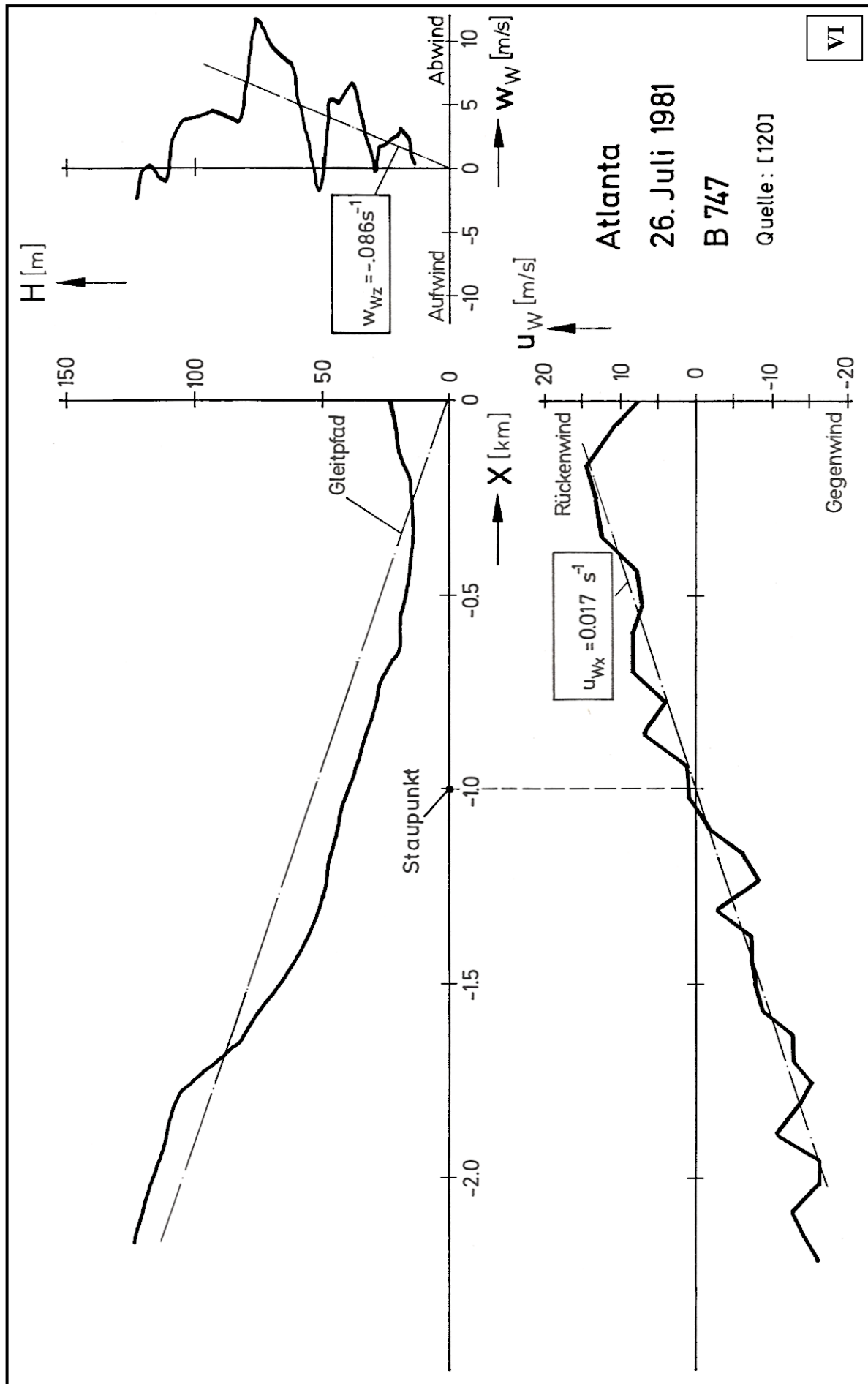
Für die Staupunktkoordinaten erhält man aus BILD VI:

$$x_{St} = -1.000 \text{ m}, \quad y_{St} = 0.$$

Damit lauten die Parameter der Potentialfunktion und der Gleichung der Stromlinien:

	$K_1 [\text{m}^2/\text{s}]$	a	b	c	-c/a
	0.5	0.017	0.069	-0.086	5
bzw.	0.0085	1	4	-5	

Kap.10: Anhänge



### Anhang A3: Analyse der Auswirkungen der Gradienten $u_{Wx}$ , $u_{Wz}$ , $w_{Wx}$ , $w_{Wz}$ auf die Flugzeugbewegung.

Anhand der Ergebnisse von digitalen Simulationsrechnungen wird das grundsätzliche Bewegungsverhalten eines unregelmäßig fliegenden Flugzeugs in bestimmten Scherwindsituationen untersucht.

Dazu betrachten wir ein Flugzeug in einem stationären Landeanflug mit der Fluggeschwindigkeit  $V_R = 1,3 V_S$  und dem Bahnwinkel  $\gamma_R$ . Die zum ausgetrimmten aerodynamischen Zustand gehörigen Stellgliederauslässe wie Schubhebelstellung, Höhenruderausschlag und Klappenstellung, die auch die stationären Windverhältnisse vor Beginn der Windscherung berücksichtigen, werden für die gesamte Dauer der Betrachtung konstant auf den Werten des ungestörten Ausgangsflugzustandes gehalten.

Als Windstörung verwenden wir eine lineare Scherung des Windes ähnlich der Darstellung in BILD 5, jedoch

- innerhalb eines begrenzten Scherbereiches bei den wegbezogenen Gradienten  $u_{Wx}$  und  $w_{Wx}$  sowie
- innerhalb einer bestimmten Scherschicht bei den höhenbezogenen Gradienten  $u_{Wz}$  und  $w_{Wz}$ .

Die Einflüsse der obengenannten vier Windgradienten einer zweidimensionalen Strömung werden für positive und negative Werte jeweils einzeln dargestellt (BILD A3.1).

#### A3.1 Antwortverhalten auf eine Scherung des Horizontalwindes

Nach den bereits in Abschnitt 4.3 getroffenen Aussagen fliegt das Flugzeug stationär in den Scherbereich ein ( $\dot{V}_K(t) = 0$ ), so dass zu Beginn der Störung entsprechend Gl.(51) mit  $w_W = \dot{w}_W = 0$  gilt:

$$(51): \dot{\underline{V}}(t) = -\dot{\underline{V}}_W(t) \quad \text{mit} \quad \dot{\underline{V}}_W(t) = \begin{pmatrix} \dot{u}_W \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Damit ergibt sich nach Gl.(68) unter Vernachlässigung der lokalen Windänderungen für die zeitliche Änderung des Windes:

$$(68): \dot{u}_W(t) = -u_{Kk}(t) [u_{Wx} \cos \gamma(t) - u_{Wz} \sin \gamma(t)].$$



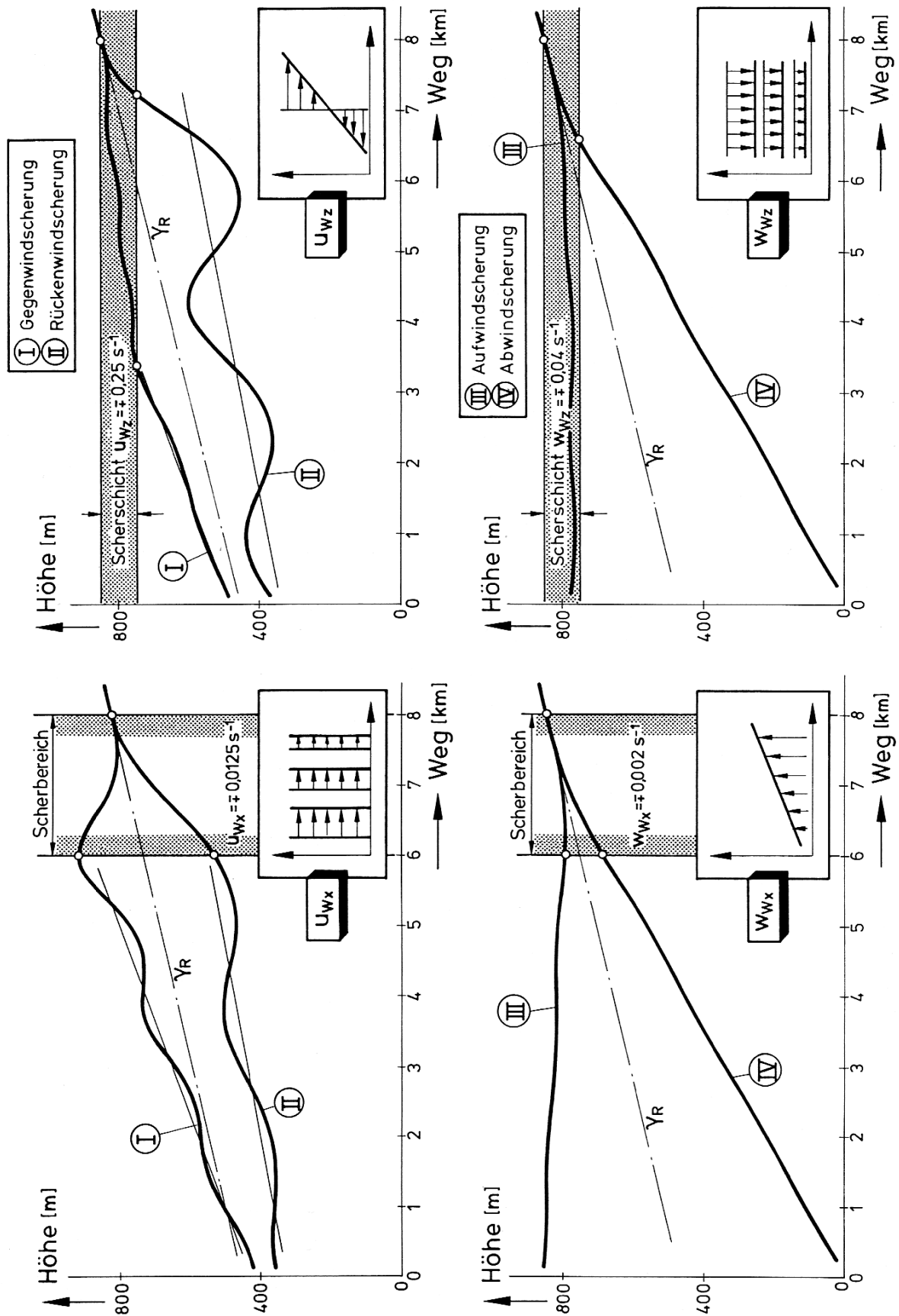


BILD A3.1: Bewegungsverhalten eines unregulierten Flugzeugs in verschiedenen Windscherungen (Ergebnisse nichtlinearer digitaler Simulationen)

### A3.1.1 Gegenwindscherung

Eine Gegenwindscherung (Bahnkurven (I,II) in BILD A3.1) wird gekennzeichnet durch die zeitliche Windänderung

$$\dot{u}_W(t) < 0.$$

In einem Landeanflug mit  $\gamma < 0$  erfüllen wir diese Bedingung in jedem Fall mit dem Horizontalwindgradienten

$$u_{Wx} < 0 \text{ bzw. } u_{Wz} > 0.$$

Treten die Horizontalwindgradienten in Kombination auf, so ist die obige Bedingung erfüllt für den Fall

$$u_{Wx} < u_{Wz} \tan \gamma \quad (u_{Wx} < 0, u_{Wz} \leq 0).$$

### A3.1.2 Rückenwindscherung

Eine flugzeugbezogene Rückenwindscherung wird charakterisiert durch die Horizontalwindänderung

$$\dot{u}_W(t) > 0.$$

Für negative Bahnwinkel wird diese Forderung unter Verwendung der obigen Gleichungen immer erfüllt für

$$u_{Wx} > 0 \text{ bzw. } u_{Wz} < 0.$$

Treten die Horizontalwindgradienten in Kombination auf, so ist die obige Bedingung erfüllt für den Fall

$$u_{Wx} < u_{Wz} \tan \gamma, \text{ wenn } u_{Wx} > 0 \text{ und } u_{Wz} \leq 0.$$

Zur Beschreibung des dynamischen Antwortverhaltens eines ungesteuerten Flugzeugs in einer Scherung des Horizontalwindes (Bahnkurven (I,II) in BILD A3.1) wird auf Abschnitt 4.3 verwiesen. Vergleicht man anhand der in Anhang A3.1 angegebenen Gleichung für  $\dot{u}_W(t)$  die Auswirkungen der Horizontalwindgradienten  $u_{Wx}$  und  $u_{Wz}$  miteinander, so zeigt sich, dass beide mit unterschiedlichen Faktoren in die zeitliche Änderung des Horizontalwindes eingehen. Während der wegbezogene Gradient  $u_{Wx}$  nahezu voll zur Geltung kommt ( $\cos \gamma \approx 1$ ), wird der höhenbezogene Gradient  $u_{Wz}$  mit dem Sinus des Bahnwinkels gewichtet (Größenordnung im Landeanflug:  $\sin \gamma \approx \gamma \approx -0.05 \text{ rad}$ ).

Gleichzeitig muss aber beachtet werden, dass die in der Natur beobachteten  $u_{Wx}$ -Gradienten i.a. etwa eine Zehnerpotenz kleiner sind als die auftretenden  $u_{Wz}$ -Gradienten.

### A3.2 Antwortverhalten auf eine Vertikalwindscherung

Für eine allgemeine Betrachtung des Flugzeugverhaltens in einer Scherung der Vertikalwindkomponente ( $u_W = \dot{u}_W = 0$ ) bedienen wir uns der Gl.(69):

$$(69): \dot{w}_W(t) = -u_{Kk}(t) [w_{Wx} \cos \gamma(t) - w_{Wz} \sin \gamma(t)] .$$

Da die Vertikalwindkomponente nahezu senkrecht zu den flugzeugbezogenen Geschwindigkeiten  $\underline{V}_K$  und  $\underline{V}$  wirkt, ist in Gl.(44) nur ein schwacher Einfluss auf den Betrag dieser Zustandsgröße festzustellen:

$$(44): u_{Kk} - V \approx -w_{Wg} \gamma .$$

Gl.(45) zeigt demgegenüber, dass der Windanstellwinkel  $\alpha_W$  der Vertikalwindkomponente direkt proportional ist:

$$(45): \alpha_W \approx -w_{Wg} / V .$$

Anhand der Gl.(38) sei eine Änderung des Vertikalwindes diskutiert:

$$(38): \theta = \gamma + \alpha - \alpha_W .$$

In dieser Gleichung repräsentieren  $\theta$  und  $\gamma$  zwei Zustandsgrößen, die ihren Wert erst nach einer gewissen Zeitverzögerung infolge einer Veränderung der Widerstandsgleichung ( $\sim \dot{\gamma}$ ) bzw. der Nickmomentengleichung ( $\sim \ddot{\theta}$ ) ändern. Für einen kurzen Augenblick können wir also diese beiden Winkel als konstant ansehen.

Eine Änderung des Windanstellwinkels führt dann im Moment ihres Entstehens zu einer ebenso großen Änderung des Anstellwinkels:

$$\Delta \alpha_W \approx \Delta \alpha .$$

Im Fall einer Vertikalwind-Scherung werden die aerodynamischen Kräfte also nicht wie in Anhang A3.1 durch einen veränderten Staudruck, sondern durch eine Drehung der Anströmrichtung aus dem ursprünglichen Gleichgewicht gebracht. Daraus ergibt sich eine nur unbedeutende Anregung der Phygoide, die in den Kurven (III) und (IV) in BILD A3.1 kaum zu erkennen ist.

Aus der natürlichen Anstellwinkelstabilität des Flugzeugs resultiert eine offensichtlich nahezu aperiodisch verlaufende Flugzeugreaktion, in deren Verlauf sich der Bahnwinkel auf den neuen Wert  $\gamma_\infty$  einstellt. Die Flugzeugantworten auf eine Scherung des Vertikalwinds unterscheiden sich damit in ihrer Dynamik deutlich von den Reaktionen auf eine Horizontalwindscherung.

### A3.2.1 Aufwindscherung

Bei einer Aufwindscherung liegt eine zeitliche Änderung der Vertikalwindkomponente  $\dot{w}_w(t) < 0$  vor. Betrachten wir wiederum einen Landeanflug mit  $\gamma < 0$ , so lässt sich diese Gleichung erfüllen durch die Vertikalwindgradienten

$$w_{wx} < 0 \quad \text{bzw.} \quad w_{wz} < 0.$$

Für den Fall, dass die Vertikalwindänderung infolge eines Zusammenwirkens beider Gradienten entsteht, liegt eine Aufwindscherung außerdem vor bei

$$w_{wx} < w_{wz} \tan \gamma \quad (w_{wx} < 0, w_{wz} \leq 0).$$

Wie vom Segelflug her bekannt ist, führt eine zunehmende Aufwindkomponente zu einem flacheren Bahnwinkel  $\gamma$  bis hin zu Werten  $\gamma > 0$  (vgl. die Kurven (III) in BILD A3.1).

### A3.2.2 Abwindscherung

Zunehmender Abwind wird charakterisiert durch einen Verlauf  $\dot{w}_w(t) > 0$ . Für negative Bahnwinkel gehören dazu folgende Vertikalwindgradienten:

$$w_{wx} > 0 \quad \text{bzw.} \quad w_{wz} < 0.$$

Außerdem wird die Gleichung durch eine Kombination der Gradienten erfüllt:

$$w_{wx} < w_{wz} \tan \gamma, \quad \text{mit } w_{wx} > 0 \quad \text{und } w_{wz} \leq 0.$$

Eine zunehmende Abwindkomponente lässt den Bahnwinkel  $\gamma$  steiler werden (Kurven (IV) in BILD A3.1).

## Anhang A4: Daten des Beispielflugzeugs AIRBUS A300-B2

Als Beispielflugzeug wurde der AIRBUS A300-B2 verwendet (BILD A4.1).

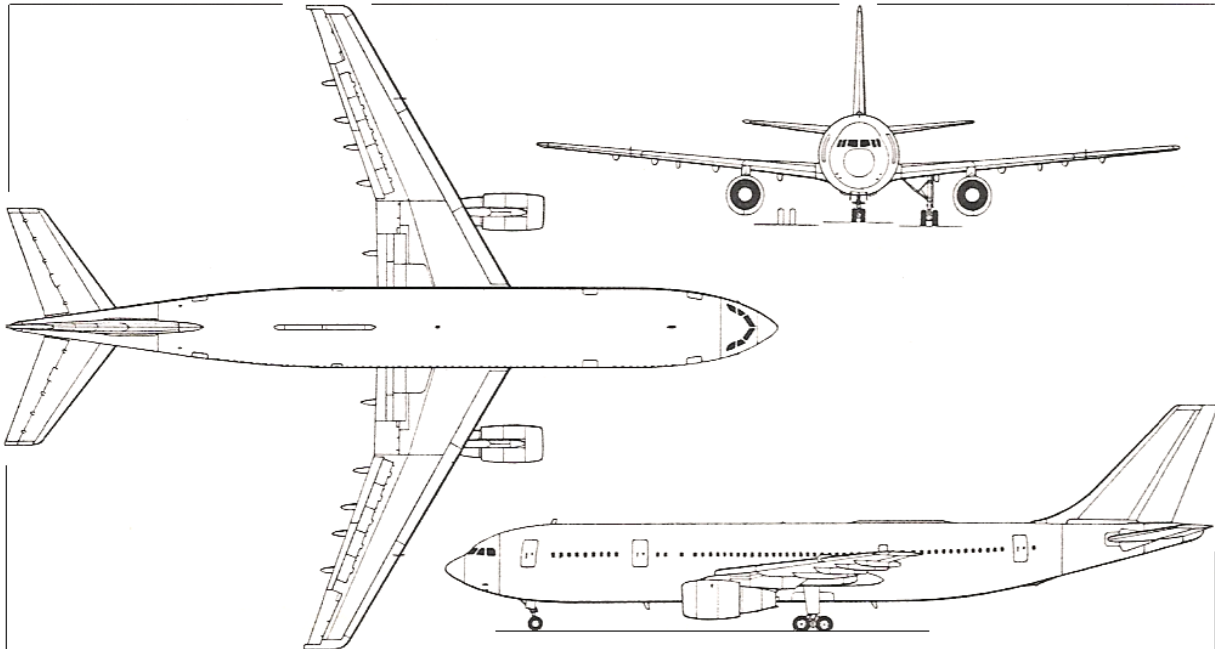


BILD A4.1: Dreiseitenansicht des AIRBUS A300-B2.

### Baudaten des Flugzeugs

Fluggewicht	$G = 1,275 \cdot 10^6 \text{ N}$	
Trägheitsradius	$r_y = 9,0$	m
Bezugsflügelfläche	$S = 260$	m <sup>2</sup>
Bezugsflügeltiefe	$l_\mu = 6,608$	m
Schubeinstellwinkel	$\sigma = 0^\circ$	
Triebwerkshebelarm	$r_F = 2,02$	m
Anzahl der Triebwerke	$n_2 = 2$	

**Aerodynamik**

$C_{A0} = 0,84$	$C_{W0} = 0,0875$	$C_{m0} = -0,26$
$C_{A\alpha} = 5,06$	$k = 0,0507$	$C_{m\alpha} = -1,50$
$C_{A\dot{\alpha}} = 1,05$		$C_{m\dot{\alpha}} = -3,80$
$C_{Aq} = 3,05$		$C_{mq} = -11,00$
$C_{A\eta} = 0,435$		$C_{m\eta} = -1,50$

**Triebwerkscharakteristik**

Der Triebwerksschub wird als quadratisch von der Fluggeschwindigkeit abhängige Größe dargestellt. Dazu verwenden wir die Gleichung:

$$F(V) = a V^2 + b V + c, \quad [V] = \text{m/s}$$

mit den Konstanten  $a = 1,285 \text{ N s}^2/\text{m}^2$ ,  $b = -630,031 \text{ N s/m}$ ,  $c = 223.204,336 \text{ N}$ . Für die Referenzfluggeschwindigkeit  $V_R = 72 \text{ m/s}$  ergeben sich dann die Werte:

$$F_{\max} = 1,845 \cdot 10^6 \text{ N pro Triebwerk,}$$

$$F_V = -45.270 \text{ N s/m.}$$

**Referenzflugzustand**

Fluggeschwindigkeit	$V_R = 72 \text{ m/s}$
Bahnwinkel	$\gamma_R = -3^\circ$
Anstellwinkel	$\alpha_R = 9,24^\circ$
Schiebewinkel	$\beta_R = 0^\circ$
Nickwinkel	$\theta_R = 6,24^\circ$
Drosselgrad	$DF = 0,281$
Auftriebsbeiwert	$C_{AR} = 1,5219$
Widerstandsbeiwert	$C_{WR} = 0,2049$
Schubbeiwert	$C_{\mu R} = 0,1257$
Horizontalwind	$u_{WR} = 0 \text{ m/s}$
Vertikalwind	$w_{WR} = 0 \text{ m/s}$

## Anhang A5: Linearisierung der Bewegungs-Differentialgleichungen und weiterer Hilfspgleichungen

Bei der Linearisierung der Bewegungs-Differentialgleichungen und weiterer Hilfspgleichungen werden die folgenden Abkürzungen verwendet (nach [97]):

$$X_\gamma = -g \cos \gamma_R$$

$$X_V = \frac{\rho}{2} \frac{S}{m} V_R^2 \cdot (2 C_{AR} \sin \alpha_{WR} - 2 C_{WR} \cos \alpha_{WR}) + F_V \cos (\alpha_R - \alpha_{WR}) / m$$

$$X_{\alpha W} = \frac{\rho}{2} \frac{S}{m} V_R^2 \cdot \{ C_{AR} \cos \alpha_{WR} + C_{WR} \sin \alpha_{WR} + C_{\mu R} \sin (\alpha_R - \alpha_{WR}) \}$$

$$Z_\gamma = g \sin \gamma_R / u_{Kk,R}$$

$$Z_V = \frac{\rho}{2} \frac{S}{m} V_R^2 / u_{Kk,R} \cdot (2 C_{AR} \cos \alpha_{WR} + 2 C_{WR} \sin \alpha_{WR}) + F_V \sin (\alpha_R - \alpha_{WR}) / m$$

$$Z_{\alpha W} = \frac{\rho}{2} \frac{S}{m} V_R^2 / u_{Kk,R} \cdot \{ -C_{AR} \sin \alpha_{WR} + C_{WR} \cos \alpha_{WR} - C_{\mu R} \cos (\alpha_R - \alpha_{WR}) \}$$

$$K = \frac{u_{WR} \gamma_R + w_{WR}}{V_R^2}$$

$$K_A = -X_V - X_{\alpha W} (K + \gamma_R / V_R) \quad K_C = -Z_V - Z_{\alpha W} (K + \gamma_R / V_R)$$

$$K_B = X_V \gamma_R + X_{\alpha W} (K \gamma_R - 1 / V_R) \quad K_D = -Z_V \gamma_R + Z_{\alpha W} (K \gamma_R - 1 / V_R)$$

$$K_M = K_A u_{Wx} - K_B w_{Wz} \gamma_R \quad K_O = K_A u_{Wx} \gamma_R + K_B w_{Wz}$$

$$K_N = K_C u_{Wx} - K_D w_{Wz} \gamma_R \quad K_P = K_C u_{Wx} \gamma_R + K_D w_{Wz}$$

$$K_T = X_V + X_{\alpha W} K$$

$$K_U = X_\gamma + X_{\alpha W} (K w_{WR} - u_{WR} / V_R) + X_V w_{WR}$$

$$K_V = Z_V + Z_{\alpha W} K$$

$$K_W = Z_\gamma + Z_{\alpha W} (K w_{WR} - u_{WR} / V_R) + Z_V w_{WR}$$

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} u_{Wx} \\ -w_{Wz} \gamma_R \end{bmatrix} \cdot \frac{u_{Kk,R}}{s^2}$$

Werden die in den Abschnitten 6.1.1 und 6.1.2 angegebenen Vernachlässigungen der stationären Horizontal- und Vertikalwindanteile in den Gln.(94,95) berücksichtigt, so vereinfachen sich diese Gleichungen auf:

$$\left. \begin{aligned} \delta V &= \delta u_{Kk} - \delta u_W + \gamma_R \delta w_w \\ \delta \alpha_W &= \frac{\gamma_R}{V_R} \delta u_W - \frac{1}{V_R} \delta w_w \end{aligned} \right\} \text{ für } u_{WR} = w_{WR} = 0$$

## Anhang A6: Analyse des Leistungsgleichgewichts

### Analyse des Leistungsgleichgewichts eines Flugzeugs im Landeanflug unter dem Einfluss einer Windscherung mit konstantem Gradienten.

Im stationären Landeanflug ( $\dot{V}, \dot{\gamma} = 0$ ) ist das Flugzeug auf eine stetige Abnahme der Totalenergie ausgetrimmt, die durch eine gleichförmige Änderung der potentiellen Energie gegeben ist \*:

$$\dot{e} = \frac{E}{G} = \dot{H}_R = u_{Kk,R} \sin \gamma_R = \text{const.} \quad (\text{A6.1})$$

Beim Einsetzen einer Windscherung (z.B. einer wegabhängigen Scherung des Horizontalwindes mit dem konstanten Gradienten  $u_{Wx}$ ) gilt für den ersten Moment der Störung:

$$(51): \quad \dot{u}_{Kk} = 0 \rightarrow \dot{V}(t) = -\dot{u}_{Wg}(t), \quad (\text{A6.2})$$

$$\text{hier:} \quad \dot{V}(t) = -u_{Kk}(t) \cos \gamma(t) u_{Wx}. \quad (\text{A6.3})$$

Während sich  $V(t)$  kurzfristig ändert, lässt sich bei statisch geschwindigkeitsstabilen Flugzeugen ( $C_{mV} > 0$ ) aussagen, dass sich die Referenzfluggeschwindigkeit  $V_R$  langfristig wieder einstellt, so dass sich trotz Gl.(A6.3) näherungsweise ansetzen lässt:

$$V(t) \approx V_R \approx \text{const.} \quad (\text{A6.4})$$

Damit stellt sich innerhalb der Scherung folgendes Leistungsgleichgewicht ein:

$$\dot{e}(t) = \dot{H}_R + \frac{V \dot{V}}{g} \quad (\text{A6.5})$$

Da sich der zweite Summand von Gl.(A6.5), also der *aerokinetische* Anteil, wieder auf den ursprünglich ausgetrimmten stationären Zustand einstellt, wird die auftretende Energieänderung langfristig offensichtlich in eine zeitvariable Höhenänderung  $\dot{H}(t)$  umgesetzt.

Mit

$$\dot{H}(t) = u_{Kk}(t) \sin \gamma(t), \quad (\text{A6.6})$$

$$\dot{H}_R = u_{Kk,R} \sin \gamma_R \quad (\text{A6.7})$$

$$V \dot{V} \approx -u_{Kk}(t) \cos \gamma(t) V_R u_{Wx} \quad (\text{A6.8})$$

erhalten wir aus Gl.(A6.5) nach Division durch  $u_{Kk}(t) \cos \gamma(t)$ :

$$\tan \gamma(t) = \frac{u_{Kk,R} \sin \gamma_R}{u_{Kk}(t) \cos \gamma(t)} - \frac{V_R u_{Wx}}{g} \quad (\text{A6.9})$$

\* Zur Definition der Totalenergie siehe Anmerkung am Ende dieses Anhangs.



Setzen wir näherungsweise

$$\sin \gamma_R / \cos \gamma(t) \approx \tan \gamma_R \quad (\text{A6.10})$$

und beachten ferner Gl.(132):

$$u_{Kk} = u_{Kk,R} \cdot e^{u_{wx} \cdot t}, \quad (\text{A6.11})$$

so ergibt sich für Gl.(A6.9):

$$\tan \gamma(t) = \underbrace{\tan \gamma_R e^{-u_{wx} \cdot t}}_{\text{a}} - \underbrace{V_R u_{wx} / g}_{\text{b}} \quad (\text{A6.12})$$

Das Zeitverhalten des Bahnwinkels setzt sich somit zusammen aus:

- (a) einer aperiodischen Veränderung des Referenzbahnwinkelanteils, die sich aus einer entsprechenden Änderung der Bahngeschwindigkeit (Wegwurzel) ergibt; im Horizontalflug verschwindet dieser Anteil.
- (b) einem (näherungsweise) konstanten Leistungsanteil, der zusätzlich infolge der Windscherung entsteht und dem Windgradienten und der Referenzfluggeschwindigkeit proportional ist. Dabei sind positive Windgradienten (Rückenwindscherung) leistungverschlechternd, während umgekehrt negative Gradienten (Gegenwindscherung) die Flugleistungen verbessern.

Wir können diesen Leistungsanteil mit dem erforderlichen Schubanteil (2) im BILD 35 des Abschnitts 4.2 vergleichen, der der zeitlichen Änderung des Windes proportional ist und dort den wichtigsten Anteil darstellt. Wird die notwendige Schubverstellung wie im Fall des ungesteuerten Fluges nicht vorgenommen, so entsteht ein schlagartiger Schubüberschuss bzw. Schubmangel, und eine entsprechende Antwort des Bahnwinkels ist die Folge.

Ein typischer Bahnverlauf für dieses Beispiel ist in BILD 47 wiedergegeben.

### **Anmerkung zur Definition der Totalenergie**

Als Totalenergie des Flugzeugs wird im vorliegenden Fall die Summe aus *potentieller* und *kinetischer* Energie definiert, wobei die kinetische Energie mit dem Geschwindigkeitsvektor der Fluggeschwindigkeit gebildet und präziser mit dem Ausdruck *aerokinetische Energie* beschrieben wird, der hier neu eingeführt werden soll:

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = m g H + \frac{1}{2} m |\underline{V}|^2.$$

Da die Größe der kinetischen Energie allgemein von der Wahl des Bezugs-Inertialsystems abhängt, andererseits das gleichförmig mit dem Wind bewegte aerodynamische Bezugssystem (des Piloten, der keine Erdreferenz hat) ebenfalls ein Inertialsystem ist, ist die obige Definition physikalisch korrekt. Hinsichtlich der Problematik dieser Definition bei veränderlichen Windgeschwindigkeiten sei auf [116] verwiesen.

**Verzeichnis der Abbildungen:**

BILD 1: FLUGBAHN UND WINDSTRÖMUNGEN BEI EINEM FOLGENSCHWEREN FLUGZEUGABSTURZ INFOLGE WINDSCHERUNG (NACH [81]).	15
BILD 2: GESCHWINDIGKEITSVERLAUF IN EINER LAMINAREN TRENNUNGSSCHICHT ZWISCHEN ZWEI PARALLELSTRÖMUNGEN (NACH [54]).	18
BILD 3: ZUR DEFINITION EINER RÜCKENWIND- BZW. GEGENWINDSCHERUNG.	21
BILD 4: ZUR DEFINITION DER WINDGESCHWINDIGKEITEN UND WINDGRADIENTEN (NACH [52]).	23
BILD 5: EINFACHSTE FORMEN VON WINDSCHERUNGEN UNTER VERWENDUNG	24
BILD 6: ZUSAMMENHÄNGE IN EINER SCHEMATISIERTEN WINDSCHERUNG.	25
BILD 7: STROMLINIENVERLAUF BEIM ÜBERSTRÖMEN EINES GEBIRGES BEI UNTERSCHIEDLICHEN STABILITÄTSVERHÄLTNISSEN (NACH [108]).	27
BILD 8: SCHEMATISIERTE WEGABHÄNGIGE SCHERUNG DES HORIZONTAL- UND VERTIKALWINDES INFOLGE OROGRAPHISCHEN EINFLUSSES (HÜGELÜBERSTRÖMUNG)	28
BILD 9: ABHÄNGIGKEIT DES GRENZSCHICHT-SCHERWINDES VON DER HÖHE DER BODENHINDERNISSE (BODENRAUHIGKEIT), NACH [60].	29
BILD 10: WINDVERLÄUFE MIT DER HÖHE FÜR VERSCHIEDENE MODELLGESETZE DES GESCHWINDIGKEITSPROFILS IN DER ATMOSPHERISCHEN GRENZSCHICHT	31
BILD 11: DARSTELLUNG DER EKMAN-SPIRALE FÜR LAMINARE STRÖMUNG.	32
BILD 12: VERLAUF DER LÄNGSGESCHWINDIGKEIT $U_w$ UND DER QUERGESCHWINDIGKEIT $V_w$	33
BILD 13: ZEITLICHE ENTWICKLUNG DER LUFTTEMPERATUR UND DES HORIZONTALWINDES EINES NÄCHTLICHEN STRAHLSTROMES IN DER ATMOSPHERISCHEN GRENZSCHICHT (NACH [71]).	34
BILD 14: VERTIKALE STRUKTUR VON WARM- UND KALTFRONTEN.	35
BILD 15: WINDSPRUNG BEI EINEM KALTFRONTDURCHZUG (NACH [76]).	36
BILD 16: FLUGBAHNBEZOGENE HORIZONTALWINDVERHÄLTNISSE EINES KALTFRONTDURCHGANGES.	37
BILD 17: ZAHL DER GEWITTERTAGE AUF DER ERDE (NACH [111]).	38
BILD 18: DOWNBURST-ZELLEN IN VERSCHIEDENEN STADIEN IHRER ENTSTEHUNG IN EINEM GEWITTER MIT „SPEERSPITZEN“-RADARECHO (NACH [81]).	39
BILD 19: MODELL DER STRÖMUNGSVORGÄNGE IN EINEM GEWITTER-DOWNBURST.	40
BILD 20: SCHEMATISCHE STRUKTUR EINER GEWITTER-BÖENFRONT (NACH [83]).	41
BILD 21: FLUGBAHNVERLAUF UND WINDSTRÖMUNGEN DES FLUGUNFALLS IN NEW YORK, 24.6.75 (NACH [81])	42
BILD 22: STROMLINIENBILD EINER STAUPUNKTSTRÖMUNG.	43
BILD 23: DIE EBENE STAUPUNKTSTRÖMUNG MIT REIBUNG (NACH [53]).	44
BILD 24: ZUR BESCHREIBUNG DER EIGENSCHAFTEN VON POTENTIALSTRÖMUNGEN.	45
BILD 25: GEMITTELTE MAXIMALWERTE ABSOLUTER WINDSCHERUNGEN IN GEWITTER-BÖENFRONTEN (NACH [27]).	49
BILD 26: IN GEWITTERFALLWINDEN BEOBACHTETE KOMBINATIONEN VON HORIZONTAL- UND VERTIKALWINDGRADIENTEN.	50
BILD 27: ZUR RELATIVBEWEGUNG ZWISCHEN FLUGZEUG, UMGEBENDER LUFT UND DEM INERTIALSYSTEM ERDE.	52
BILD 28: DIE CHARAKTERISIERUNG DES WINDEINFLUSSES ENTSPRECHEND DER LUFTFAHRTNORM LN 9300 [90].	53
BILD 29: ZUR DEFINITION DER GESCHWINDIGKEITEN UND WINKEL IN DER FLUGZEUG-SYMMETRIEBEBENE BEI BERÜCKSICHTIGUNG DES WINDEINFLUSSES.	54
BILD 30: KRÄFTEGLEICHGEWICHT DER FLUGZEUG-LÄNGSBEWEGUNG	56
BILD 31: BEISPIEL FÜR EINE LOKALE BESCHLEUNIGUNG.	58
BILD 32: BEISPIEL FÜR EINE KONVEKTIVE BESCHLEUNIGUNG (NACH [93]).	59
BILD 33: BERÜCKSICHTIGUNG DES WINDEINFLUSSES IN DER FLUGZEUGDYNAMIK	62
BILD 34: ÖRTLICH UNTERSCHIEDLICHE AERODYNAMISCHE ANSTRÖMUNG AN DEN BAUTEILEN DES FLUGZEUGS IN EINER WINDSCHERUNG.	64
BILD 35: WINDABHÄNGIGE SCHUBANTEILE ZUM EINHALTEN EINES KONSTANTEN Gleitpfades UND EINER KONSTANTEN FLUGGESCHWINDIGKEIT IN EINER LINEAREN, HÖHENABHÄNGIGEN HORIZONTALWINDSCHERUNG.	69
BILD 36: GESCHWINDIGKEITSPOLARE EINES SEGELFLUGZEUGS UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DES WINDEINFLUSSES.	70

## Kap. 10: Anhänge

BILD 37: MAßGEBLICHE PARAMETER BEI EINER TYPISCHEN UNGESTEUERTEN FLUGBAHN INFOLGE EINER RÜCKENWINDSCHERUNG.....	72
BILD 38: FLUGBAHNVERLAUF IN EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES.....	74
BILD 39: ABHÄNGIGKEIT DES WIDERSTANDES VON DER FLUGGESCHWINDIGKEIT AM BEISPIEL EINES LANDEANFLUGES.....	75
BILD 40: ZUR DEFINITION DER ZUR LINEARISIERUNG VERWENDETEN KOORDINATENSYSTEME.....	79
BILD 41: EINFLUSS DER STATIONÄREN WINDKOMPONENTEN $U_{WG}$ UND $W_{WG}$ AUF DIE PHYGOIDE IM LANDEANFLUG.....	87
BILD 42: ZUR DARSTELLUNG DER FLUGBAHNBEZOGENEN VERTIKALWINDKOMPONENTE $W_{WK}$ ENTSPRECHEND DEN GLN.(123,124).....	88
BILD 43: VERLAUF DER WURZELORTE DER PHYGOIDE IN ABHÄNGIGKEIT VOM GRADIENTEN $U_{WX}$ EINER WEGABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES.....	92
BILD 44: ABHÄNGIGKEIT DER REELLEN WEGWURZEL VOM GRADIENTEN $U_{WX}$ EINER WEGABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES.....	93
BILD 45: ZEITLICHE VERLÄUFE DER NICHTLINEAR SIMULIERTEN BAHNGESCHWINDIGKEIT $V_k(T)$ UND DER FLUGGESCHWINDIGKEIT $V(T)$ SOWIE DER APERIODISCHEN WEGWURZEL NACH GL.(132) (LANGZEITVERHALTEN).....	94
BILD 46: ZEITVERLÄUFE VON BAHNWINKEL, BAHNGESCHWINDIGKEIT UND FLUGGESCHWINDIGKEIT IN EINER WEGABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES ( $U_{WX}$ ).....	96
BILD 47: BAHNVERLAUF EINES UNGESTEUERTEN FLUGZEUGS IN EINER WEGABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES ( $U_{WX}$ ).....	97
BILD 48: HALBWERTZEITEN UND DOPPELWERTZEITEN DER APERIODISCHEN WEGWURZEL ALS FUNKTION EINES WEGABHÄNGIGEN HORIZONTALWINDES ( $U_{WX}$ ).....	98
BILD 49: VERLAUF DER WURZELORTE DER PHYGOIDE IN ABHÄNGIGKEIT VOM GRADIENTEN $U_{WZ}$ EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES.....	104
BILD 50: GRENZWERT DES GRADIENTEN $U_{WZ}$ ALS FUNKTION DER FLUGGESCHWINDIGKEIT $V$ .....	106
BILD 51: VERLAUF DER APERIODISCHEN EIGENWERTE FÜR $U_{WZ} > U_{WZ,APER.}$ .....	107
BILD 52: ZUSAMMENSTELLUNG DER CHARAKTERISTISCHEN ZEITEN DER EIGENWERTE UNTER DEM EINFLUSS EINES $U_{WZ}$ -GRADIENTEN.....	108
BILD 53: ZEITLICHER VERLAUF VON BAHNWINKEL $\gamma$ UND BAHNGESCHWINDIGKEIT $V_k$ IN EINER HÖHENABHÄNGIGEN HORIZONTALWINDSCHERUNG (GEGENWINDSCHERUNG).....	111
BILD 54: VERLAUF DER FLUGBAHN EINES UNGESTEUERTEN FLUGZEUGS NACH EINSETZEN EINER FORTLAUFEND WIRKENDEN HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES.....	112
BILD 55: ZEITLICHER VERLAUF DES BAHNWINKELS, DER BAHNGESCHWINDIGKEIT, DER FLUGGESCHWINDIGKEIT UND DER WINDGESCHWINDIGKEIT BEI EINER HÖHENABHÄNGIGEN HORIZONTALWINDSCHERUNG (RÜCKENWINDSCHERUNG).....	113
BILD 56: ZEITLICHE VERLÄUFE DES BAHNWINKELS UND DER BAHNBESCHLEUNIGUNG IN EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES ( $U_{WZ}$ ).....	115
BILD 57: VERLAUF DER FLUGBAHN EINES UNGESTEUERTEN FLUGZEUGS NACH EINSETZEN EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES HORIZONTALWINDES ( $U_{WZ}$ ).....	117
BILD 58: VERLAUF DER WURZELORTE DER PHYGOIDE IN ABHÄNGIGKEIT VOM GRADIENTEN $W_{WX}$ EINER WEGABHÄNGIGEN SCHERUNG DES VERTIKALWINDES.....	118
BILD 59: VERLAUF DER FLUGBAHN EINES UNGESTEUERTEN FLUGZEUGS NACH EINSETZEN EINER WEGABHÄNGIGEN SCHERUNG DES VERTIKALWINDES (GRADIENT $W_{WX}$ ).....	120
BILD 60: VERLAUF DER WURZELORTE DER PHYGOIDE IN ABHÄNGIGKEIT VOM GRADIENTEN $W_{WZ}$ EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES VERTIKALWINDES.....	123
BILD 61: ABHÄNGIGKEIT DER REELLEN HÖHENWURZEL VOM GRADIENTEN $W_{WZ}$ EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES VERTIKALWINDES.....	124
BILD 62: VERLAUF DER FLUGBAHN EINES UNGESTEUERTEN FLUGZEUGS NACH EINSETZEN EINER HÖHENABHÄNGIGEN SCHERUNG DES VERTIKALWINDES ( $W_{WZ}$ ).....	126
BILD 63: HALBWERTZEITEN UND DOPPELWERTZEITEN DER APERIODISCHEN HÖHENWURZEL ALS FUNKTION EINES HÖHENABHÄNGIGEN VERTIKALWINDES ( $W_{WZ}$ ).....	127
BILD 64: VERLAUF DER WURZELORTE DER PHYGOIDE BEI EINER $U_{WX} / W_{WZ}$ -WINDGRADIENTENKOMBINATION (GEWITTERMODELL).....	129
BILD 65: VERLAUF DER APERIODISCHEN WEGWURZEL ( $U_{WX}$ ) UND DER APERIODISCHEN HÖHENWURZEL ( $W_{WZ}$ ) BEI EINER GRADIENTENKOMBINATION ENTSPRECHEND DEM GEWITTERMODELL NACH ABSCHNITT 2.4.....	130

## Kap. 10: Anhänge

---

BILD 66: ZUSÄTZLICHE DESTABILISIERUNG DER PHYGOIDE DURCH DEN EINFLUSS EINES POSITIVEN BAHNWINKELS (PARAMETERBEISPIEL FALL V). .....	132
BILD 67: ANALYTISCHER ZEITVERLAUF DES BAHNWINKELS IN EINEM GEWITTERFALLWIND.....	134
BILD 68: VERGLEICH DER FLUGBAHNVERLÄUFE FÜR DEN NEW YORKER UNFALL (FALL I IN TABELLE 1) .....	135
BILD 69: DARSTELLUNG DES MIT HILFE DER ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN ERHALTENEN FLUGBAHNVERLAUFS IM VERGLEICH ZU DEN REFERENZBAHNEN AUS BILD 68. ....	140
BILD 70: ZEITVERLÄUFE VERSCHIEDENER FLUGZUSTANDSGRÖßEN AUS NICHTLINEARER SIMULATION UND AUS LINEARISIERTEN ÜBERGANGSFUNKTIONEN.....	142

